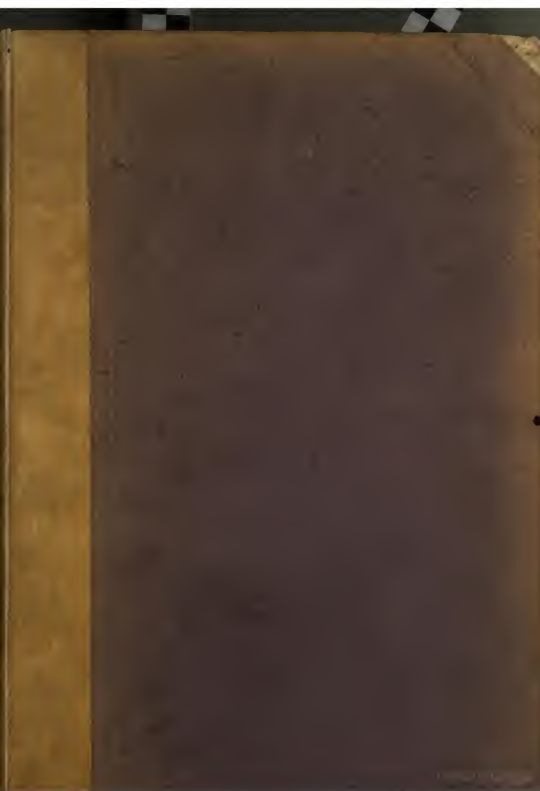
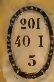
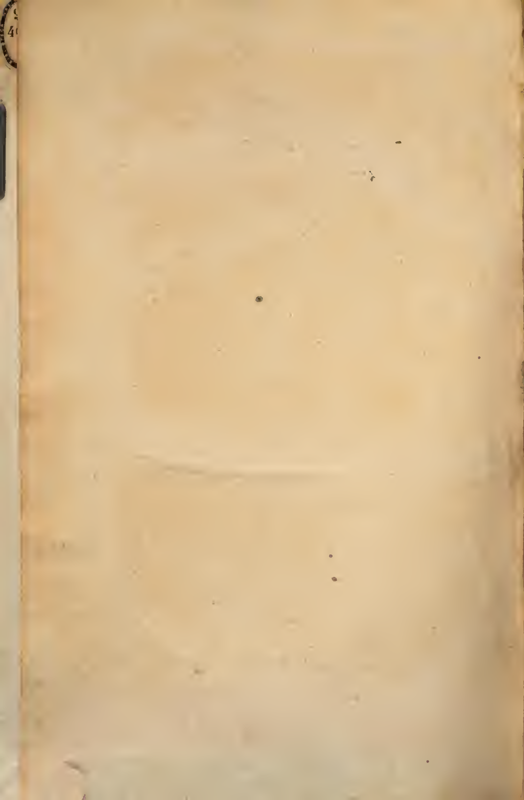



201
40 I
5



VITELLIONIS MATHEMATICI DOCTISSIMI περὶ ὀπτικῆς

id est de natura, ratione, & proiectione radiorum uisus, luminum, colorum atq; formarum, quam uulgo Perspectiuam uocant,

LIBRI X.



Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquã extant, tum uero de proiectione, infractione, & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparentibus atq; speculis, planis, sphæricis, columnaribus, pyramidalibus, cõcauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarũ æquales, quædã maiores, quædam minores, quædam rectas, quædã inuersas, quædam intra, quædã uero extra se in aëre magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædã eundem in contrariũ ostendant; quædã Soli opposita, uehementissime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet, Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omniũ consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerum cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorum præstantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Io. Petreium, Anno MDXXXV.

CAROLVS Quintus Diuina fauente clementia Romanorum Imperator semper Augustus, ac Germaniæ. Hispaniarũ, utriusq; Siciliæ, Hierusalem, Hungariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, &c. Rex, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Comes Habspurgi, Flandriæ, Tyrolis &c. Vniuersis & singulis notum esse uolumus. Quum noster & Imperij sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilime supplicauerit, quód Ephemerides quasdam, unà cum alijs infra commemoratis opusculis, maximo suo sumptu, pariq; tum inuentionis tum æditionis labore, in cõmunem bonorum studiosorum'q; omnium usum candide & humaniter ædere secum cõstituerit, Vereatur'q; iam ne eadem ab alijs quoq;, qui ex alterius incommodo suum aucupari contendunt commodum, qui'q; alieno labore bene parta, in suum ipsorum male conuertunt usum, imprimerentur, id quod in suum haud uulgare detrimentum redundaret, quatenus Priuilegij nostri prærogatiua ad certum annorum numerum, in quo nemo plané illud tentare auderet, se adiuuare dignaremur. Quum'q; nos eorũ, qui tum opera diligenti ac sedula, tum uigilantia sua non mediocri, quam & prouehendis bonis artibus grauiter impendunt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec sumptui parcentes nec labori, liberaliter insumunt, Reipub: insigniter prodesse solent, emolumentum promouere, contra dispendium amouere, pro germano & innato nobis ad eximia honestissima'q; ingenuarum artium studia fauore studeamus, fit ut facilius Apiano quoq; prædicto, precibus eiusdem & supplici petitioni cõdescendentes, Gratiam nostram hac in re impertiamus singularem. Omnibus itaq; & singulis Chalcographis, Bibliopolis, & quibusuis alijs tenore præsentium districte inhibemus, ne uidelicet infrascriptos libros, quos prænominatus Apianus uel iã æditioni destinauit, uel æditurus, eruditis oĩbus in publicum cõmunicaturus est unq̃, puta Ephemerides ab anno salutis nostræ Millesimo quingentesimo tricesimo quarto ad Septuagesimum supra Millesimum & quingentesimum duraturas, præterea libros de Vmbris, Centiloquium Arithmetices: & alium adhuc de Arithmetica libellum, cum Regulis Cossæ demonstratis: De mensuratione uasorum cum artificiali partis uacuæ inuentione: Schedulas diarias siue Almanak cum iudicijs annalibus, seu (ut uulgus loquitur) Practicis, quibus aeris mutationes, dierum'q; electiones singulæ continentur: Libros item de coniunctionibus: Ptolemæum ex nouissima illa Vuilibaldi Pyrckameri translatione, ante hac nunquam æditum, cũ Tabulis correctissimis, & in quadrangularem figuram (cuiusmodi hactenus excusæ non sunt) conformatis: Ptolemæi etiam libros Græce, eruditos eos sané, & (quod tanto authore dignissimum erat) elegantes, natiuam'q; illam suam gratiam in propria lingua retinentes: Librum de Eclypsibus: Librum Azophi Astrologi uetustissimi: Libros Gebri: VITELLIONIS quoq; authoris antiquissimi simul ac doctissimi Perspectiuam, opus & ingens & ipsa materiæ iucunditate laudatissimũ: Astronomicũ Imperatorium: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas resolutas iam per eundem recens supputatas: Radium nouum Astronomicum, simul'q; & Geometricum, unà cum uario Sinuum & Chordarum usu: Librum de Speculo ad pulcherrimas dimensiones apte accommodato: Introductionem Cosmographicam cũ omnis generis obseruationibus itidem per sinus & chordas, adiuncto insuper Meteoroscopio duplici, plano & (quod inauditum erit plerisq;) numerorum, Astrolabium'q; numerorũ uniuersale, ut recens ita utilissimum: Tabulas seu Mappas, ut uocant, uniuersi terrarum orbis generales, aut etiam quarundã Regionum seu Prouinciarum particulares: & quicquid in Mathematicis rebus dictus Apianus sub Titulo & nomine suo, aut si qua aliena rerum Mathematicarũ monumenta prius neutiquam excusa, sua uero iam industria recognita & restaurata, uel etiam figuris tantum illustrata, per quoscunq; uolet Impressores, in lucem ædiderit, intra spacium triginta annorum, ab ipso æditionis die computando, præter suam ipsius uoluntatem, excudant, seu excudere faciant, neq; sic excusos uenum exponant seu uendant, sub pœna Decem Marcharum Auri puri, pro una Cameræ nostræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremissibiliter exoluendarum, tum amissionis librorum sic ad æmulationem excusorum, quos ubicunq; locorum nactus fuerit, per se siue suos, aut adiumento Magistratus eius loci, sibi uendicare & in potestatem suam redigere poterit. Harum testimonio literarum Sigilli nostri appensione munitarum. Datum in Ciuitate nostra Imperiali Ratispona, die tertia Mensis Iulij, Anno Domini Millesimo Quingentesimo Tricesimosecundo, Imperij nostri Duodecimo, & aliorum Regnorum nostrorum Decimoseptimo.



ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COmiti Palatino Rheni, & utriusq; Bauariæ Duci &c. Domino suo gratiosissimo, Georgius Tanstetter Collimitius Regius physicus & Mathematicus S. D.



Cvm iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hãc nostrã usq; aetatem defluxit, ut literati uiri quoties uel suas ipsorum lucubrationes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitæ restituta, in publicũ emittere destinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquem singularem, uel bene de se meritum uel uirtute præditum, uel ipsum eruditũ ac literis probe tinctum, ac eius artis quæ in libro eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprij siue alieni labores auspicato prodirent. Quorum ego in præsentiarum institutum in primis decens atq; honestum rite æmulatus Illustrissime Princeps, tuæ Celsitudini alienum, sed præclarum tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum præsertim causæ propter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atq; his longe maiora, necesse habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinẽ tuam, & huiusmodi studijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus Rex Ferdinandus per hyemẽ ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me domi meæ inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quæ & studium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa elegãter disseruisti. Deinde tot sunt uirtutes tuæ ac tantæ quibus insigniter enitescis, ut si ꝓ singulis libri sint tibi dedicandi, nulla unq; q̃uis copiosa & affluenter instructa Bibliotheca sit satis futura. quas si sigillatim nominare uelim modũ profecto Epistolæ egrederer. Vnam hanc è multis singularem ac notabilem cõmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cũ grauissima & periculosa obsidione Vienna Austriæ cingeretur, circũfuso longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama excitus modo aduentus hostium, & formidulosæ impressionis sponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxisti, anteq; teterrimi hostes urbem omni ex parte circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia propugnationis munia sic obijsti, ut noctes diesq; ad signa nihil laboris ac discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris, aliosq; defensanda ad mœnia subinde luculenta & mascula oratione fueris exhortatus, sic ut fortiter dicere, fortius agere, fortissime pugnare, prõptus habeare

habeare & expeditus, nihil strennuissimo concessurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq́ præcipue defensi cõseruatiq́ fuerint, Illustrissime Princeps author hic, quẽ tuæ Celsitudini dedico, haud minus q̃ quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Austriam hostium exercitu inter reliquam librariam supellectilem relictus, nisi per te, haud secus ac ciuis alter quisq́ defensus fuisset, capta urbe ac direpta, & uerẽ extrema passus interijsset. Itaq́ pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet, à te conseruatus, uindicatusq́ ab exitio, & mea nunc opera in publicũ emissus tibi dedicationis munere grata mentis confessionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen est gentile Vitello, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus .DC. uixit. Et absolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς summo iudicio pariq́ diligentia conscripsit, exactoq́ ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclarissimæ huius artis apprehensionem cõsummatamq́ scientiã attinet, nihil in eo desiderari possit, eum Celsitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, simulq́ obnixe rogo, animum dantis, & affectũ potius q̃ ipsum oblatum munus intuearis, & Tanstetterum, quem hactenus fouisti, pari benignitate porrò etiam prosequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illustrissime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriusq́ Bauariæ Ducem &c. Vrsinus Velius.

Iampridem magnis animi spectate periclis
Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima seruatæ fueras qui caussa Viennæ,
Hostibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq́ tum obsessus se nunc tibi dedicat author.
Hæc tibi seruati præmia ciuis habe.
Quod non hostili fuerit deperditus igni,
Perpetuo dici gestit, & esse tuus.
Huic tibi consimilem debere fatetur honorem
Tanstetter, cuius prodit hic auspicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen
Diuulgat populi docta per ora tuum.



ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecoenati suo clementissimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingolstadiensi ꝓfessor, salutē precatur & incolumitatē.

SVBINDE mecum ipse admirari soleo, Princeps illustrissime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscindere modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominū numero reijciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstuosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non sit (ut ipsi loquuntur) de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro sæculo alioqui in bonarū artium ꝓfectu felicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiā elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omnibus retro sæculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendū sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odium cōflagrasse, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plærīq; omnes ueterum Rhomanorum, quorū quisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquētiæ studijs uersatior. Superfluū fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos cōmemorare. Quis non eximiū Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri magni uere regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plærunq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina (ex quibus nobilitatem metior) cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignū dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia

Celsi

Celſitudini tuæ cõmemoro, cui tantus eſt in literas & literatos omnes fauor, tantuſq; ſtudij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter reſpondens amori profectus, ut minus iam mirũ mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perſpectiua authorem illuſtriſſimæ tuæ Celſitudini dedicare inſtituerit, uir clariſſimus D. Georgius Tanſteter Collimitius Regius phyſicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex ſelectiſſimis ſuæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic ſcriptor ad lucem aliquãdo ꝓgreſſus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui miniſterium illud offerendi authorem hunc Celſitudini tuæ optimæ de me ſemper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctiſſimo, maxime quum author ipſe nunc ueluti recens natus atq; in lucem æditus, tam præclare de Perſpectiua ſcripſerit, ut unus merito omnibus qui de hac re ſcripſerunt ſit anteferendus. Nõ male quidem ſcripſit ſuper hac materia Pomponius Gauricus, ſed paucioribus quàm ut ſuſcepto reſpondeat argumento, ex ueteribus ſuper ſunt monumenta, Alhazen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioãnis Piſani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorũ, & forte aliorũ quæ aliqñ ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noſter Vitellio, in quo ædendo nihil ſane neglectum eſt, quod ad uniuerſi huius ſtudij faciat ꝓfectum, nos quoq; ꝓ candore noſtro, & in omnes ſtudioſos beneuolentia authorẽ hunc figuris, & omnibus ad hanc rem neceſſarijs ita illuſtrauimus, ut ne ſtudioſi habeant quod in nobis deſiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, niſi ut optimo uiro D. Georgio Tanſtetter ſatis uideor feciſſe, & opus hoc illuſtriſſimæ Celſitudini tuæ cũ paratiſſimis obſequijs obtuliſſe. Bene ualeat nunc nobis omnibus T.C. illuſtriſſime Princeps, & bonarũ artiũ profectũ ſedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die nõ longe ante meridiem Iupiter blando & amico aſpectu Venerem ſibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aſpexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, Vitelo filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectū perspicuum subscriptorum.



NIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium, me quoq; arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dū ens intelligibile à primis suis prodiens principijs, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causæ, actu mentis coniungeres, & singuloꝝ causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiā inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiū uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contractā uirtutē participāt ut possunt, sicut & in alio substantiaꝝ intellectiuarum ordine inferiores substantias per superioꝝ sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuscuiusq; natura fert, per modum intelligibilium influentiaꝝ fieri mentis acumine perspexisti: Sicut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinū lumen per modū intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponunt. Corporaliū uero influentiarū lumē sensibile, est mediū superioribus corporibus perpetuis secundū substantiā solū in potentia ad ubi existentibus infima corpora, quæ secundū formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferioꝝ corpoꝝ se applicans, & secum delatas formas diuinorum & indiuidualiū artificum per modū diuisibilem caducis corporibus imprimēs, suiq; cū illis incorporatione nouas semper formas specificas aut indiuiduas producēs, in quibus resultat per actum luminis diuinū artificium tam motoꝝ orbium ꝙ mouentium uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimensionibus corpoꝝ, quibus influit, se coæquat, & extensione capacium corporum se extendit: attamen quia fontē, à quo profluit, habet semper secundū suæ uirtutis exordiū, prospicere dimensionem distantiæ, quæ est linea recta, per accidens assumit, sicq; sibi nomē radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali. Superficierum uero passio, quæ per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radioꝝ perpendicularitas est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causat angulos & obtusos, & secundū huiusmodi luminariū influentiarū uariantur. Cum itaq; tua solertis diligentia ingenij secundū hæc cœlestiū influentiaꝝ diuinam uirtutem respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundū uirtutes agentes, sed secundum diuersitatē modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusq; diligenti inquisitioni studiosam animā applicare.

Libros itaq; ueterū tibi super hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerbositatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præsertim quia tibi cōmissum officium pœnitentiariæ Romanæ ecclesiæ, cuius curæ partē geris, credens plus intellectu practico ꝙ speculatiuo, pœnitentibus succurrere, te cohibuit à multitudine uidendoꝝ: maluisti enim languentium animaꝝ diuino antidoto languoribus succurrere, ꝙ ipsoꝝ hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisq; materijs mihi nondū cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, præsentisq; operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conſcribendum. Attendens quoq; quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in ſenſum, & q lumen ſit primum omniũ formarum ſenſibilium, quodq; rerum ſenſibilium omniũ cauſas efficientes intendamus perquirere, quoꝝ plurimas differentias uiſus nobis oſtendit. Præmiſſorum per modũ entium uiſibilium perſcrutatio placuit, ſicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius ſcientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoꝝ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formaꝝ actionis modum occultiſſimum pertractandũ, ut opus præſens tuis affectibus reſpondeat, ſcribentis intentio ſe declinet. Quòd enim in ſenſu uiſus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipſius ſenſus abſentia in rebus naturalibus nulla tenus euitatur. Senſus enim præſentia nihil addit actionibus naturaliũ formaꝝ. Omnem itaq; modum uiſionis Mathematica uel naturali demonſtratione tranſcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum paſſionum uiſibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ poſſibilitatis modulo tractabo. In omnibus em̃ illis uidendi modis, formæ naturales ad uiſum ſe diffundunt, radijsq; uiſuales non exeunt ad capeſcendas formas rerum. Vnde ſi præſentiæ formaꝝ diffuſarum per corpora naturalia ipſarum ſuſceptibilia, uiſus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nõ erit, ſed formæ in ſubiecta corpora ſibi diſſimilia, imprimẽt quantum poſſunt. Tu itaq; uir deſideriorum omnis ſcientialis boni, ſuſcipe quod fieri mandaſti, in quo ſi quid incultũ inueneris, perſpicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuiſio, & quid in ſingulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus diſtinguendum. Volentes em̃ omne ens uiſibile, ut ſuæ uiſibilitati paſſio accidit, Mathematica demonſtratione cõcludere, & hac uia eatenus ut nobis eſt poſſibile, certius ambulare, librum hunc per ſe ſtantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ ſunt ſolum duo, quibus in hac ſcientia ſumus uſi, ut in proceſſu poſtmodum patebit. In primo itaq; huius ſcientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic ſcientiæ ſunt neceſſaria. Et in hoc ea duo, quæ demonſtrata ſunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & hoꝝ, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis concluſionibus nominamus, in quo uniuerſaliter omnia conſcripſimus, quæ nobis uiſa ſunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris poſterioribus Euclide, pro particularium neceſſitate ſcientiarum uniuerſaliter concluſa. In ſecundo quoq; hoc noſtro libro, de modo proiectionis radioꝝ per medium unius diaphani, uel plurium, ſuper figuras corpoꝝ diuerſas: Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per feneſtras tractauimus, ut de his quæ præambula ſunt actioni ſenſibili formarum naturalium, & quæ fiunt non exiſtente ſenſu. In tertio uero libro de organo uiſus, deq; eſſentiali modo uidendi ſuo modo tractauimus, ut patitur ſcientia Opticoꝝ. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uiſui ſecundũ directum modũ uidendi per unum mediũ, ſiue ſint paſſiones Mathematicæ, ſiue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi, qui fit per reflexiones à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, transferentes tractauimus de paſſionibus communibus omni ſpeculo, ſiue ſit planum, ſiue ſphæricũ, columnare ſiue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim ſunt omnia ſpecula, à quibus regularis poteſt fieri reflexio, ut nos declarabimus ſuo loco: nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolũ corpora polita artificio, ſed potius per naturam. Quia dũ demonſtrationem his ſpeculis applicamus, naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculoꝝ diſcurrimus, cœleſtes & om

& omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturæ operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniã uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum cõmunes passiones, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta à speculis sphæricis conuexis. In septimo uero posuimus passiones accidentiũ à speculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à speculis sphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentẽ ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet. Sicq; quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quòd triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol eñ nõ adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: q̃uis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculoꝝ assimilante se figura corporis à quo fit reflectio figuræ speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorũ diaphonorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se prouenìens in uisu: quoniam non existente perceptione uisiua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis contenti sumus. Dũ uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.

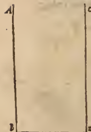


Væ uero per modũ principiorũ huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineã perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctũ lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planã superficiẽ in puncto suæ incidentiæ superficiẽ conuexã uel concauã cõtingentẽ est erecta. Circuli seinuicẽ secantes dicunt, quorũ diametris est aliqua linea cõmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphæræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. Minor uero circulus sphæræ dicitur, qui neq; transit centrum sphæræ, neq; diuidit ipsam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphæras uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauũ maioris sunt æquales. Sphæras seinuicem cõtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphæras seinuicem intersecantes dicimus, cũ sphæris se nõ cõtinentibus diameter unius per alterã resecatũ. Sphæras intrinsecus se intersecantes, dicimus quorũ maior pars unius in altera cõtinetũ. Superficiem planam sphærã contingere dicimus, quæ cũ sphæram tangat, ad oẽm partẽ educta non secat. Denominatio ꝓportionis primi ad secundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorẽ producit maiorẽ, uel quæ maiorem diuidit secundũ minorem. Proportio dicitur cõponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illarũ proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si anguli a b c, & c b d, sint æquales, & linea a b & b d sunt æquales, tantum distabit linea a b à linea b c, quantum linea b d distat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se cõtingunt, unã ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere demonstrationes.



THEOREMA 1.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utcunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungũtur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cõiunguntur, erũt ipsæ in eadem superficie. Si linea b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primã undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d necessario consistunt in eadẽ plana superfi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

II.

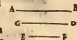
Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.



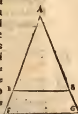
Sint duæ lineæ æquedistantes quæ a b & c d. quarum unam scilicet a b secet li nea b a in puncto b. Dico quod linea b e secabit etiam lineam c d, quia enim li nea c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam li neam b e, quæ si concurrit cum c d, habetur propositum. Si non concurrat pa làm per diffinitionem æquedistantium linearum, quoniam linea b e est æque distans lineæ c d. & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquedistans lineæ a b, sed palàm ex hypotesi, quo niam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat linea b e lineæ c d, ergo necessario concurrit linea b e cum linea c d, quod est propositum.

III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionem ali arum duarum proportionabilem inuenire.



Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionem aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debe at inueniri. Duæ itaque lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindantur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angula riter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto comuni distinguente duas lineas resectas, quod sit punctum e. Ducatur linea e b ad extre mitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur linea æquedistans lineæ e b per 31. primi, quæ sit f g. Deinde protrahatur linea a b in continuum & di rectum, quousque secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaque pun ctus concursus g. Dico, quod per secundam 6. eadem est proportio lineæ a b ad li neam d g, quæ est lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoque de quo libet aliarum respectu reliquarum duarum demonstrari potest, patet ergo pro positum.



IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualium linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitque linea a b maior quam linea c d, addatur quoque linea b e ipsi a b, & linea d f ipsi c d, sintque lineæ b e & d f æquales. Di co, quod minor est proportio lineæ a e ad lineam c f quam lineæ a b ad lineam c d, quoniam enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e secundum proportionem li nearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo linea a b est maior quam linea c d, pa tet, quia linea b e est maior quam linea d g, ergo & linea d f est maior quam linea d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio li neæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius li neæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est pro portio lineæ a e ad lineam c f maiorem, quam ad lineam c g minorem, est ergo maior pro portio lineæ a b ad lineam c d quam lineæ a c ad lineam c f, & hoc est propositum.

V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, quod erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b, sicut c ad d, erit per 16. quinti

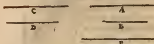


permutatim proportio b ad a sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum sicut quarti ad tertium, quod est propositum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad secundam maior q̃ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio secundæ ad primam q̃ quartæ ad tertiam.

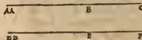
Esto proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Dico, q erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ c ad lineã d, ex hypothesi patet, q minor est proportio lineæ e ad lineam b q̃ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a est maior q̃ linea e, & quia est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit per præmissam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Est autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ ad lineam e, est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a q̃ lineæ d ad lineam c, qđ est propositũ.



VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior q̃ secunda, & tertia maior q̃ quarta, erit euersim eadẽ proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam.

Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c secunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq̃ linea a b maior q̃ linea b c, & linea d f maior q̃ linea e f excedat quoq̃ linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, q eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim est proportio lineæ a c ad lineam b c sicut lineæ d f ad lineam e f, est ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f sicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e sicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b sicut lineæ d f ad lineam d e, quod est propositum.



VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam q̃ secundæ ad tertiam.

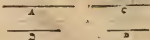
Sint quatuor lineæ a b c d, & sit a prima maior q̃ b secunda, & sit c tertia maior q̃ d quarta. Dico, q maior est proportio lineæ a ad lineam d q̃ lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c est maior q̃ linea d, ex hypothesi patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineã d q̃ ad lineam c, minor uero est proportio lineæ b ad lineam c q̃ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmissum est, linea a est maior q̃ linea b, & quoniã quicquid est maius maiore est maius minore, patet, q maior est proportio lineæ a ad lineam d q̃ lineæ b ad lineam c, patet ergo propositum.



IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior q̃ tertia, & secunda minor q̃ quarta, maior erit proportio primæ ad secundã q̃ tertiæ ad quartã.

Sint quatuor lineæ a prima, b secunda, c tertia, d quarta, sitq̃ a maior q̃ c, & sit b minor q̃ d. Dico, q maior est proportio a ad b q̃ c ad d, quoniã enim linea a est maior q̃ linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior est proportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ c ad lineã b, sed quia



Sed quia ex hypothesi linea b est minor ꝗ linea d, patet per eandē 8. huius quinti, quoniam maior est proportio lineæ c ad lineam b ꝗ ad lineam d, est ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b secundam ꝗ lineæ c tertiæ ad lineam d quartā, & hoc est propositum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad secundam ꝗ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam ꝗ secundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, sitq; proportio a ad b maior ꝗ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineā d, erit ergo ex hypothesi & ex 10. quīti linea e minor ꝗ linea a, ergo per 8. quinti maior est proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ e ad lineam c. Est autem ex præmissis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c sicut lineæ b ad lineam d, palam ergo, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ b ad lineam d, quod est propositum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad secundam ꝗ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam ꝗ tertiæ & quartæ ad quartam.

Esto 4. linearū a b c d maior ꝓportio a ad b ꝗ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineā b maior erit ꝓportio ꝗ totius lineæ c d ad lineā d. Sit enī ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineā b, q̄ lineæ c ad lineā d, est ergo ex hypothesi maior ꝓportio lineæ a ad lineā b ꝗ lineæ e ad lineā b, ergo ꝑ 10. quinti linea a est maior ꝗ linea e. Tota ergo linea a b est maior ꝗ tota linea e b, ergo ꝑ 8. quinti maior est ꝓportio totius lineæ a b ad lineā b ꝗ totius lineæ e b ad lineā b, ꝑ 18. uero quīti est ꝓportio lineæ e b ad lineā b, q̄ lineæ c d ad lineam d, est enī ex p̄missis ꝓportio lineæ e ad lineā b sicut lineæ c ad lineā d. Est ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineā b ꝗ lineæ c d ad lineā d, q̄d est ꝓpositum.

XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & secundæ ad secundā sit maior ꝗ tertiæ & quartæ ad quartam, erit disiunctim maior proportio primæ ad secundam ꝗ tertiæ ad quartam.

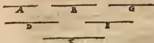
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineā b maior ꝗ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit disiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior ꝗ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineā d, erit ergo ex hypothesi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b ꝗ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior ꝗ linea e b, ablata ergo utrobiq; linea b cōmuni, relinquitˀ linea a maior ꝗ linea e, est ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ e ad eandem lineā b. Sed per præmissa est proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineā d, & hoc est propositum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocq; ordine dispositarum, quarū mediæ ad utramq; extremarum aliqua sit proportio, erit proportio primæ ad tertiam composita ex proportiōe primæ ad secundam & secundæ ad tertiā, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur semper ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

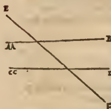
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior quàm media quæ est b, & b sit maior quàm tertia quæ est g, sitque ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quod proportio lineæ a ad lineam g tertiã componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g, quoniã enim proportio lineæ a ad lineã b est nota, sit quantitas d denominatio illius proportionis, & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius proportionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineã g. Dico, quod ex ductu e in d fit z, quoniã enim per diffinitionem ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem quàm sit a fit linea a, similiter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaque z primum & d secundũ linea b tertium & linea g quartũ, quia itaque illud quod fit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod fit ex ductu secundi in tertium, patet per 15. sexti, quoniã est proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartũ, est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio proportionis z ad d ex suppositiõe est eadem cũ denoĩatione proportiõis lineæ b ad lineã g. sed denominatio proportiõis lineæ b ad lineã g est quãtitas e, ergo denoĩatio proportionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio proportiõis lineæ a ad lineã g quæ est z producitur ex ductu denominationis proportiõis lineæ a ad lineã b in denominationẽ proportionis lineæ b ad lineã g, patet per diffinitionẽ, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineã g tertiã cõponit ex proportiõe lineæ a primæ ad lineã b secundã, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineã g tertiã quod est propositũ primum. Eodem quoque modo potest faciliter demõstrari de quocũque medijs inter quælibet duo extrema collocatis, semper enim proportio extremorum ad inuicem componit ex omnibus proportionibus mediorũ ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.



XIIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritque angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorũ se habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundũ quod proponitur. Dico, quoniã lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant patet quod sunt æquedistãtes, ergo per 29. primi sequitur contrariũ hypothe. quod est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorum cõcurrere est necessarium, quoniã si ad partem maiorum angulorum cõcurrant, sequeretur angulũ extrinsecum trigoni tanti fieri minorẽ angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum angulorum concurrũt, si ex concesso ad partes maiorum angulorum concurrerẽt, sequeretur rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur quod illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.



XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus ex utraque parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi

Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secent se in puncto e, ita, q linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, q linea a d est æqualis lineæ c b, qñ enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.

XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq́ linea c d minor q̃ linea a b, producanturq́ per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, q illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq́ per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq́ linea b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, q ipsa concurrit cum linea a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor q̃ linea a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus qui est f, erit ultra lineam c d.

XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

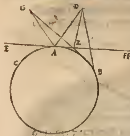
Sit linea recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b pductæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, q si à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, q sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d, q lineæ g b & b d simul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, q angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g h b & k h b sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. sexti, cũ linea h b sit cõmunis & æqualis sibijpsi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & linea g b æqualis est lineæ b k, & linea g c æqualis est lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoq́ de quibuscunq́ lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandũ, patet ergo propositum.

XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus e a g sit æqualis angulo b a d. Dico, quod si ducantur aliæ lineæ à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, cōtinentes angulos inæquales cum linea a b c, quod ambæ lineæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cōtingentiæ qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 15. tertij, sed anguli g a e & d a b sunt æquales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctū ubi linea g b secat lineam e f, quod sit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior quam linea g z, quia totū parte & linea d b est maior quam linea d z per 19. primi, quoniā angulus d z b est maior angulo sitū trigoni. patet ergo propositum in arcu circuli conuexo, & eodē modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo propositum.



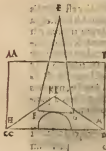
XIX.

Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent.

Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f, in quarū utraque sit linea c d. Dico, quod illæ duæ superficies secant se super lineā c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineā c d ut ad cōmunem terminū per modum unius superficiei contingentiæ cōpellerentur, tunc patet quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ, superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminū copulentur, palàm per 3. nisi cum ipsæ ad inuicem se secent, quod ipsis aliqua linea est cōmunis, aut ergo secant se super lineā c d, & habetur propositū, aut super aliam quā continet datam, & tūc cū illa sit ambabus propositis superficiebus cōmunis per prænominatā tertiā, nisi & eisdem sit linea c d cōmunis ex hypothesi, sequitur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacētes corpus includant, quod est ipossibile & cōtra suppositionē, patet ergo propositū.

XX.

Ab uno puncto in aëre dato, super unamquamque substructam planam uel cōuexā superficiē, una tantū perpendicularis duci potest.



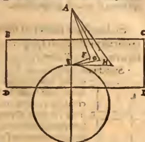
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, quod à puncto e ad substructā superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut super superficiem planā datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sunt e f & e g, quia itaque lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie, & quoniā lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, e recta super superficiem a b c d. Huius itaque superficiei & superficiei a b c d cōmunis sectio est linea f g per præmissam, in trigono itaque e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ super superficiem, hoc autem est im-

est impossibile & contra 32.primi, q̄ hoc etiā patet in superficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quā cōtinet superficiē conuexā, est perpendicularis super planā superficiē ipsam conuexā, superficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentē, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pūcto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palàm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, ꝓducta quæq; corda f g, palàm, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planā uel conuexam, patet ergo ꝓpositum, quoniā in quibuscunq; alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearū ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

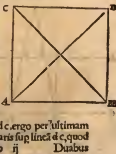
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiē datā, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, q̄ linea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palàm itaq; cum per 32.primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniā linea a e per 19.primi breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiā aliarum quarumcūq; sic productarum, patet ergo propositū in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniā si perpendicularis super conuexā superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingēs superficiem conuexā secundum punctum e, ducanturq; lineæ a f, a g, a h super superficiē planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, sed eædem productæ ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo propositum.



XXII.

Ductæ à supremo termino lineæ super superficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuicunq; lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in subiecta sup̄ficie ꝓtractæ, necesse est correctā lineā superiacentē perpēdicularē esse.

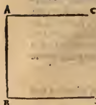
Sit punctum in aëre datum quod sit a, à quo ad superficiem planam subiectam quæ sit b c d, erigatur linea per 12.undecimi quæ sit a b. incidēs datæ superficiei in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineā d c, quæ sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcūq; punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaq; linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionē lineæ erectæ, quoniā angulus a b c est rectus, ergo per penultimā primi quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum lineæ b c est æquale duobus quadratis c d & b d per eandē penultimam 10. q̄ linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratum itaq; lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum quæ sunt a b & b d & c d, sed quadratum lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a b & b d, quadratū ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, q̄ linea a d est ꝑpendicularis sup̄ lineā d c, quod est ꝓpositum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtãtibus, una linea recta incidente, quæ ad alterã earũ erit perpẽdicularis, erit quoq; ad reliquã ppendicularis.

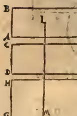
Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, q ſi linea a b fuerit ppendicularis ſuper unã iſtarũ ſuperficierũ, q erit ppendicularis & ſuper reliquã, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierũ illarũ linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum enim ꝓtractæ nõ concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorũ, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniã & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniã eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, q linea a b cum ſingulis ſibi conterminãtibus lineis in utraq; ſuperficierũ illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b ppendicularis ſuper alterã ſuperficierũ, palàm, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.



XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quoq; concurrens cum una æquediſtantiũ ſuperficierum & cum reliqua concurret.

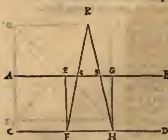
Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, q illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea ppendicularis ſuper illã ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itaq; per præmiſſam, quoniã illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminorũ erit ipſa per eandem præmiſſam ppendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itaq; una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, q illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitũ primum, & per hoc & per 2. huius patet etiã ſecundum ꝓpoſitum.



XXV.

Omnes lineæ ppendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales, & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, q lineæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, q enim ſunt æquediſtãtes, hoc patet per 28. primi, q etiã ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandũ eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, qđ ſi lineæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqualis angulo e f d, erũt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quia itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed p 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demõſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

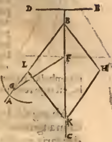


Cui-

XXVI.

Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.

Est angulus datus a b c.& linea data d e, separetur itaq; a linea b c,& ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi,& in puncto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatē semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20. primi,& cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g,& ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionē, patet ergo propositū. Potest & idem aliter demonstrari, a puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit super lineā a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e,& a puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ per secundū huius necessario cōcurret cum linea b c. Sit punctus concursus k,& a puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k, quæ sit k l, erit quoq; superficies b h k æquedistantiū laterum, ergo per 34. primi linea l k est æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ est d e, patet ergo propositum.



XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

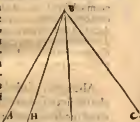
Sint duo anguli dati a b c, d e f, sit a b c maior & d e f minor, propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autē fiet per 23. primi, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g,& hoc est ꝓpositum.



XXVIII.

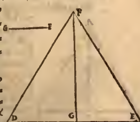
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

Non indiguimus quo ad præsens propositū diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solū recto,& ob hoc nō proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia, ut in ea quæ de elementaits cōclusionē uniuersaliorē dignā ꝓpositū existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quē in partes tres æquales uolumus diuidere, assumatur ergo linea quæcunq; & sit b e, super quā constituatur trigonum æquilaterum per primā primi, q; sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g,& diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propositum.

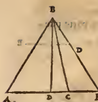


XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit.& si linea secans basem ad punctum, concursus laterum trigoni producatur, illa angulum basi oppositum secabit.



Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, q; eadem linea b d producta, necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideoq; quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32. pri-



mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c cōmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo propositum primū, patet etiā & reliquū propositorum, quoniā si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qđ est punctus concursus laterum a b & c b, patet quod linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est cōmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, qđ est secundum propositorum.

XXX.

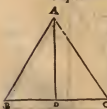
Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum à quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis super basem b c, seceto; ipsam in pūcto d, & sit a d, sitq; illud qđ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est proportio lineæ b d ad lineā a d, quæ lineæ a d ad lineā d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est proportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineā g e, erit ergo illud qđ fit ex ductu lineæ b d ad lineā g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineā d c, est maius quadrato lineæ a d, patet quod linea g e est minor quàm linea d c per primā sexti, abscindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineā d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniā est proportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineā d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, quod si illud qđ fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniā angulus b a c est acutus, nam per eandē demonstrationē patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniā si illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineā d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniā angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.

XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partiales similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, quod linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.

Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c perpendicularis a d. Dico, quod propositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniā enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per diffinitionem perpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per diffinitionem similium trigonorum, patet ergo propositum primum, & quoniā illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cōmune, patet, quia etiā latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertingit

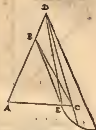


sit ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunque puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonū secās latus ab illo pūcto remotius & ꝓpinquius illi necessario secabit.

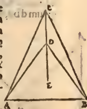
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ d e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuū & directum, secabit itaque linea d e in aliquo puncto lineā d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum e interiacens punctum e, necessario illā secabit, sit punctus sectionis f, palàm itaque, quoniā duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, qđ est impossibile. Idem quoque accidit, si line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctū unum conueniant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

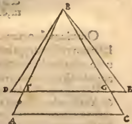
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterū a b punctis terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrūt in puncto d. Dico, ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c d b, ꝙ enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet p 21. primi. Producatur itaque linea d c ultra punctum d usque ad punctum e, est itaque per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est ꝓpositum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, ꝙ si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palàm, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiā patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in pūcto f, & latus b c in puncto g, quia itaque per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cū duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

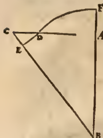


XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, ꝗ partis basis remotioris ad propinquiorem.

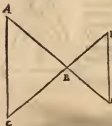
Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c, qđ est basis anguli a b c, linea recta quæ sit b d. Dico, ꝙ minor est ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorē ipsi recto, ꝙ̄ partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo recto, quoniā enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaq; b secundum quātitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineā b c in puncto e, & ad ipsum producatur linea b a in punctum f, factiq; erunt duæ sectiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniā est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcū d e, ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsoꝝ sectorum, ꝓportio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimā sexti. Cum itaq; trigonum c d b sit maius ꝙ̄ sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio ꝙ̄ sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartū. Est autem per primā sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex præmissis, est proportio sicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, ꝙ maior est proportio lineæ c d ad lineā d a, ꝙ̄ anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a, ꝙ̄ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.



XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant lateribus positione & situ transmutatis.



Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c sinistrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, linea scilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungatᷣ linea d e, erit itaq; trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera istorum trigonorum posita, & situ transmutata, quod est ꝓpositum primum.

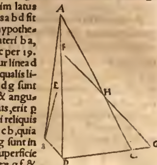
XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquū uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, sintq; anguli a b c & a d c recti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquū laterū rectos angulos continentiū a b unius sit minus reliquo latere alterius, qđ est a d, ut patet in ꝓposita figuratione, si linea a b intelligatur erecta super lineā b c superficiem eius, & linea b d intelligatur ꝑpendicularis super lineā d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝑpendicularis super lineā d c per 22. huius, ꝙ etiam patet, si in superficie iacente ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31. primi, & quoniā linea a b est ꝑpendicularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineæ b d, d c, b e, palàm per diffinitionē lineæ erectæ, quoniā angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi, cum anglus b d c sit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c æquedistent, ergo per 4. undecimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c est ꝑpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed

& latus

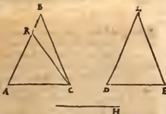
& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b, quoniã enim latus a d est maius latere b a per 19. primi, cum angulus a b d sit rectus, patet, ꝙ præsens figuratio est conformis hypothesi, resecetur ergo per 3. primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19. primi, quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d c, & resecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c, quia uterq; rectus, erit p 4. primi basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie quæ a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineæ g f & c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16. primi, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius æquali scilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ꝓpositum, similiterq; demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palã, quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuersaliter ꝓ positum, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.



XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus subtẽsum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f sint recti, sitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq; maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, ꝗ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, ꝗ lineæ d f ad lineã f e. Sed per 46. primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ sunt d e & f e, & q̃a per 18. sexti ꝓportio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, ꝗ q̃drati d f ad quadratũ f e, est ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, ꝗ amborũ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo p 12. huius maior est ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, ꝗ quadrati d e ad quadratum e f, est ergo per 24. sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, ꝗ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius, erit ergo linea g h minor ꝗ linea a b per 10. quinti. Resecetur ergo per 3. primi ex linea a b æqualis lineæ g h & sit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq; a c b maior est angulo d f c, & hoc est ꝓpositum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuersa est uera, quoniã in talibus trigonis lineæ ma



tores angulos continentes, maiorem habent ad seinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ sub illa obliqua & quacunq; linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, sunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui substrata superficies plana quæ b c d, super quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturq; ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c, Dico, ꝙ angulus a b c est minimus omnium angulorũ contentorũ sub linea obliqua a b, & sub unaquaq; linearum à puncto b ductarũ in superficie b c d, & ꝙ semper propinquior est ipsi minor ꝙ̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales so'um ex utraq; parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcunq; cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea ꝑpendicularis super lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, est itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis super lineã b d, & quoniam angulus a c d est rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior est katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniã angulus a b c minimus est omnium angulorũ contentorũ sub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & sub ipsa linea b c, ꝓpinquior quoq; illi est minor remotiore, ducatur enim à puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quæ sit b e, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quæ sit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis super lineã b e, & quoniã angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per conuersam præmissæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ ꝙ̃ linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c est multo maior ꝙ̃ linea c d, sed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior est ergo linea a e ꝙ̃ linea a d per 46. primi, linea c e est maior ꝙ̃ linea c d Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaq; b a d est maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoq; demonstrandum, ꝙ semper angulus ꝓpinquior minor est remotiore, solũ uero duo ex utraq; parte æquales consistunt, super punctum enim b terminũ lineæ c b in subiecta superficie constituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter super lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d est æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est ꝑpendicularis super ambas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a est cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, similiter quoq; demonstrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, est ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝓponit, patet itaq; intentum.

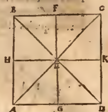


Omnium

XL.

Omnium superficierum æquedistantium laterum diagoni per æqualia se secant, ex quo patet, ꝙ punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

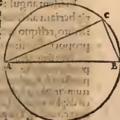
Sit superficies æquedistantiū laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, ꝙ diagoni secantur se adinuicem per æqualia, & ꝙ punctū e est medium punctū superficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt æquiangula & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoq; angulus a c e b, est æqualis angulo, e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, sicut lineæ c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b e est æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt se adinuicem per æqualia, & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e æqualiter distat ab omnibus extremis, in quo tñ si aliquod dubiū fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lateribus superficiei propositæ, per 31. primi, quæ sint f g & h k, sequeturq; propter æqualitatem partiū ipsorum diagonorum modo prædicto argumentando, lineam f e æqualē fieri lineæ e g, & h e æqualē e k. patet ita ꝙ qm̄ in omni modo punctū e æqualiter distat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.



XLI.

Datæ superficiei æquedistantium laterum similem superficiem, cuius latera æquedistent, datæ superficiei lateribus inscribere.

Data superficies æquedistantiū laterum, cui altera inscribi modo prædicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palàmq; per proximā præcedentem, qm̄ illi diagoni per æqualia se secant in puncto e, sed & ipsi adinuicē sunt æquales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̄ ipsorum diagoni sunt æquales, & ipsorum medietates æquales, à pūcto itaq; e, à medietatibus diagonorum partes æquales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies nō fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles resecentur, secundū 3. huius, utcunq; autē hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ superficies l m, p n, est datæ superficiei similis, & ꝙ latera ipsius æquedistant lateribus datæ superficiei, qm̄ enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m c. patet ergo per 2. sexti. qm̄ linea l m æquedistat lineæ b c. similiter quoq; linea l n æquedistat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli superficiei l m, p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorū sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, ꝙ illæ superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propositum.



XLII.

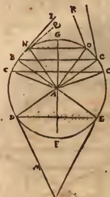
Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiā circuli contentus necessario est acutus.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcunq; contingit. Dico ꝙ angulus b a c necessario est acutus. Producatur

tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e. & quia angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaque propositum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiū portionū eiusdē circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunque minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oēs angulos semicirculorū æquales esse.



Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico quod anguli g b c, & f d e, sub arcubus & cordis cōtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producātur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, eruntque per 5. primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimāsextā tertij. angulus quoque a b l est æqualis angulo a d a, quia uterque eorum est rectus per 17. tertij, sed angulus contingentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. quia uterque ipsorum est minus acutorum per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoque angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaque hi anguli sunt æquales. sit quoque angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c. qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoque corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaque trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorum a b c & a c b, sit itaque angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingētiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sint æquales, quia uterque rectus, per 17. tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, quod angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, quia angulus g s c cōtentus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o, patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunque eorundē circulorum, quia per diffinitionem similiū arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. quia oēs anguli semicirculorum sunt æquales, oēs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaque proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad suas totales periferias duplicatur.

Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrū b, punctū periferiæ circuli a b c d, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulū e g f in punctis e & f, palam itaque, quia angulus a b c erit super periferiā circuli a b c & super centrum circuli e g f, dico quod arcus a d c, capiens angulū a b c super circūferentiā sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrū b. sit enim ut linea b a secet circulū e g f in puncto e, & linea b c in puncto f, ducatur quoque linea e f, & ducta linea

nea g h super centrum g, fiat per 23.primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19.tertij, quoniã angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimã sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25.tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositũ primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrũ b, per 23.primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19.tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. pportio ita q; arcus m f n ad sui totã circũferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totã sui periferiã, qm enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiõis ad sui periferiã, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ respectu suæ periferiæ, & hoc est ppositum.

XLV.

A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionũ perpendicularibus super illã lineã ad circumferentiã productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ producta ad circũferentiã sint g k & b c, dico q; linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquedistans a d per 31.primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10.primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12.primi, hæc ergo p primam tertij transibit centrũ circuli quod est punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulet lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g e æqualis lineæ e b, sed per 34.primi, linea g e est æqualis lineæ n r, et linea e b æqualis lineæ r f, sunt ergo lineæ n r et r f æquales, sed per 46.primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata lineaꝝ k n et r n. quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata lineaꝝ c f et r f, est autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25. huius linea g n est æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione ut prius, quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34.primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46.primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipsi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est propositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

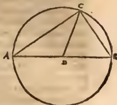
In duobus circulis inæqualibus duobus ſimilibus arcubus ſumptis, productisq́ꝫ præter illos ad arcus alios ſimiles ſemidiametris, ſi à punctis extra circulos proportionaliter ſemidiametris diſtantibus, ab utriſq́ꝫ extremitatibus amborũ arcuum per terminos ſimiliũ arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris eſt maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior ſit a b c, & eius centrum d, & ſemidiameter d a minor uero ſit e f g, cuius centrum h, & ſemidiameter h e, ſignenturq́ꝫ in ipſis arcus ſimiles in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, ſitq́ꝫ arcus a b ſimilis arcui e f, ſitq́ꝫ punctum k extra circulũ maiorẽ, & punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut illa puncta ſecundum proportionem ſemidiametri d a ad ſemidiametrum h e, diſtent ab utriuſq́ꝫ terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã l f, & lineæ k c ad lineam l g, ſicut ſemidiametrorũ a d ad h e, & producantur lineæ ad ſemidiametros k b in punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq́ꝫ producatur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, quod linea m n pars ſemidiametri a d, eſt maior quàm linea a p pars ſemidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq́ꝫ propter æqualitatẽ circulorũ, quoniã linea d b eſt maior quàm linea h f, ſed ꝓpter ſimilitudinẽ arcuum angulus b d c eſt æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ſunt ꝓportionabilia, eſt ergo ꝓportio lineæ b c ad lineam f g, ſicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypotheſi per 11. quinti, ſicut b k ad l f, & ſicut b c ad l g, ergo per 5. ſexti angulus b k c eſt æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, ſed ex præmiſſis anguli d b e & h f g ſunt æquales, eſt ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq́ꝫ in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l ſunt lateribus ꝓportionabilibus contenti, patet per 6. ſexti, quoniã illa trigona ſunt æquiangula, ergo angulus b k d eſt æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, ſed angulus a d b eſt æqualis angulo e h f ex hypotheſi propter ſimilitudinẽ arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k eſt æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l ſunt æquiangula, & angulus k m d eſt æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ m k ad lineam o l, ſicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq́ꝫ ex præmiſſis angulus m k n eſt æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ m n ad lineam o p, ſicut lineæ m k ad lineam o l, ergo ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq́ꝫ a d ſemidiameter maior eſt ſemidiametro e h, erit linea m n maior quàm linea o p, patet ergo propoſitum.

XLVII.

A quocunq́ꝫ puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, ſi maior quàm illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua ſui parte, & ſi minor, minor.

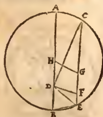
Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua sumam punctum d, utcunque contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiã, itaque pars diametri quæ est a d sit maior quam linea d c. Dico, quod linea a d est maior quam linea d b, quæ est reliqua pars ipsius diametri, quod patet, si copulentur lineæ a c & b c, quia itaque linea a d maior est quam linea d b ex hypothesi, ergo per 18. primi angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior est angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectũ, & angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d ualet rectum, patet, quod angulus c b d est maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, sed latus a d est maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d quam latus d b, & hoc est unum propositum. Eodem quoque modo demonstrandũ, si pars diametri quæ est a d, sit minor quam linea d c, quoniã erit linea a d minor quam linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunque puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum semper una sit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

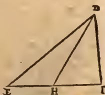
Sit circulus a b d e, cuius diameter sit a b, in qua sumatur punctus d, ut libuerit, ducanturque à puncto d lineæ d c maior & d e minor, sit autem c superior uersus a & e, inferior uersus b. Dico, quod pars diametri quæ est a d, maior est quam d b, ducatur enim linea c e, & super lineã c e ducatur à puncto d per 12. primi linea perpendicularis quæ sit d f, quia itaque quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet ambo quadrata linearũ d f & f c. Quadratum uero lineæ d c maius est quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c est maior quam linea d e, ablato itaque quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ c f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaque linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrũ æquedistanter lineæ d f per 31. primi, erit itaque per 29. primi linea h g perpendicularis super lineam c e, secat autem h g ipsam c e in duo æqualia, transit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipsum punctũ h est centrum circuli, est ergo linea a d pars diametri a b maior quam linea d b, & hoc est propositum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sitque quælibet ductarum maior medietate suæ basis, erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b f, bc, & e f, sint æquales, quæ secent per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h quæ sint æquales. Sitque linea a g perpendicularis super lineam b c, linea uero d h non sit perpendicularis super lineam e f. Sitque linea perpendicularis a g maior linea b g parte basis. Dico, quod angulus b a c est maior angulo e d f, circumscribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem possibile, quoniã uero suppositum est lineam d g esse maiorem

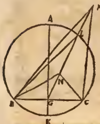


forem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior quam linea g k, ergo per primã tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã productarum, & linea g k erit omnium linearum minima, & quælibet propinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat itaque per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, quæ sit l g c, producta linea l g usque ad periferiã circuli, palam itaque ex figura tertij, quoniam linea g a f l est maior quam linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g, est maior quam linea g l. Producatur itaque linea g l quousque sit æqualis lineæ d h per 3. primi, & sit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaque b m c est æqualis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc proponebatur, & hoc est propositum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sic quod quælibet ductarum minor medietate basis suæ, erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

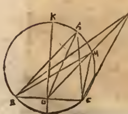
Remanet dispositio præcedentis, nisi quod perpẽdicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, quod angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f. & quoniã linea a g est minor quam linea b g. & linea a k est diameter, palam per 47. huius, quoniã centrum circuli est inter puncta g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omniũ linearum à puncto g ad periferiã circuli productarũ, est ergo linea g l minor quam linea g a, ergo & maior quam linea d h. Fiat itaque per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaque ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc est propositum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basium æqualiũ duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis, erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet maior angulo superiori alterius, & si minor, minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales, diuidaturque basis b c per æqualia in puncto g, & basis e f in puncto h, & ducãtur lineæ a g, d h quæ sint æquales, & utraque ipsarum incidat oblique suæ basi, sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, quod si maior sit a g quam linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor quam linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumscribatur enim per 5. quarti trigono a b c circulus, & ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiam, sit g k per primã tertij pars diametri circuli propositi

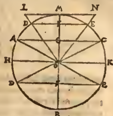


posti quæ completa sit k l, sit itaq; prius linea a g maior q̃ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k est centrũ circuli, est ergo linea k g maior q̃ linea a g per 7. tertij, ergo & maior q̃ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c, cadetq; punctum m in periferiam circuli, est itaq; per 7. tertij linea a g maior q̃ linea m g, ergo & linea d h est maior q̃ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m sit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b. erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, sed angulus b m c est maior angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præostensum, similiter q; demonstrandũ, si linea a g sit minor q̃ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ necessario sunt æquedistãtes, idẽq; accidit, si una earũ fuerit secans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secentq; duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, q; linea a c & d e sunt æquedistãtes, aut itaq; o centrũ circuli est in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utrasq;, uel extra utrasq;, si sit in altera ipsarũ, esto q; sit i linea a c, & à centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis super a c p 11. primi, & producatur ad circumferentiã, sitq; o b secans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum sint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, sed angulus f o a est æqualis angulo f o c, quia sunt recti. angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per 26. tertij. cũ ex hypothesi arcus d a sit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo p 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o. est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquedistantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipsas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ a c & d e, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter. sed angulus o e c est æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. sexti trianguli d o e & a o e sunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, sed angulus o g c est æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propositum. Quòd si centrum o fuerit extra utrasq;, ducatur perpendicularis à centro o super ipsarũ alterum, & sit linea d g ꝑpendicularis sup lineã a c, quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝑducaturq; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o commune, q; angulus a o g est æqualis angulo c o g, sed a o d æqualis est angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo p 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c sunt æquedistantes, qđ est ꝑpositũ primũ. Qđ si una illarũ duarũ linearum secet circulum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, sitq; arcus n h æqualis arcui n k, palam, q; illorum arcuũ quælibet est 4. circuli, ducaturq; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed angulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquedistant, qđ est scđm ꝑpositũ. Qđ si linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e secet circulum, inscribatur

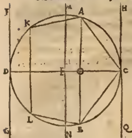


batur eidem semicirculo linea æqualis lineæ d e & æquedistans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qđ est n, ducatur linea o n secans lineam d e in pūcto f, quia itaq; arcus n d est æqualis arcui n e, erit per 26. tertij angulus l o n æqualis angulo m o n, sed per 17. tertij angulus o n l est æqualis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est æqualis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas æquedistātes trans circuli superficiē productas, siue ambæ secēnt, siue ambæ contingāt, siue una secet & alia cōtingat, arcus interiacēt æquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingatq; ipsum duæ lineæ æquedistantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qđ est d ducatur linea d e ad centrum e. est ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis super lineā in illo puncto contingentē quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e ꝑpendicularis super lineā h k contingentē in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquedistans lineæ f g per 31. primi, quæ sit n m, hoc etiam quoq; æquedistabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ sunt linea una, est ergo linea d c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet



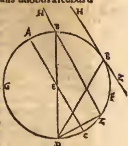
circulum æquedistans lineæ h q contingenti in puncto c, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingentē quæ h q, palam per 2. huius, quoniā secabit & eius æquedistantē quæ est linea e b. sit ut secet ipsam in pūcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij, palā ꝑ 29. primi, quoniā angulus b o e est rectus, ergo ꝑ 3. tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. ducantur itaq; lineæ a c & c b, palāq; per 4. primi, quoniā illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij arcus a c est æqualis arcui b c, ꝙ si linea æquedistans lineæ b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniā semidiameter e c ꝓducta secabit lineā k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmissa, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, est angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, sed linea k p est æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b, quod est propositum.

LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eidem angulo & suo contraposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secent se duæ cordæ a c & c b, & sit sectionis e. Dico, ꝙ angulus a e b est æqualis angulo qui est in circumferentia quā subtendunt duo arcus a b & c d, & ꝙ angulus b e c est æqualis angulo in circumferentia quā subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquedistanter lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulū, palam, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentē, arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcubus a b & d c, qm̄ arcus d c ubiq; est cōmunis, sed arcus d z respicit angulū d b z, qui est æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est æqualis angulo in circumferentiā cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z, & ꝓducatur linea z b extra circulū in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d ꝑ 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus ergo h

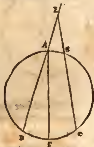
go h b d est æqualis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z est æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit æqualis angulo b e c. patet, quia angulus b e c est æqualis angulo quē in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniā si linea h b z continet circulū & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d. sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, sed arcus b c est æqualis arcui b a per proximam præcedentē. arcus ergo b c d est æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam respicit duo arcus a b & c d, quoniā angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli qui est b g d, similiter & q; potest declarari, q; angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiā quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniā angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionē circuli b c d, qd' est in arcū b a d. est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propositum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus æqualis est angulo super circumferentiā cadenti in arcū, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhensus excedit minorem.

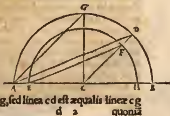
Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circulum quæ sint a e d & e b c. Dico itaq; q; angulus d e c est æqualis angulo qui est apud circūferentiā circuli, quē respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquedistans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus c f æqualis arcui a b. est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiā existens cadit in arcū d f, & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f, quod est propositum.



LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eisdem punctis ad aliud pūctum quodcunq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus proportionales duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

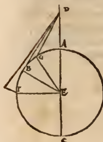
Esto datus semicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico q; si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur, q; illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erūt, sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & e g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti, proportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g, sed linea c d est æqualis lineæ c g



quoniam ambæ sunt ex centro semicirculi, ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem est impossibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo subtenditur linea a d quàm linea a g, & est uicinior diametri, patet ergo propositũ primum, quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendũ, in diuersis uero semicirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerunt, tunc ex centro alterius semicirculi super diametrũ constituto æquali angulo a c d, per 23. primi compleatur propositum, ex 4. primi & per 4. sexti, quòd si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo, inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum, erit quòd æquedistans primo & in punctum ubi linea c d ipsum secabit, quod sit f, ducatur linea à termino sui semidiametri quæ sit e f, & patet propositum per diffinitionẽ circuli & 29. primi, & per 4. sexti. & si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquedistanter eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctũ d quousq; tangat periferiã alterius semicirculi, & cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonstrato, & patet propositum.

LVII.

A puncto uno ad datũ semicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ possibile est duci, ex quo patet, quòd omnis linea ab eodẽ puncto sub contingente ducta secat semicirculũ in uno pũcto sup punctũ cõtingẽtiæ, & in alio sub ipso.



Esto datus semicirculus a b c, cuius centrũ e, & sit extra datus punctus d, à quo ad semicirculũ ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico quòd à puncto d ad semicirculũ a b c, aliã contingentẽ quàm lineã d b duci est impossibile, si enim hoc sit possibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, sit primo ut cadat ultra punctũ b uersus c in punctũ f, & sit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b, & producatur diameter c e a, sed ad punctũ d, palã ergo per 17. tertij, quoniam angulus e b d, est rectus, similiter angulus e f d est rectus. Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d, quod est contra 21. primi. Idem quoq; accidit impossibile, si linea contingens ducta à puncto d ad semicirculũ d b c cadat inter puncta b & a, sit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit semicirculum, tangit autem, ergo ipsa producta secat ipsum, & hoc est propositum.

LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes sunt æquales, & arcus interiacens puncta cõtingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia, & arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & sit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes per 16. tertij, quæ sint e a & e c, dico quòd sunt æquales, & quòd arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ est minor semicirculo. & si producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico quòd linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & si linea d e diuidet arcũ a c per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a e c, quæ producta secabit circulũ, secet ergo ipsum in punctis b & d. palã itaq; per 35. tertij. quoniam illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis est quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a c est æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e est æqualis lineæ c e, & hoc est primũ propositorum. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, sunt ergo æquales. ergo per 4. primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia. & quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e. palã per 32. primi, quoniam anguli e f c & e f a sunt minores rectis, arcus ergo a b c est minor semicirculo per ultimã sexti, quod est secundũ. Ducatur

quoq;

quoq; lineā a c secans lineā e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo linea e g secat angulū a e c per æqualia, patet per quartā primi, cū linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit cōe, quoniā linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cōmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c, eodē quoq; modo patet, ꝙ si linea g e secat arcū a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiā diuidet per æqualia angulū a e c, quia eñ trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, q̄m angulus a e b est æqualis angulo c e b, & hoc est totū quod proponebatur.

LIX.

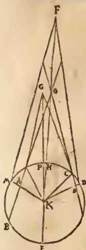
Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis à terminis illorum arcuu ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiū arcuū cōtingere est necesse. Ex quo patet, q̄m oēm angulū & arcum à lineis contingentibus contentū diuidit diameter educta per æqualia.

Esto circulus a b c, cuius centrū sit d, & eius diameter c e, quæ ꝓducam indefinite ad punctū f, & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulū contingentes per 16. tertij. Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrēt in uno puncto eductæ diametri e f. ꝙ si dicat̃ ipsas nō concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cū diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, sed anguli e d a & e d b sunt acuti per ultimā sexti. arcus enim a e, b e sunt minores qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, linearū cōtingentium utraq; cōcurret cū linea d f, si itaq; nō fiat, hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cōcurrat cū linea d f in puncto g. & contingens ducta in puncto b cōcurrat cū d f in puncto h, & sit utraq; punctum g, & ducatur linea a h. eritq; per 16. tertij, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a. ergo per 17. tertij uterq; ipsorū est rectus. quia itaq; angulus d a g est rectus per eandem 17. tertij. patet ꝙ ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cōmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & impossibile. patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducant̃ duæ lineæ circulū cōtingentes in punctis a & b, erūt arcus a e & b e æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e est æqualis arcui b e, qđ est propositum, & patet corollarium.

LX.

Si intra duas lineas circulū cōtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulū cōtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorū intra puncta cōtingentiæ extreriorū, & si arcus hinc inde interiacētes pun

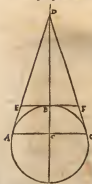
cta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cũ exterioribus necessario concurrent.



Esto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & sic ut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. si enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, si in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & similit angulus k a g rectus, & sic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capit, ut g a. hoc aũt est cõtra 15. tertij, palã ergo, qm̃ impossibile. Si uero detur, ꝙ puncta b & c cadãt extra puncta a & d, sic punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et qm̃ est contingens solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ, sit ille punctus m. Palã itaq;, qm̃ linea m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculũ cõtingunt, quod est cõtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra. Similiterq; demõstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ exteriorũ. Sed & arcubus a b & c d existentibus æqualibus, punctũ g necessario cadit in diametro e h f, si enim extra illã ducat linea k g secans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f est æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoq; a b est æqualis arcui c d, ex hypothesi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p. pars suo toto, quod est impossibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, necessario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret necessario cũ linea f d. linea em̃ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propositum.

LXI.

Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea contingens circulũ ad alias cõtingentes ꝓducantur, illa in puncto suo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.



Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producaf ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, q̃niã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b, à puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaq;, qm̃ est orthogonalis super diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c, sic ergo ut secet lineam d a in puncto e. & lineã d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f sunt recti, palã, quia trigona e b d & f d b sunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera sunt proportionabilia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. quod etiã sic patere potest, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir

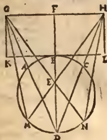
tes cir

tes circulū.f.e a & e b,patet per 58.huius,quod ipsæ sunt æquales.oēs ergo lineæ a e,e b, b f,f e,sunt æquales,ergo lineæ e d & f d sunt æquales.patet ergo propositum.

LXII.

Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulū in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliū terminū diametri productis arcus interiacentes illarū linearū alteram & diametrū sunt æquales,illis uero ad alium punctū circūferentiæ productis ,arcus interiacent inæquales.

Sit circulus a b c d ,cuius centrū e ,diameterq́; eius d b, educat̄ ad punctū f,sintq́; duo puncta g & h æqualiter distantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq́; duæ lineæ g d & h d,ad alium terminū diametri secantes circulū linea g d in puncto a,& linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulū quæ sit k b l, à qua æqualiter distēt puncta g & h. Dico q̄ arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h,erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f,ideo quia puncta g & h æqualiter distāt à puncto f .& ducantur lineæ h l & g k perpēdiculariter super lineā k b l contingentē per 12.primi,erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales. ergo per 33.primi,linea g h æquedistat lineæ k l.ergo per 17.tertij,& per 29.primi,anguli d h f & d f g sunt recti.ergo per 4.primi,anguli g d f & h d f sunt æquales,ergo per 23.tertij,arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste q̄ si à punctis h & g lineæ ad aliud punctū circūferentiæ q̄ ad punctū d producantur,ut ad punctū m uel n,q̄ illæ lineæ arcus resecabunt inæquales.qualibet enim illarū quæ secat diametrum,abscindit minorē arcū,& alia maiorē.& hoc est quod proponebatur.



LXIII.

Diameter circuli diuidens exagonū,eidem circulo inscriptū,ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.

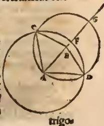
Sit circulus,cuius centrū sit punctū a,inscriptus exagonus qui b c, d e,f g,& ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e,dico q̄ illā diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f .ducant enim lineæ a c & a d,quia itaq; lineæ b c & c d, q̄ sunt latera exagoni sunt inter se æqualia,& utrunq; ipsorū est æquale semidiametro circuli, per 15.quarti.patet ergo q̄ trigona a b c & a c d sunt æquilatera.ergo per 8.primi,ipsa sunt æquiangula.erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d,ergo per 27.primi lineæ a b & c d æquedistant.Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g.patet ergo q̄m diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, q̄d est ppositū.



LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita,ut minor pertranseat centrum maioris,arcum minoris interiacentem periferiā maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.

Sint duo circuli c f d maior,& centrum sit a,& c g d minor,cuius centrum sit b,secentq́; hi circuli in punctis c & d,transeatq́; minor qui c g d per centrum maioris q̄d est a,eritq́; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiā maioris. Dico,q̄ arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a .ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b , & hæc producta compleat diametrū minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d,ducantur lineæ a d,a c, b d,b e, quia itaq; in trigo-

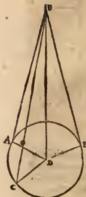


trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & basis a c est basi æqualis a d, quoniã sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit p æqlia in pũcto a, qđ est ꝓpositũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

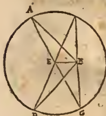
Esto circulus a b e, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter supra circulũ à centro linea d e, ita, ut p diffinitionẽ polus circuli super punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaqꝫ quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoqꝫ lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, p penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d est æquale sibipsi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e. palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunqꝫ similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.



LXVI.

Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphæræ punctum z, sitqꝫ punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g. omnes erunt æquales per diffinitionem sphæræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaqꝫ z e existente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æquales, sunt ergo recti, eodemqꝫ modo potest demonstrari de omnibus angulis cõtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ꝓpositum.



LXVII.

A centro sphæræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphæræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

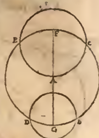
Sit ut in præmissa centrum sphæræ punctum z, sitqꝫ punctum e centrum circuli nõ magni illius sphæræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphæræ linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g quæ sit z. Dico, ꝙ punctũ e est centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ sphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & similiter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearũ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarũ æqualia, ablato itaqꝫ quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e est centrũ circuli a b g, qđ est ꝓpositũ.

LXVIII.

Aequedistantium in sphæra circulorum centra in eadem diametro sphæræ cõsistere est necesse, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in sphæra æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

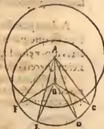
Sit sphæra, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphæræ cum ipsa trãseat centrum sphæræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiẽ circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrũ circuli d e, sunt ergo centra illorũ circulorum in eodem diametro sphæræ, qđ est propositum, & ex hoc patet, quod illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, quod ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, quod si etiam reliquus circulorum æquedistantiũ esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphæræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniã amborum est idem centrum, quod est centrum sphæræ.



LXIX.

Si plana superficies secet sphæram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel superficie sphæria dato est possibile totali superficiei sphæricæ circulum circumduci, alij etiam circulo illius æquedistantem.

Sit sphæra, cuius centrum a, seceturque per planam superficiẽ. Dico, quod communis sectio superficiei sphæricæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrũ a, tunc patet, quod omnes lineæ ductæ à centro a ad sphæræ superficiẽ, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illorum, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiẽ secantem, quæ sit a b, & cõtineantur lineæ a c, a d, a e, a f, & quod quis uoluerit ad aliam sectionem cõmunem à centro ipsius sphæræ, ducãtur quoque lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, sed quadratũ a c est æquale quadrato lineæ a d, quoniam linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionẽ sphæræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibijpsi. relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. per eandẽ demonstrationẽ quotcunque alijs lineis à centro sphæræ a ad aliam communem sectionem productis, omnes itaque lineæ à puncto b ad illam cõmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b est centrũ circuli. Cõmunis ergo sectio istarum superficierũ est circulus, & hoc est propositũ, patet etiam ex hoc correlariũ, quoniam à puncto dato per 12. primi producta perpendiculari super diametrum sphæræ, imagineẽ superficies plana secans sphærã secundũ illam perpendicularẽ, & patet propositũ per præmissa, quod si alicui circulo in sphæra signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphæræ diametrũ transeuntẽ circuli centrũ, cui æquedistans debet duci circulus, & producaẽ in continuũ usque ad aliam sphæræ superficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunque super productã & orthogonaliter super diametrũ sphæræ, imagineturque superficies plana transiens terminos istarum linearum in ipsa superficie sphæræ, faciens sectionẽ, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphæræ super quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiẽ in punctis illis, ut præmittitur sphærã secantẽ, unde à centro sphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam sphæram lineã contingentẽ ducere.

Sit enim datum punctũ a, & centrũ dato sphæræ sit b, & ducatur linea a b à centro sphæræ q̃d est b, ducat̃ linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea a c, palamq́ꝫ p̃ 2. undecimi, quoniã trigonum a b c est in una superficie plana, hoc itaqꝫ per præcedentem secabit sphæram secundũ circulũ cui per 16. tertij. à puncto a ducatur contingens in puncto d, quæ sit a d, & patet propositum.

LXXI.

Omnis superficies plana contingens sphæram, secundum unicum punctum est contingens.

Ducatur in plana superficie contingente sphæram linea recta trans locum contactus, & in superficie sphæræ circulus magnus. si ergo superficies plana contingit sphæram secundũ aliud q̃ secundũ punctum, & linea recta continget circulũ secundũ idem, non ergo secundũ punctum continget linea recta circulum, q̃d est contra 15. tertij, palam ergo propositum.

LXXII.

A dato puncto superficiei sphæricæ superficiẽ planam contingentem ducere, ex quo patet, q̃ omnis linea centrum sphæræ transiens, est perpendicularis super eius superficiem, & si est perpendicularis super sphæricam superficiem, necessario transit centrum sphæræ.

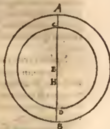
Esto sphæra, cuius centrũ sit a, & circulus eius magnus b d c, ducaturq́ꝫ linea a b à cẽtro ad circumferentiã, & à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ sit f b e per 16. tertij, erunt ergo anguli a b c & a b f recti, imaginatis quoqꝫ per 69. huius circulis q̃becunqꝫ in superficie sphæræ secantibus se in puncto b, & ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b, palam per 17. tertij, quoniã linea b a cum om̃ibus illis lineis continet 9. angulos rectos, ergo omnes illæ lineæ sunt in una superficie plana per 2. undecimi, illa itaqꝫ superficies contingit sphæram per diffinitionẽ superficiei planæ sphærã contingentis. ex hoc itaqꝫ patet, q̃m cũ omnis linea à centro sphæræ ducta, sit erecta super planam superficiem, sphærã ipsam in puncto suæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ sunt æquales, quoniã ipsa est ꝑpendicularis super sphæræ superficiẽ, per diffinitionem perpendicularis. anguli enim semicirculoꝝ omnes sunt æquales per 43. huius, quoniam linea a b producta ad punctũ g est adhuc erecta super superficiem planam, sphæram contingentẽ in puncto b. palam, quia linea g b, & quæcunqꝫ alia ꝑpendicularis erigi potest super superficiẽ planam in puncto b, contingentẽ sphæram transit centrũ sphæræ a, quia si à puncto b possit alia linea erigi super superficiẽ contingentẽ, non transiens centrum sphæræ a, sit illa h b d, & sit angulus h b c rectus. Sed angulus g b e est rectus per 13. primi, cum angulus a b e sit rectus ex hypothesi, erit itaqꝫ rectus maior recto, q̃d est impossibile, patet ergo ꝓpositum.

LXXIII.

Omnium sphærarum, quarum conuexæ superficies æquedistant, uel secundum se totas se contingunt, necessario est idem centrum.

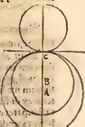
Sins

Sint duæ sphæræ, quarum conuexæ superficies æquedistēt, secte per æqualia per unam planam superficiē, cōis sectio superficierum illarū sphæricarum & huius planæ, erunt circuli, sitque magnus circulus maioris sphæræ a b, & centrum eius e, minoris uero sphæræ circulus magnus sit c d. Dico, quod idem punctū e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut si e non sit centrū amborum circulorum, linea tamen a e b transeat per ambo centra, qđ potest fieri continuatis centris per lineā rectam, & pducta illa ad periferiā maioris sphæræ huius, itaque erit diameter circuli a b, quoniā circuli a b & c d sunt in eadem superficie. Sit ut diameter a b secet periferiā circuli c d in punctis c & d, eritque recta c d diameter circuli c d, quia ergo ppter æquidistantiā circulorum linea a c est æqualis lineæ b d, & linea a e æqualis lineæ e b. remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e. patet, quod punctus e est centrum circuli c d, si enim non sit punctus e centrū circuli c d, sit centrum eius punctus h, eritque per diffinitionē circuli linea h d æqualis lineæ h c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, sed linea h a est maior quam linea a e, ergo h b est maior quam linea e b, pars suo toto, qđ est impossibile, est ergo pūctus e centrū circuli c d, & quia circulus c d est magnus circulus suæ sphæræ, patet, quod æquedistantium sphærarum est idem centrum, qđ est propositū primum. & eodem modo de sphæris secundum totas suas superficies contingentibus est demonstrandū. lineæ eductæ a centro ad concauū maioris & ad conuexū minoris, sunt æquales, patet ergo illud qđ pponebatur.



LXXIIII.

Si duæ sphæræ æquedistantes fuerint, uel secundū totas superficies se contingentes, quæcunque linea super unius earum superficiem perpendicularis fuerit, super alterius quoque superficiem perpendicularis erit.



Istud faciliter patet, quoniā enim ex præmissa tales sphæræ idem cētrum habere necessario coprobantur, ergo per 72. huius, linea ppendicularis super alteram istarum sphærarū centrum ipsius transit, sed centrum ipsius est centrum alterius, ergo per eandem 72. huius super alterius etiam sphæræ superficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc est propositum.

LXXV.

Si duæ sphæræ centra diuersa habuerint, impossibile est ut lineæ perpendiculares super unius superficiem sint perpendiculares super alterius superficiem, nisi una tantum quæ transit centra ambarum.

Quocunque modo se habentibus adinuicem sphæris, siue extrinsecus siue intrinsecus se contingentibus, uel etiam se non contingentibus, uel etiam se adinuicem secantibus semper, patet ex 72. quoniā linea transiens per centra ipsarū, est perpendicularis super superficiē utriusque, aliam quoque lineā super utriusque superficiem ppendicularē esse, est impossibile. Si enim sit possibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter super utriusque sphæræ superficiē, palamque erit ex eadem 72. huius, ipsam per utriusque centrū transire, qđ est oppositum hypothesi, patet ergo, qm nullam aliam lineā præter eam, quæ transit centra ambarum ppendiculariter duci super utriusque sphærarum superficies est impossibile, & hoc est propositum.

LXXVI.

Si sphæra sphæram intrinsecus aut extrinsecus contingat, in uno tantum puncto contingere est necesse.

Si enim sphæræ contingentes se intrinsecus, non in puncto se contingant, necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos, non se in puncto contingere, quod est

contra 12.tertij.& impossibile, quod si sphæræ extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto,& hoc est contra naturā circulorum extrinsecus se contingentiū,& contra eandem 12.tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphæras, quæ se extrinsecus contingāt, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71.huius, quoniā utraque illarum sphærarum illam superficiē planam contingit in puncto, ergo & semuicem in puncto contingant, propinquior est utriusque sphærarum ipsa plana superficies interposita quam reliqua sphærarum,& hoc est propositum.

LXXVII.

Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarū à puncto contactus duo circuli maiores, per 67.huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra,& per puncta contactuum,& quia centra horum circulorum sunt centra sphærarum suarum per diffinitionem circulorū magnorum, hos autē circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo propositum.

LXXVIII.

Centrorum sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositā ex ambarū sphærarū semidiametris, intrinsecus uero contingentiū se secundū excessum simidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76.huius, quoniā enim contactus sphærarū fit secundum unum tantū punctum. punctus uero est, cui pars non est, tunc euidens est, quod punctus ille cōmunis in utraque interfectione nihil adimit de diametrorum quantitate, indiuisibile enim nō fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto,& sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphæræ superficiē aliquam secundū eam totam contingat, necesse est superficiē contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit ut aliqua sphæra secundū suum concauum contingat aliquam superficiē secundum omnes illius partes, sicut uas sphæricū superficiem aquæ contente. Dico, quod uerum est quod proponitur. ducantur enim lineæ plurimæ à centro sphæræ ad locum contactus sui cum illa superficie,& quia omnes lineæ productæ ad concauū sphæræ, sunt æquales inter se ex diffinitione sphæræ,& sunt æquales productis lineis ad conuexū superficiei cōtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniā illa superficies est pars sphæræ,& quilibet intellecta extendi secundum concauū ambientis sphæræ, sphæram minorē complebit, est ergo pars minoris sphæræ. linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9.tertij. idem habens centrū cum circulo cui applicatur,& sic illa superficies est pars minoris sphæræ, quod est propositum.

LXXX.

Si sphæra sphæram interfecet, communis sectio superficierum sphæricarum se interfecantium, erit periferia circuli.

Quod hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineam cōmunem sectionis sphærarum se interfecantiū plana erit, cōmunis ergo sectio illius superficiei & utriusque sphærarum erit circulus per 69.huius. palam ergo, quod cōmunis linea interfectionis superficierum sphærarū illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cōmunis illi sectioni, quoniā aliās corpus quo utraque sphæræ cōmunicāt, est corpus cōmune sphærarum interfectioni,& est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum,& diuersis secundum dispositionem se interfecantium sphærarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

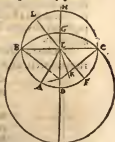
Sphærarum se interfecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet interfecantiū se sphærarum centra diuersa esse.

Primum patet ex diffinitione ſphærum ſe interſecantiū, quoniā enim interſecantibus ſe ſphæris, diameter unius per alteram abſcinditur, & maiorū circulorꝫ diametri ſuarum ſpærarꝫ. diuidunt enim circuli magni ſuas ſphæras per æqualia, tunc patet, ꝙ circulus unius ſphæræ & alterius ſe interſecantium aliqua linea eſt cōmunis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una ſphæra aliam continet, palam, quia tales circuli ſe inuicem ſecant ex diffinitione talium circulorꝫ, quia uero ex 5. tertij circulorꝫ ſe inuicem ſecantiū centra eſſe diuerſa neceſſe eſt, & idem eſt centrum ſphæræ qđ eſt centrū circuli magni in illa ſphæra. patet corollariū, ſcilicet, quia interſecantium ſe ſphærarum centra ſunt diuerſa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si ſphæra ſphæram interſecet linea, quæ centra illarum ſphærarum tranſit, centrum circuli periferiæ communis ſectionis tranſire, & ſuper ipſius ſuperficiem perpendicularem eſſe, neceſſe eſt.

Circulus cōmunis ſectionis ſphærarū aut eſt circulus maior alterius ſphærarū ſe interſecantiū, aut minor. ſi maior, hoc erit ſolū, cū maior ſphæra minorē interſecat. Si enī æq̄les ſphæræ ſecūdū circulū maiorē ſe īterſecarēt, nō eſſet ſphærarū interſectio, ſed unius ſphæræ ex duobus hemiſphærijs æqualibus cōpoſitio. ſi ergo circulus cōis ſectionis ſphærarꝫ ſit circulus maior, non erit ille circulus maior niſi in ſphæris inæqualibus ſe interſecantibus circulus ſphæræ minoris, quoniā ipſum eſſe circulū maiorem ſphæræ maioris eſt impoſſibile, qm̄ maior circulus ſphæræ maioris non poteſt cadere in ſuperficiē ſphæræ minoris. Sit itaqꝫ circulus talis a b c, & ſit centrum maioris ſphæræ d, ſphæræ uero minoris e, erit quoqꝫ e centrum circuli a b c ex hypotheſi, ducatur ergo linea d e, & patebit ꝑpoſitum primū. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntq́ꝫ triangulorꝫ d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniā linea d e latus eſt cōmune, & latus d a æquale eſt lateri d b ex diffinitione ſphæræ, latus quoqꝫ a e æquale eſt lateri b e ex diffinitiōe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a, ſimiliter autē angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuerſaliter à quocunqꝫ puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum ſphæræ anguli ſuper centrum e ſemper erunt æquales, & quia ſuper eandem diametrū oppoſitis punctis ſignatis linea d e æquales angulos conſtituit, patet per diffinitionē ꝑpendicularis, qm̄ ipſa linea d e ſuper omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e ſuper ſuperficiē circuli a b c erecta eſt, & ſuper eam ꝑpendicularis.



Si uero circulus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarū ſe interſecantium, ſed minor, intelligatur in ipſo ꝑtracta diameter q̄ ſit l f per puncta l f, & utraqꝫ ſphærarum imaginetur recta per ſuperficiē planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ ſunt in ſupficie utriuſqꝫ ſphæræ, erit ergo per præmiſſa quilibet illorū circulorꝫ circulus maior in utraqꝫ ſphærarꝫ ſe interſecantiū, ſecabitq́ꝫ circulū a b c uterqꝫ illorum circulorꝫ maiorum per æqualia, qm̄ arcus f l eſt medietas circumferentiæ circuli a b c, tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrū illius circuli a b c, qđ eſt e. imaginenť item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphæris, quorū quilibet ſecet portionē circuli maioris ſuæ ſphæræ erectam ſup circulū a b c per æqaulia, qđ fieri poterit ex 29. tertij, diuiſo arcu f l utriuſqꝫ circuli ſphærarꝫ ſe interſecantiū per æqualia, & à puncto ſectionis utriuſqꝫ circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphærarꝫ utriuſqꝫ, fiat itaqꝫ ſectio arcus ſphæræ maioris in puncto g, & ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h, & ſimiliter hi circuli maiores cum illis circulis quos ſecant angulos æquales ſphærales, uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra ſphærarū ambarꝫ tranſeant, quoniā ambo ſecabunt circulū a b c per æqualia. tranſibunt ergo per centrum ipſi ꝙ eſt e linea, ergo d g, q̄ per diffinitionē maiorum circulorꝫ, & per 3. undecimi eſt cōmunis ſectio duorum circulorū maiorꝫ in ſphæra maiori ſe ſecantium, tranſeunt per centrum e,

quoniam cum centrum e sit in superficie utriusq; illorum circulorũ, necesse est, ut sit in linea cõmuni utriusq;. Similiter etiam linea e h, quæ est cõmunis sectio circulorum maiorum in sphæra minori se intersecantiũ, transit per centrum e, sed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitionẽ circulorum se secãtium est aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa per primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphærarum se intersecantiũ, & per centrum circuli, qui est cõmunis sectio, cũ centro in periferia cõmunis sectionis superficierum sphæricarum se intersecantium. patet ergo propositum primũ. Secundum uero patet ex præmissis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum secant, & eorum cõmunis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc est propositũ. potest & idem per 66. & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

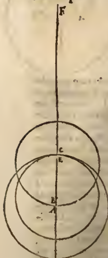
LXXXIII.

Si sphæra sphæram intersecet, lineam transeuntem centrum circuli periferiæ communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiẽ insistentem, ambarum sphærarum centra transire necesse est.

Hæc est conuersa præcedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis sectiõis sphærarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambarum, uel alterius sphærarũ, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambarum sphærarũ alia linea, quæ sit d h. patet autem per præcedentẽ, quoniã hic erit transiens per centrum e, & erit perpendicularis super superficiẽ circuli a b c. ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt perpendiculares super eandem circuli superficiem a b c, quæ sunt e d & e k, qđ est contra 13. undecimi, & impossibile, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Si sphæra sphæram intrinsecus intersecet, necesse est centra illarũ sphærarum respectu situs sui contactus secundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui est communis sectio suarum superficierũ plus distare, centrúq; sphæræ continentis plus profundari.



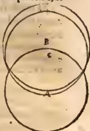
Sphæræ datæ intersecare se debentes, si æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se intersecent, tunc ipsarum idem erit centrum. facta uero intersectiõe ipsarum centra diuersantur per 8. huius. & secundũ quod circuli periferia, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierum sphæricarum fit maior uel minor, secundũ hoc plus uel minus distabunt centra, quod si sphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinsecus cõtingere poterint, tunc in situ suæ cõtingentiæ centrorum suorum distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphæræ maioris ad semidiametrũ minoris. Demus ergo, quod centrũ maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius. intersectio uero fit secundũ circulum per 80. huius. palã, quia facta intersectione sphærarum, abscindet sphæra a diametrum b c in puncto alio quàm in termino suo qui est punctus c. sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponatur, que linea f e sit æqualis diametro sphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est æqualis semidiametro b c, quoniam sunt diametri eiusdem sphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior quàm linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior quàm linea a b, plus ergo distãt centra sphærarum in intersectione quàm in situ contactus, & secundũ quod periferia circuli, quæ est cõmunis sectio suarum superficierũ minoratur, secundum hoc distantia centrorum augetur, & secundũ quod illa periferia augetur, secundum hoc

hoc distantia centrorum minuitur,& respectu partis uniuersi ad quā fit intersectio plus profundatur centrum sphæræ continentis respectu contactus in tanto,quanto linea a e fit maior q̄ linea a b,& hoc est quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ sphæræ intra tertiam secundū circulum æqualem circulo maiori sphæræ,intra quam fit intersectio,se intersecent,utraq; illarum sphærarum sphæram,intra quam fit intersectio,intersecabit,& omnium illam superficierum sphæricarum cōmunis sectio erit periferia circuli unius.

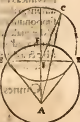
Verbi gratia:Sit in sphæra,cuius centrum a intersecet sphæram,cuius centrum sit b intra sphæram,cuius centrū sit c secundū circulum æqualē circulo maiori sphæræ c,dico q̄ sphæra a & sphæra b intersecabunt sphæram c.& omnium superficierum sphæricarum illarum sphærarū erit cōmunis sectio periferia circuli secundū qd' sphærarum a & b fiebat intersectio.hic est cuiusdam circuli magni sphæræ c,quoniā enim circulus maior diuidit sphæram p æqualia,quia transit per centrū eius ex diffinitione,tunc patet,q̄ æqualis eidē utcunq; contingat eum in sphæra pduci,diuidet eam per æqualia.& sic intersecabit secundū illum circulū utraq; sphærarum.s. a & b sphærā c. Sphæra autem a intersecante sphæram b,communis sectio est periferia circuli per 79.huius,diuidit autē iste circulus sphæram c per æqualia, ergo intersecat.est ergo eius periferia in superficie c,sed & eadem periferia est in superficiebus sphærarum a & b.In omnium ergo sphærarū illarū trium superficiebus est illa circuli periferia,est ergo ipsa cōmunis sectio omnium superficierum dictarum sphærarum,quod est propositum.



LXXXVI.

Lineam à centro sphæræ per centrum circuli sphæram secantis orthogonaliter ductam,medio abscisæ portionis,est necessarium applicari.

Sit sphæra cuius centrū a,& sit circulus b c d,cuius centrū sit e,abscindens portionē sphæræ,ducatur q; linea a e,& pducatur usq; ad superficiē sphæricam,cui incidat in pūcto f.Dico,q̄ linea a e necessario applicatur puncto,qui est medium abscisæ portionis sphæræ in conuexo uel concauo ipsius,& q̄ hoc est punctum f.ducantur enim lineæ a b & a c.& copulenē lineæ e b,e c,e d,erunt itaq; trigona a e b,a e c,a e d omnia secundū latera æquales angulos respicientia,adinuicem pportionabilia,q̄m illa ipsorum latera sunt adinuicē æqualia,ut patet per sphæræ & circuli diffinitiones,& quia latus a e est omnibus cōmune.anguli itaq; b a e,c a e,d a e omes sunt æquales per 5. sexti.ergo per 25.tertij angulus b f,c f,d f sunt æquales,& quoniā productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d,idem semper accidit.palam,quia punctus f est in medio portionis abscisæ de sphæra,& hoc proponebatur.



LXXXVII.

Proportionem partis superficiei sphæricæ ad totalem superficiem suæ sphæræ,sicut anguli solidi in ipsam à centro sphæræ cadentis ad octo rectos solidos necesse,est esse.

Verbi gratia.Sit a b c pars superficiei sphæricæ alicuius sphæræ,cuius sit d & ducantur lineæ a d,d b d c,& in ipsa superficie ducantur lineæ a b,b c,a c,fiet q; pyramis,cuius uertex est punctum d,& basis a b c.palam quoq;,quoniam angulus circa punctum d est solidus,tribus angulis superficialibus contentus.Dico,q̄ quæ est pportio illius anguli ad 8.rectos angulos,qui replent locum solidum circa centrum d,eadem erit proportio superficiei sphæricæ quæ est a b c, ad totam sphæricam superficiem suæ sphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, transeuntes per omnia puncta illius superficiei,

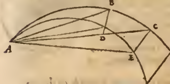
non

non secantes se super illam. patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius superficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est ꝓportio, sicut angulorum contentorũ sub linea à centro d ad ipsorum terminos, productis ad 4. rectos ęquales per ultimam sexti, patet ergo propositum. & etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphæricæ, sic residuum 8. solidorum angulorũ rectorũ totali residuo superficiei illius sphæræ respondet, ergo p 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpositum.

LXXXVIII.

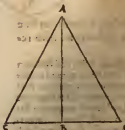
Si inter duas quartas circulorum æqualium in sphæræ superficie se secantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquedistantes, & remotior à puncto sectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in superficie alicuius se secantium, qui a b c & a d e, secantes se in puncto a, in quibus signantur arcus æquales, ita ut arcus a b sit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, φ lineæ c e & b d sunt æquedistantes. & φ linea c e est maior φ linea d b, quia itaq; arcus a b est æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a est polus circuli transeuntis per puncta d & b, ideo φ rectæ lineæ quæ a d & a b sunt æquales, & similiter est de circulo transeunte puncta c & e, circumducatur ergo superficiei sphæræ per puncta d b circulus erectus super diametrum sphæræ p 69. huius, & similiter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquedistantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquedistantes p 16. undecimi, imaginata superficie plana in qua sunt puncta b c d e, circulos secundum illas lineas secante. sed & linea c e est maior φ linea d b, si enim sit æqualis cum sit æquedistans, palam, quia circuli a b c & a e d æquedistantes erunt, qđ est contra hypothesim; supponunt enim se secare in puncto a, aut sequatur circulum transeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo transeunti per puncta c & d, quorum circulorũ polus est punctum a, qđ iterum est impossibile. & si linea c e sit minor φ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius φ ultra lineam b d, est ergo linea b d remotior à puncto sectionis, quod est ꝓpositum hypothesis, ergo patet ꝓpositum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, sunt æquales, & cum semidiametris basis æquales, sed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis esse polum circuli suæ basis, omnemq; lineam longitudinis esse in eadem superficie cum axe, ipsam quoq; axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere.



Quoniam enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ suum unde incipit redeat, triangulo ipso circumducto, qui triangulus, si fuerit duorum laterũ æqualium, secundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

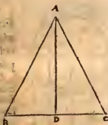


cium fuerit fixū,causabit pyramis rectangula,ideo,ꝙ angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus,per 5.& per 32.primi.& si fixum latus fuerit minus latere moto,erit pyramis ambigonia,quā per 19.primi angulus ad uerticem fit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto,erit pyramis oxigonia,quia per eandem 19.primi,angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante semper 32.primi. sic ergo diuersantur formæ pyramidum secundum diuersitatē ꝓportiōis lateris fixi ad alterum latus motum,rectum angulū continens cum fixo,& quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide.palam,ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ,sunt æquales.i.f.quæ in trigono rectangulo recto,ergo & omnes inter se sunt æquales.Si ergo trigonū orthogoniū causans pyramidem sit a b c,cuius angulus a b c sit rectus,erit per 32.primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lōgitudinis & semidiametris basis sunt æquales.& hoc ꝓponitur,patet enim ex ijs,quā punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suæ basis per 65.huius,& quoniā linea a c est in eadem superficie trigona cum linea a b.patet,quoniā omnes lineæ longitudinis sunt in eadē supeficie cū axe a b,& quoniā linea b c motu suo describit circulū basis.patet ꝙ axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8.primi.quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente cōmuni,omnes anguli ad centrum b constituti sunt æquales,patet ergo propositum.

XC.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinē & superficiei conicæ,cōmunis sectio est trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum,ex quo patet,quoniā illa superficies diuidit pyramidem per æqualia,& ꝙ superficies quæ pyramidē secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c,cuius uertex a,& diameter basis b c, & sit centrum basis d,& palam per præmissam,quā linea a d est axis illius pyramidis.superficies itaꝗ plana secans pyramidē rotundam,secundū axis longitudinē pertransit puncta a & d,erit itaꝗ illa superficies plana orthogonaliter erecta sup basem pyramidis per 18.undecimi.cōmunis itaꝗ sectio basis pyramidis & illius superficiei planæ est linea recta p 3.undecimi.qđ est diameter basis, & sit hoc b c.trigonū itaꝗ a b c est in superficie secante, sed & idē trigonum est in superficie conica pyramidis, & quoniā trigonum orthogoniū b a d est illud, ex cuius ꝑtransitu describitur pyramis a b c,& trigonū a b c est duplum illi per 1.sexti.patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda,patet etiam,ꝙ illa supficies taliter pyramidem secans,diuidit ipsam per æqualia,quā transiens uerticem & conclusa diametro per æqualia diuidit & basem,in laterata uero pyramide,aut supficies plana secans transit latus aut angulum,eritꝗ ꝓductis lineis ad terminū axis pyramidis,illa cōmunis sectio semper trigonis maior uel minor,patet ergo propositum,quoniam & cōuersa per se,& ex præmissis patet.

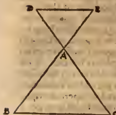


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis super axem in uertice tantū se intersecant, productæ quoꝗ aliam similem pyramidem principiant,cuius lineæ longitudinis secundum positionē & situm priori pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuscunꝗ ꝓductæ, se super axem in uer-

in uertice fecent, euidens eſt, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes ſunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipſarum aliam interſecat, quod etiã productæ aliam pyramidẽ priori ſimilẽ principiant, patet, ſecet enim ſuperficies plana pyramidẽ ſecundum axis longitudinẽ, erit ergo per præcedentẽ cõmunis ſectio iſtius ſuperficiei & ſuperficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ cauſantis, ſed palã per 36. huius, quod latera cuiuslibet trigoni productа principiant aliũ trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot poſſunt imaginare planæ ſuperficies trãs axem pyramidẽ ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori ſimilem, lineis longitudinis à dextra prioris procedentibus in ſiniſtrũ poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrum poſterioris, & econuerſo, patet ergo propoſitum.

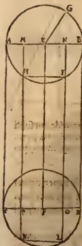


XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit.

Hoc non indiget demonſtratiõe alia niſi ſimili illi, quæ fit in 89. huius. ſicut enim trigonum orthogoniũ altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, per reuolutionẽ ſuam cauſat pyramidẽ rotundam, ſic quadrilaterũ rectangulũ quoque ſuorum laterum fixo manente, alijs tribus quouſque ad locũ ſuum redeãt, circũductis cauſat motu ſuo figurã columnarẽ rotundam; fiet ergo protractio omniũ eorum quæ proponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis ſuperficiei planæ ſecantis columnã rotundam ſecundũ axis longitudinẽ & ſuperficiei columnæ, cõmunis ſectio eſt rectangulũ ſub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſium contentũ, ex quo patet, quoniã illa ſuperficies per æqualia diuidit columnã.

Colũna rotunda ſit, cuius axis e f, ſecetque ipſam per e f ſuperficies plana, ſitque cõmunis ſectio ſecundũ puncta a b c d. Dico, quod ſectio a b c d eſt quadrangula rectangula ſub lineis longitudinis colũnæ, & duabus diametris baſiũ cõtenta. ducatur enĩ linea e a in baſe colũnæ & in ſuperficie ſecãte, hoc eſt ergo ſemidiameter circuli baſis colũnæ. Cõpleat itaque e g diametrum baſis, cadetque in ſuperficie plana columnã ſecante. ſi enĩ linea e g nõ eſt ducta in ſuperficie plana columnã ſecante, ducatur linea b e in illa ſuperficie ſecante. lineæ ergo b e & e a ſunt linea una, quoniam ſunt in una ſuperficie, productæ ambo orthogonaliter ſuper axem e f cõtinuè, ſimiliterque linea e g cõplet diametrũ a e, nõ in ſuperficie ſecãte, ſed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in ſublimi, quod eſt contra 1. undecimi. palam itaque, quoniam linea a b eſt diameter baſis, & quod punctus g cadit ſuper punctum b. Similiterque declarandum de linea c d, quoniã eſt diameter alterius baſis, lineæ quoque a c & b c ſunt lineæ longitudinis columnæ, quod eſt propoſitum, ex hoc itaque patet, quoniam cum

illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, quæ etiam diuidit per æqualia columnam.

XCIIII.

Superficiei secātis columnā rotundā æquedistāter superficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cōmunis sectio, est rectangulū sub duabus lineis lōgitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basiū cōtentū.

Sit, ut in præcedenti propositione, columna secta per planā superficiem secundū sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq; nunc superficies plana columnā secās, æque distans superficiei a b c d, cuius cōmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq; à punctis h & i lineæ perpendiculares super diametrū a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq; i k minor est diametro c d, ductis perpendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo propositū.

XCV.

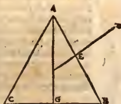
Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundū punctū contingit superficies plana, proposita corpora sicut sphærā, quoniam in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra. sed utcūq; contingit ipsa secundum superficiem, quoniam cum in quolibet istorū corporum sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundū lineas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundū punctum, sed secari, quod est contra 15. tertij, & impossibile. non ergo continget superficies plana proposita corpora secundū superficiem, restat ergo, ut secundū lineam contingat, & quia cōtingit in pyramide uerticē & basem & in columna ambas bases. patet, quod utrunq; illorum secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e perpendicularis super curuā illius superficiem. Dico, quod linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est perpendicularis super curuam superficiem propositam, palam per diffinitionē, quoniam linea e d est perpendiculariter erecta super superficiem contingentē pyramidem super aliquā lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b. palam ergo per 2. undecimi, quoniam lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est perpendicularis super curuam superficiem pyramidis. patet, quod illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. producta ergo trās pyramidē, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b per æqualia diuidēs pyramidē, & trāsibit per axem a g per 90. huius. trigonū a b g cum linea d e est in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, quod est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cōcurret cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, quod est propositum, quoniam in columna rotunda eodem modo demonstrandū, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie, patet per 2 huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc proponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel colum-

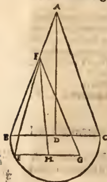
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidẽ uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, quõ continget illam secundũ lineam longitudinis. superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiẽ curuam pyramidis uel columnæ, & ipsorũ cõmunis sectio est linea longitudinis, sup quã in superficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicæ pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quã secundum axis longitudinẽ secet superficies plana secundũ trigonum a b c per 90. huius, secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nõ per uerticem secundũ sectionẽ, quæ sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g æquedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad medium suæ basis, & quia linea e g est linea recta, quæ est æquedistans diametro basis pyramidis, & punctũ f signatũ est in supficie conica in supremo, supficies e f g secat conicã supficiẽ. Si itaq; sectio e f g sit trigonũ. s. rectilineũ, patet, quõ duæ lineæ lõgitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonũ quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniã supficies secãs supponiť esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una, cum itaq; illa sectio sit linea una, dicať sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̃ est a d sit æqualis semidiametro basis, quæ est b d. palam, quia pyramis a b c est orthogonia, quõ angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cõmunis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquedistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quã Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquedistant, sed cõcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quæ est uertex pyramidis, tũc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uersus punctũ c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicetur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissime uariantur.



XCIX.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratam trãs axem, æquedistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis sectio est similis periferiæ basis. & si illa sectio periferiæ basis est similis, superficies secans æquedistat basi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa sectio basis æquedistat, omes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, ꝙ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniã omnia latera trigonorũ totalium & partialium

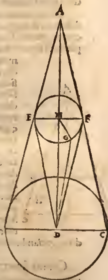
erunt

erũt ꝓportionalia.& ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis,eſt etiã baſi æq̃diſtãs,q̃m ſi nõ eſt æq̃diſtãs,erit alia ſcd̃m idẽ punctũ ſecãs per axẽ,æq̃diſtãs baſi ſimilis piferiæ baſis p̃ p̃miſſã, ſequit̃ itaq;,ut una ſimilis,alia quoq; non ſimilis,ſecundũ idem punctũ ſecent axem pyramidis,alia uero æquediſtãs baſi fieri poterit p̃ 31.primi,ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui linearũ baſis pyramidis,& à terminis illius alijs lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis,ex hoc autem accidit impoſſibile,q̃m ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecũ ꝓpter trigonorũ ſimilitudinẽ æqualem fieri intrinſeco,cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ baſis.patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandũ eſt in columnis lateratis,& facilius ꝓpter æqualitatẽ linearũ p̃ 34.primi.

C.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam tranſaxem æquediſtanter baſi,& curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cõmunis ſectio eſt circulus,& ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi,ex quo patet,ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtãter baſi ſecans pyramidẽ uel columnã,nouam pyramidẽ conſtituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c,cuius uertex a,diameter b c,& centrũ baſis d,ſecet'q; ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi,& ſit cõmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g.Dico,ꝙ linea e f g eſt periferia circuli,ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem,quæ eſt a d,cõmunis itaq; ſuperficiei & pyramidis ſectio,eſt trigonum,qđ ſit a b c per 90.huius. ſecet'q; ſuperficies e f g axem a d in puncto h,& trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f,erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d p̃ 16.undecimi,eſt ergo per 29.primi & per 4.ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a,ſicut lineæ c a ad lineam e f,ergo per 7.huius,erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e,ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16.quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, ſicut lineæ b e ad lineam e f.Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89.huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum ſemidiametris baſium,ſunt æquales.palam per 4.primi,quia linea d e eſt æqualis lineæ d f,& angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c,q̃m ambo ſunt recti.& angulus e d b æqualis angulo f d c,remanet angulus e d h æqualis angulo f d h,quoniã ſunt reſiduæ partes rectorũ ſuper angulos æquales. palam ergo per 4.primi,q̃m linea e h eſt æqualis lineæ h f.Similiter'q; ductis lineis h g & d g,& completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur,quoniã linea f h eſt æqualis lineæ g h,ſunt enim trigona æquiangula,ut patet intendenti,ergo per 19.tertij punctũ h eſt centrum circuli,eſt ergo e f g linea circũferentia circuli, qđ eſt ꝓpoſitum.Et ſi ſectio e f g eſt circulus,palam,q̃m ſuperficies plana ſecundum illum circulũ ſecans pyramidẽ,eſt æquediſtans baſi,erit enim e a f pyramis,cuius axis a h,& centrum baſis h,erit itaq; linea longitudinis,quæ eſt e a,æqualis lineæ f a per 89.huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a,remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f,erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi,& quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia,ergo per 8.primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d,ergo per diffinionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet,ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiẽ e f g,ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis,cuius diameter eſt b c,ergo per 14.undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis,quod eſt ꝓpoſitum,q̃m ſimpliciter ſecundũ præmiſſum in pyramidibus modũ,in columnis'q; rotundis poteſt demonſtrari, & propter



 æquedi-

æquediſtantiã lineæ longitudinis columnæ facilitas accedit demonſtrationi. ſiunt eni lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & lineæ h e, h g, h f, eritq́ ſectio e g f circulus per 9. tertij, & conuerſa ſimpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaq́ patet manifeſte, q̃m omnis plana ſuperficies ſecans quamcũq́ pyramidẽ æquediſtanter ſuæ baſi, nouam conſtituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda baſis eſt circulus, & in laterata pyramide, ſuperficies ſimilis baſi illius ſectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, ſemper tamen uertex illius pyramidis abſciſæ, eſt idem cum uertice prioris, & axis abſciſæ, pars axis ipſius prioris, datæ baſis quoq́ æquediſtat baſi. Similiter quoq́ ſit in columnis rotundis uel lateratis, ſuperficies enim æquediſtanter baſibus ſecans quamcũq́ columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. ſ. abſciſam & ipſam reſiduam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

C I.

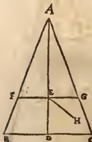
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius ſuperficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim ſuperficies plana ſecans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, ſi à puncto dato ducatur linea recta ſuper axem, illa ergo linea & axis ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi, quæ ſuperficies ſecabit pyramidem ſecundum lineam longitudinis per illud punctũ tranſeuntẽ per 90. huius, columnã quoq́ per 92. huius, patet ergo propoſitum.

C II.

A dato puncto, ſiue in axe, ſiue in ſuperficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Eſto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo ſit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali ſuperficiei conicæ circũducere. Sit itaq́, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſecundũ axem a d tranſpunctum e, cõmunis itaq́ ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius baſis ſit b c, quæ erit diameter baſis pyramidis. In hac itaq́ ſuperficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter ſuper axem a d, quæ ꝓducta ad conicã ſuperficiem ſit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter ſuper a d, cadatq́ punctum e in conica pyramidis ſuperficie, & ſimiliter ducatur linea e b ꝑpendiculariter ſuper axem a d, cadatq́ punctus h in conica ſuperficie, quia ergo linea a e ſuper cõmunem terminũ linearũ e f, e g, e h orthogonaliter inſiſtit, palam per 5. undecimi, q̃m illæ lineæ ſunt in una ſuperficie, eritq́ per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta ſuper illam ſuperficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta eſt perpendiculariter ſuper baſem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, q̃m ſuperficies f g h æquediſtat baſi pyramidis. eſt ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ ſi punctus datus ſit in ſuperficie conica, ſit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis ſuper axem a d, quæ ſit f e, per 12. primi. educanturq́ à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares ſuper axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonſtratio, patet itaq́ ꝓpoſitum, quoniam ſimpliciter eodem modo negociandum eſt in columnis.



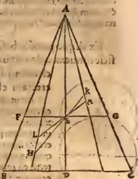
C III.

Omnis ſuperficiei ſecantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquediſtanter baſibus, & ſuperficiei curuæ, cõmunem ſectionem circulum eſſe eſt impoſſibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, & centrum baſis d, & axis a d, ſeceťq́ ipſam ſuperficies plana trans axem a d in puncto e non æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc ſectio nõ eſt poſſibile, ut ſit circulus. Eſto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica ſuperficie du

catur

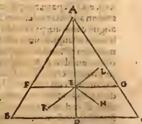
catur circulus per præmissam, hoc itaq; æquedistabit basi per 100. huius, sitq; f g l m, & signenturlineæ lōgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, eæ itaq; oēs erūt æquales p 89. huius, ideo, φ supficies æquedistans basi pyramidis, nouam pyramidē abscindit per 100. huius, & quoniā sectio f g, h k non æquedistat basi pyramidis, patet, φ non æqualiter distat à uertice pyramidis, quæ est punctum a, sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l pducta, & punctus k sit ppinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior φ linea a l, & linea a k minor est φ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniā angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est æquale lateri e f per diffinitionē circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est cōmunis sectio circuli & superficiei obliquæ pyramidem secantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e pducuntur ad periferiam sectionis. non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionē. Dicemus ergo illā sectionē in pyramidibus pyramidalē, & in colūnis colūnalē, est tñ illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonia uel elipsis. & qm̄ talis sectio est figuræ oblongæ, patet, φ ipsa habet diametros plurimas omēs inæquales, & per illud punctū axis secti corporis trāseuntes ipsam quoq; sectionē per æqualia diuidentes, quorum maxima est, quæ transit longitudinem sectiōis, minima uero est, quæ pertransit latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propositum.



CIIII.

Omnium duarum planarū superficierum secantium pyramidem uel columnā rotundam trans idem punctū axis, si una æquedistanter basi, & alia non æquedistanter secuerit, cōmunis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnā orthogonalis super axem, ex quo patet, φ siue circuli periferia, siue sectio alia quæcunq; non in eadem superficie, quamcunq; secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam intersecabit.

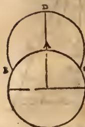
Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundū punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet æquedistanter basi ut f g h, alia uero non æquedistanter ut f g k l. Dico, φ cōmunis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem orthogonalis super axem, ut est linea f e g, φ enim illæ superficies se intersecēt, patet per hoc, φ aliquæ lineæ in ipsis pductæ, ad unum cōmunem terminū copulentur, & in illo se intersecant, ut in pūcto e. Quód enim illarum superficierū cōmunis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi. φ autē illa linea, quæ est illarum linearū cōmunis sectio, sit orthogonalis super axem pyramidis, quæ est a d, patet p 14. undecimi, axis a d est ppendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, qm̄ illæ superficies sunt ex hypothesi æquedistantes, ergo per diffinitionē lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est ppendicularis super axem a d. linea uero quæ est cōmunis sectio istarum superficierū secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset cōmunis sectio, palam ergo ppositum primum. qm̄ cōmunis sectio superficierū taliter, ut pponitur pyramidē secantium, est orthogonalis super axem pyramis



ramidis,& eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis,ex quo patet & corollarium,quoniam si communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis,qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum,quis in pluribus punctis hoc sit fieri possibile,cum se intersecant in eadem plana superficie,patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie conuexa uel concaua columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ basis columnæ rotundæ q̃ sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa,quæ sit b c d,& eius centrum erit punctum a,sitq; ita,ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico q̃ linea a d est erecta super superficiem basis columnæ,quoniam enim arcus b d est æqualis arcui d c,patet,q̃ angulus d a b est æqualis angulo d a c per 26. tertij.est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ,est ergo erecta super basem per 92.huius,patet ergo ꝓpositum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere,ex quo patet inscriptæ angulum ad basem,angulo circumscribentis maiorem esse:& si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquedistantem producatur,anguli productæ ad basem, angulis datæ pyramidis maiores erunt,& quantumcunq; anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

Esto exempli gratia,ut pyramis,cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi,sit orthogonia,& sit a b,a c,a e,a f lineis suæ longitudinis signata,& axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quæ est d c,ut libuerit,& sit abscisa in puncto h,producatur itaq; linea a h,& habeatur triangulus a d h,cuius latera a h,d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt,proueniet q; pyramis a g h i k,cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad quodcunq; punctum lineæ d c,& hoc est qd' proponebatur primum.Qd' si diuersæ altitudinis pyramidem ad basem communẽ inscribere placuerit similem priori datæ,signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis,quod sit x.producatur lineæ a puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c,x e,x f,& patet propositum.Similiter erit faciendum,si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datæ.patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscunq; pyramidis ad basem,sint æquales per 89.huius,quoniã ex motu anguli unius trianguli,omnes illi anguli causantur.palam,q̃ quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet,in oĩbus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est.Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16.primi maior angulo a c d,trianguli d c a,quoniam est extrinsecus.patet,q̃ omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores oĩbus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus.& eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k,& hoc est secundum propositum.Qd' si linea longitudinis,quæ est a h.protrahatur ad punctum m,& axis a d ad punctum n,fiatq; angulus a m n rectus,& secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n,patet tertium propositum,quoniam anguli ꝓductæ pyramidis,qui fiunt ad basem,erunt maiores angulis ad basem primæ datæ pyramidis,quoniam ex 29.primi angulus n m a æqualis est angulo d h a,& angulus d h a maior est angulo d c a,ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli

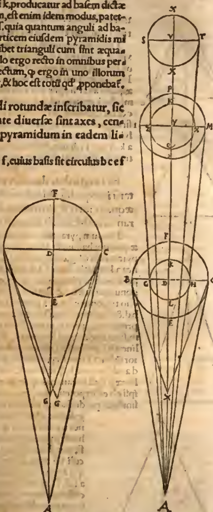
ad

ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet. s. suo correspondenti. Eodem autẽ modo demõstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basem dictæ pyramidis priori basi æquedistantem, est enim idem modus, patetq́ ex prædictis ultimum ꝓpositum. s. quia quantum anguli ad basem amplianturꝰ, tantum aguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum additꝰ, necesse est ut in reliq̃ minuatur, & hoc est totũ qđ ꝓponebatꝰ.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersæ sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

Esto pyramis data, quæ sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sitq́ axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribaturq́ ei per præcedẽtem ad eandẽ basem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrũ circuli basis ambarũ pyramidũ, qđ est d, & uertex datæ pyramidis, q est a, & uertex inscriptæ pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidẽ patet de punctis a & d, ꝙ autẽ punctum g in eadem sit linea, ꝓbatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquã partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterã uersus lineam a c in superficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq́ p 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiusdẽ pyramidis sunt æquales. patet, ꝙ latera g b & g c sunt æqualia, sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cõmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c est æqualis angulo g d b uterq́ ergo est rectus. Sicut autẽ angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autẽ est impossibile. patet ergo, cum ubicunq́ extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniã punctus g necessario erit in linea a d, hoc est ꝓpositum. Qđ si à puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim. s. ꝙ ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qđ est contra præmissa, uel sequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circũferentiã non sint æquales, qđ



totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æqualium basium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidũ rotundarũ uel laterataꝝ sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintq́ ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico ꝙ angulus b a c est minor angulo e f g. Resecet̃ enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g, secetq́ superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula; patet ergo ꝓpositum.

CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ basiũ, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindãtur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorẽ esse.

Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscidaturq́ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f. secetur itaq; pyramis altior per superficiẽ planam per axem, eritq́ per 90. huius sectio cõmunis trigonus qui sit a b c. & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistanter basi b d, & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistanter basi e h p 31. primi, eritq́ per 29. primi, & per 4. sexti ꝓportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineam a k, & ꝓportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineã f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior ꝗ linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est ꝓportio lineæ d a ad lineam a k, ꝗ sit linea h f ad lineam f l. est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k ꝗ lineæ e h ad lineã o l, sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypotesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior ꝗ linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineã l p esse maiorem ꝗ sit linea k n, & tota linea o p erit maior ꝗ linea m n. circũducãtur itaq; per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quoꝝ unius diameter sit m n, & alteri9 o p, eritq́ o p maior circulo m a, & ꝗa circuli illi æquedistãt basibus pyramidis, patet p 100. huius, qm̃ à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq́ penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, quibusdam lineis ꝓductis à trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.

CX.

Si pyramis rotunda sphæram intersecet, nec eius conica superficies à superficie sphæræ intersecetur, cõmunis sectio superficierum sphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius superficies plana secundũ circulum secat sphæram, basisq́ pyramidis superficies plana est, quia circulus, palam, q illa basis sphærã secundum circulum intersecabit, intersecat autẽ pyramis sphæræ superficiẽ secundum totam suam basem, quia superficies eius conuexa conica à superficie sphæræ non intersecatur, ut patet per hypothesim. patet itaq, q cõmunis sectio superficierũ dictarũ, erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq́ illa circumferentia contenta, quæ est circulus, q est basis pyramidis, erit superficies cõmunis. & si aliàs corpusculũ, qđ est pars sphæræ resectum à sphæra per illam superficiẽ, sit corpus utrorũ dictorũ corporũ cõmune.

CXI.

Si pyramis sphæram intersecet, sit ut circulus basis pyramidis in sphæræ superficie circulo maiori sphæræ æquedistet, diametrum sphæræ super illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est, ex quo manifestum est, diametrum sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui est basis pyramidis, cõmunis est sphæræ, sicut pyramidi, tunc per 68. huius patet ppositum, quia enim circulus, qui est basis pyramidis, æquedistat circulo magno sphæræ, & ĳ circuli æquedistantes sunt ambo in superficie sphæræ, erit diameter sphæræ centrũ circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens, transit enim orthogonaliter centra amborũ illorum circulorũ, & qm à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, s. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter sphæræ, ut præmissum est, patet ex 14. primi, qm illæ duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una, diametrum ergo sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam necesse est, & hoc est quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ super periferiam oxigoniæ sectionis productarũ, trans eius superficiem unica est, perpendicularis super secti corporis axem, & ipsa est minima diametrorum sectionis.

Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis sectio supficiei ipsius sectionis oxigoniæ & circuli secundũ idem punctum axem secantiũ, est linea orthogonalis super axem secti corporis, in alĳs autem omnibus punctis sectionis, perpendiculares super sectionẽ, productæ, oblique incidunt axi, quoniã si aliqua ipsarũ ipsi axi ppendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis super superficiẽ sectionis ppendicularis erit, qđ est contra naturã sectionis, patet ergo propositum.

CXIII.

In sectione pyramidali transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in superficie sectionis, ductam super superficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis remotiore à uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionẽ contingentem sub axe pyramidis concurrere est necesse: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k, sitq́ in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quẽ ptranseat sectio pyramidalis quæ sit b f, e z, in qua

etiam sit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis quàm sit punctus e, contineatq́; linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ. Dico quòd si ducatur à puncto z linea ꝑpendicularis super lineam in illo puncto z, ipsam sectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis super superficiẽ contingentẽ pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, quòd illæ duæ perpendiculares concurrẽt sub axe a c b. sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z æquedistanter basi, & hoc quidẽ per 100. huius, secabit eam secundũ circulum, sit ille circulus g b r z, cuius centrum sit c, cõmunisq́; sectio huius circuli & sectionis oxigoniæ sit diameter uel corda circuli, quæ est g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z lineæ lõgitudinis pyramidis quæ sint lineæ a z & a e, & ꝓducatur linea a e, donec ipsa sit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo quòd est linea longitudinis, & quia punctus ꝓpinquior est uertici pyramidis quàm sit punctus z. cadat ergo linea a c producta in punctũ circuli o, & à puncto dato qui est e, ducatur linea ꝑpendicularis super superficiem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius concurret cum axe pyramidis qui est a c k, concurrat ergo in puncto d, & sit illa perpendicularis e d, copuletur quoq; linea z d, continens angulũ acutum cum ꝑpendiculari e d, qui sit angulus z d e, & quoniam linea d z est in superficie sectionis per 1. undecimi, sicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝑpendicularis super lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, quod est c semidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a est acutus, patet, quòd perpendicularis super lineam a c ducta à puncto o, cadet sub centro circuli quod est c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & sit o k æquedistans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens sectionẽ in puncto z quæ sit e q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per 16. tertij, quæ sit z u, & ducatur diameter circuli quæ sit b c z, & à centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quæ sit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis super axem a c k, quoniam est semidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r est perpendicularis super superficiẽ a c z secantem pyramidem per axem. Sed & linea c r est æquedistans lineæ contingenti circulũ in puncto z, qui est y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y est perpẽdicularis super superficiẽ a c z, linea ergo r q contingẽs sectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. patet quòd linea t q non est ꝑpendicularis super illam superficiẽ a c z, uerum, quia punctus k, qui est punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poli factam, in principio est polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z sunt æquales, & axis a k cõmunis, sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89. huius, cum sint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmissa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k sunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & quoniam angulus a o k est rectus, ideoq́; linea o k ducta est perpendiculariter super lineam a e, ut patet per præmissa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpendicularis super lineã a z, quæ est linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis sup superficiem contingentem pyramidẽ secundum lineam a z lineam longitudinis, sed linea t q est in superficie illa contingente, quia est cõmunis sectio superficiei contingentis, & superficiei sectionis b f e z, quoniam est in superficie contingente pyramidẽ ducta, contingens sectionem, est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per diffinitionẽ

lineæ

lineæ super superficiem erectæ, ducatur quoq; à puncto z in ipsa superficie sectionis per 11. primi, ꝑpendicularis super lineã t q, quæ sit linea z h. Cum itaq; linea k z sit extra superficiem sectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam ꝙ ipsa secabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una superficie per 2. undecimi, superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineã eis ambobus cõmmunẽ, quæ est h z, & per 19. huius, & secat lineam t q in puncto z, & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam cõmunem ambobus illis superficiebus, q̃ est linea h z p. Verum linea d z e est in superficie sectionis, ut supra patet, & secatur à linea k e in puncto z, & punctus t est supra superficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita superficies k z h secat superficiẽ d z q super lineam cõmunẽ, quæ est ꝑpendicularis super lineam t q, & est linea z h, quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex præmissis, & q̃m superficies h z k secat superficiẽ d z q. & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, fit ex parte semidiametri z c, erit linea quæ est cõmunis sectionis illarum superficierũ, & est linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ est à puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝑpendiculari e d sub axe a c b, q̃m perpendicularis e d secat axem pyramidis, quæ est a c k in puncto d, ꝙ autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra sectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d sub puncto d, & sit cõcursus punctum p, patet ergo propositum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in sectione columnari signatorũ ducta perpendicularis super axem columnæ in ipsa superficie sectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari super axem columnæ continente, si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari sub axe, & sub puncto concursus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit sectio columnaris quæ a e, b e, in qua signata sunt duo puncta, quæ sunt b & e, sitq; columnæ, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k, & ab altero signatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d, & ducatur item in superficie sectionis à reliquo datorum punctorũ qđ est e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui sit e d b, sitq; linea contingẽs sectionem in puncto e, quæ sit exempli causa linea l e q. Dico ꝙ perpendicularis à pũcto e ducta super lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d sub axe b k, & sub puncto d, q est punctus concursus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius super pũctũ sectiõis qđ est b circulus æquedistans basibus columnæ, qui sit b c o, cuius centrũ sit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ sit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. palam ergo, ꝙ superficies h d g cũ ꝑ axem transeat, quæ erecta est super circuli superficiem, perpendicularis super eandem circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit

æquedistans superficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à puncto b est æquedistãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs super punctum b, est æquedistans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est rectus per 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 15. undecimi, igitur superficies in qua sunt lineæ l e & e c, non est æquedistans superficiei h d g per 24. huius, quoniam superficies contingens sectionẽ oxigoniam in puncto b, non est æquedistans superficiei contingenti eandem sectionẽ in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionẽ, & linea longitudinis quæ est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d g non æquedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g per 3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ necessario erit contingens circulum b c o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur columna, fit contingens. ducta autem linea c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d est semidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t, fiat quoque ut prius super e punctũ sectionis circulus æquedistans basibus columnæ qui sit e s z p, & centrũ huius circuli sit punctus axis qui k, & ducatur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ secabit superficiẽ e s p, secet ergo illam in puncto f, quia itaque punctũ d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hypothesi, & punctũ l, quod est punctum lineæ contingentis sectionẽ, est in eadem superficie sectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l est in superficie sectionis, punctum ergo f est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e est in ambabus superficiebus, ergo per 1. undecimi linea e f producta erit in ambabus illis superficiebus, ergo per 19. huius secundũ lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p. ducatur itaque linea k f, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super superficiẽ circuli b c o per 11. undecimi, quæ sit f m, cadetque punctus m in linea d g, ut patet ex præmissis, & ducatur linea t m. palam ergo, quoniam linea k d æqualis, & æquedistans est lineæ f m per 25. huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b c o & super superficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquedistant per 32. huius, utraque enim ipsarum æquedistat ambabus basibus columnæ per 100. huius, quia itaque linea f m est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit linea f m æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t per 30. primi, quoniã linea t e est æqualis & æquedistans axi k d per 92. huius, cum sit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquedistans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquedistãs lineæ t m per eandẽ 33. primi, Verum etiam superficies k d l s, quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super superficiem sectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ superficiei erectæ super superficiem, & eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, quoniam enim illa superficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super superficiem circuli e s p, æquedistans basibus c a, est eadem superficies k d f, quia itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiẽ sectionis oxigoniæ & circuli e s p, ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam cõmunem dictæ sectioni & circulo quæ est linea e f, quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ super superficiem erectæ, angulus e f k est rectus, ergo angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neque in æquedistantibus circulorum superficiebus protracta, æqualia sunt & æquedistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. tertij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem perpendicularis quæ t m, ergo per 8. & per 16. sexti illud quod fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, est æquale quadrata lineæ m t, & quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod est t, palam, quoniam linea l g est æquedistans axi k d, quoniam enim superficies secundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ est l e t g, & superficies secans columnã trans axem quæ est h d g l sunt erectæ super basũ columnæ superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com

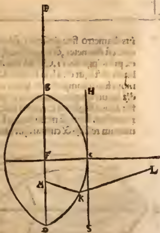
munis

munis sectio, quæ est in ꝑposita linea l g super easdem superficies basium, ꝑpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquedistat basi l g, patet per 2. sexti, ꝙ linea f m secat illa latera ꝑportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ d m ad lineam m g, ergo ꝑmutatim per 16. quinti erit ꝑportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est ꝙ̃ linea d m per 19. primi, q̃m in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior ꝙ̃ linea m g, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qđ fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratū lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit per pendicularis super lineam d l, esset per 8, & 16. sexti illud qđ fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f, restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam cõtingentem sectionē a e b c, quæ est q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perpendiculariter in puncto d, sit ergo illa ꝑpendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, q̃m angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea b d, qđ est euidens, patet ergo ꝑpositum: perpendicularis enim super lineam sectionē contingentem, est ꝑpendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

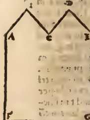
Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter diuidet sectionem, ut in unaquaꝗ illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.

Esto oxigonia quæ a b c d, quā ꝑpendicularis e b d secet in duas partes quæ sint b c d & b a d. Dico ꝙ unaquæꝗ illarum partium est unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquedistat ꝑpendiculari e b d, quoniā enim ꝑpendicularis e b d diuidit sectionē, diuidatur eius pars b d, cadens intra sectionē per æqualia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat̄ per 11. primi, ꝑpendicularis super lineam b d, quæ ꝑducta ad periferiam sectionis in punctū c sit f c, & à pūcto c ducatur ꝑpendicularis super lineam f c quæ sit g c h, eritꝗ linea g c h contingens sectionē, quoniā ad utranꝗ partem ꝑducta, non secabit illam. palā itaꝗ q̃m linea g c h æquedistat ꝑpendiculari super sectionem quæ est e b d per 28. primi. Qđ si ab alio aliquo puncto partis sectionis quæ b c d, ut à puncto k producatur linea contingens sectionē quæ sit k b, patet, quoniā illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctū k, fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g est rectus, & linea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet angulū rectum, ut forte cum linea k m, quia itaꝗ anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo per 2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ꝑpendiculari e b d. similiter quoꝗ in parte sectionis quæ est b a d facta deductione, patet ꝑpositum.



CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales sectiones amplianʇur ex parte basis pyramidis, qđ non accidit in columnis. Hoc

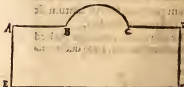


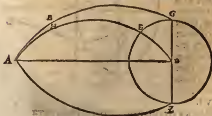
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundũ punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis super sectionem pyramidalẽ ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imaginetur columna, cuius basis sit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorẽ partem pyramidis, & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorẽ partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorẽ sectionis partem pyramidalis. Partes autẽ sectiõis columnaris sunt æquales propter æqualitatẽ corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.

CXVII.

Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similẽ, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis motæ lineæ illã superficiẽ causante.

Qđ hic ꝓponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum linearum circa axem aliquã mota describit superficiẽ, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ, causante motu suo illam superficiẽ, hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnã rotundam, cuius superficiẽ & superficiei planæ columnã per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum fixo tertio efficit pyramidẽ rotundam, ut patet p 90. huius. omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidẽ per axem, & superficiei conicæ pyramidis, cõmunis sectio est triangulus continẽs lineas similes prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiã in semicirculo motu, cuius diametro fixa describit sphæra, & omnis superficiei planæ secantis sphærã per axem, quæ est diameter, & superficiei sphæricæ cõmunis sectio est circulus, ut patet hæc omnia ex principijs lib. 11. Qđ si linea mota circa axem fixum, quæ sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectæ, quarum media b c utramque rectarum illarũ copulans sit curua, fiatque motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc superficies corporis describi similes habens lineas ipsis lineis causantibus illam rotundam superficiẽ motu suo. ꝙ si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarum & curuarũ, ut sunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas quæ mouetur sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d ꝑpendicularis super ipsam axem a d, figuraque axis a d, & reuoluatur a b g, donec redeat ad locum a quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cõcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus ꝓueniẽs ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sitque ille circulus g e z, & eius centrũ est punctũ d, qm̃ punctum g motu suo illius circuli periferiã describit, eritque uertex illius





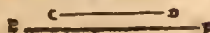
illius causati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana, utcunq; illius sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem, palam itaq; per 3. undecimi, quoniam illius superficiei & superficiei corporis cōmunis est linea quæ sit a h e. Dico quod linea a h e est sectio pabola æqualis & similis sectioni a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctū g peruenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam lineā a h e d, & fient supficies una, & quoniā sectio a b g d facit euenire superficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d semper ubicunq; reuoluatur sectio, est cōmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantē. Cū itaq; supponitur sectio a b g d sectioni a h e d, erit cōmunis sectio inter superficiem secantē & superficiē corporis linea a b g d, sed & eadem cōmunis sectio est linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una, linea ergo a h e est periferia sectionis pabolæ æqualis & similis lineæ a b g, superficies ergo a h e d est sectio pabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt cōmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis, patet ergo propositum in illis sectionibus conicis quibuscunq;. patet etiam eodem modo propositum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc est propositum principale.

CXVIII.

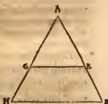
Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus uero motu suo facit sphæram, quoniā sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu suo nō potest causare nisi pyramidē, cum est latus trigoni, uel columnā, cū est latus quadranguli, quoniam in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatē formæ in superficie figuræ productæ, non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularē, patet ergo, quod omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis, ut proponitur.

CXIX.



Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.



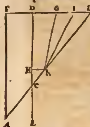
Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum proportionem duarum datarū linearum c d & e f, & à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primi. quæ sit a g, & à puncto g incipiendo, abscindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducatur linea æquedistanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaq; producta secabit lineam b per 2. huius. secet ergo in puncto k, linea itaq; a b indiuisa proposita erit diuisa secundū modum diuisionis lineæ a h diuisæ, erit enim per 2. sexti proportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h, ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc est propositum.

CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secundū datam proportionem partium illarum linearū secante, ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci, est impossibile.

Verbigratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundū aliquā datā proportionē. Dico quod à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d c, quæ ipsam secet secundum eandē datam proportionē, ita, ut denominato proportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e, si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit pos-

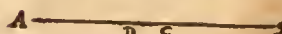
fibile, fiat super punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uersus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq; angulus e d b obtusus, & producatur linea d b in continuũ uersus punctũ a, & à puncto a ducatur linea perpendicularis super lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g secans lineã e d in puncto h secundũ proportionem prius datam, quæ est lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquedistans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior quàm linea h s per 18. primi, angulus itaq; i g h est maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus est maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h est per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h est maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h est maior quàm linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquedistans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, sed linea b c est maior quàm linea k b, ergo linea c b est maior quàm linea h i, ergo c b est maior quàm linea h g, sed & linea h e maior est quàm linea c e, quoniam totum maius est sua parte. erit ergo per 9. huius maior proportio b c ad lineam c e, quàm lineæ g h ad lineam h e, non est ergo eadem proportio quæ est cõtra hypothesim, aut sequitur lineam e c esse maiorem quàm sit linea e h per 14. quinti, quia totũ est impossibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h sit minor quàm linea d c, & a e sit maior quàm c e, per 9. ergo huius concludatur ut prius, non est ergo possibile à puncto a duci aliam lineam secantem lineam d e secundum datam proportionem, quod est propositum.



CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarũ partium sit similis proportioni alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utrasq; interiacet sectiones.

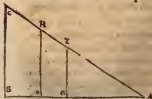
Esto data linea a b, quã secundũ modũ propositum debemus diuidere, diuidatur itaq; secundum proportionem quam libuerit per 119. huius, quòd sit diuisa in puncto c, & sit pars eius a c maior quàm pars eius c b, quia itaq; propositæ sunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c secundũ proportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq; diuisio in puncto d, ita, ut sit proportio lineæ a d ad lineam d c, sicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, quòd linea a b est modo proposito diuisa, est enim proportio totius lineæ a b ad unam extremarũ suarũ partium quæ est c b, sicut reliquæ suæ partis extremæ quæ est a d ad partem, quæ utrasq; interiacet sectiones quæ est d c, patet ergo factũ esse quod proponebatur.



CXXII.

Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis portioni partis alterius extremæ ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones, si fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis sectionũ æquedistantes inter se, à terminoq; reliquo datæ lineæ producatur linea secans illas tres æquedistantes, erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa.

Sit linea diuisa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b sit proportio, sicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui est b, & à punctis sectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquedistantes quæ sint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ est a, producatur linea secans illas æquedistantes in punctis z h c, quæ sit a z h c. Dico quòd linea a c secundũ hanc proportionem cum linea d h sit æquedistans lineæ g z ex hypothesi, erit ex 2. sexti, proportio lineæ a z ad lineam z h, sicut lineæ a g ad li-

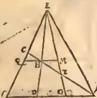


ad lineam d g.& cum linea b e sit æquedistans lineæ d h,erit per eandem 2. sexti, & per 5.proportio lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ a c ad lineam e h. Sed ex hypothesi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ h g ad lineam d g,erit ergo per 11.quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam e h,sicut lineæ a z ad lineam z h,linea ergo a c quæ producitur à puncto h termino lineæ datæ,secat ductas lineas æquedistãtes b c,d h,g z,& secatur ꝑ illas secundũ ꝓportionẽ partium diuisionis lineæ datæ a b,& hoc est propositum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuisa,ut sui totius proportio ad unam suarum extremarũ partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem,quæ utrasq; interiacet sectiones.si ab uno termino unius lineæ,& à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum,& ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas,erit linea producta secundum prædictum modum proportionabiliter diuisa.

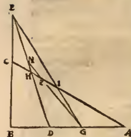
Esto linea ꝓposita a b taliter diuisa in punctis g & d,ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ a g ad lineam g d,& à puncto b,& à punctis sectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e,quæ sint g e,d e,b e,& à puncto a ducatur linea quæ sit a c,secans illas tres lineas.s.g e in puncto z, & d e in puncto h,& b e in puncto c. Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam e h,sicut lineæ a z ad lineam z h. ducatur enim à puncto h lineæ æquedistans lineæ a b per 31.primi,quæ sit q h,palam ergo per 13. huius,q̄m proportio lineæ a b ad lineam b d,constat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q,& lineæ h q ad lineam b d. Sed q̄m linea q h æquedistat lineæ a b,erit per 29.primi angulus c q h æqualis angulo c b a,sed angulus c b a est cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c,ergo per 32.primi illa trigona sunt æquiangula,ergo per 46. sexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h,sicut lineæ a c ad lineã c h.similiter ꝗꝗ trigona q e h & b e d sunt similia.est ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d,sicut lineæ h e ad lineã e d. Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13.huius cõponitur ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã c h,& lineæ h e ad lineã e d,ꝓducitur itaq; in directũ linea q h ad lineã g e, quã secet in pũcto m,ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13.huius,cõstat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d,& lineæ h m ad lineã g d. Sed cũ angulus e m h sit æqualis angulo z g d per 29.primi,erit per 13.primi ꝑ eandem 29.primi angulus h m z æq̃lis angulo z a g,ergo per 15.& 32.primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4.sexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z,sicut lineæ a g ad lineam h m,sed triangulus h e m,ut supra patet,similis est triangulo g e d,erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,sicut lineæ h e ad lineam d e,ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex ꝓportione a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineã e d. Sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam d g,proportio lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d. constat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d,ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e. Restat,ut si eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̃ lineæ a z ad lineam z h,& hoc est propositum. Non tamẽ oportet,ꝙ lineæ a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarũ partium,q̄m cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q b sit maior ꝗ̃ linea b d ꝑ 4.sexti,palam per 8.quinti,q̄m minor est proportio lineæ a b ad lineam b d ꝗ̃ sit linea a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionabiles secundũ generalem similitudinẽ proportionis. Eadem quoq; demonstratio est,quæcunq; lineæ ducantur à puncto a , secantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas,ut supra c,uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, semper enim linea ducta à puncto a , secans illas tres lineas,secabitur modo dicto,patet ergo propositum.



CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuisisq́ sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarũ partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utrasq́ interiacet sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq́ basi, necesse est productas lineas ambas cõcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g, sit ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́ sibi angulariter linea a c, eodem modo diuisa in punctis h z, ita, ut sit proportio lineæ a c, ad a h, sicut lineæ a z, ad z h, si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis sectionũ unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́ omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico φ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sint æquedistantes, ex hypothesi patet, φ necessario concurrent, cõcurrant ergo in puncto qđ sit e, linea quoq́ g z necessario concurret cum illis. Cum non æquedistet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, sic habemus propositum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, sit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq́ linea e g, secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto φ in puncto z, quoniã in puncto z secat ipsam linea n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qđ est impossibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, qm̃ à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, φ linea g z concurret cum lineis b e, d h in alio puncto φ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur φ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonstrandũ, φ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b e & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.



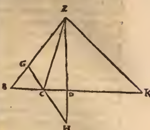
CXXV.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarũ partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partẽ, quæ utrasq́ interiacet sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq́ proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq́ à punctis b c d lineæ nõ æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq́ angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico φ angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineã z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est pportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

b k ad

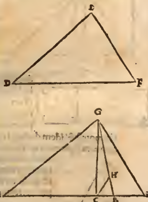
b k ad lineam b c, sicut lineæ k d ad lineam c d, sed per 29. primi trigona b z k & b g c sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ est lineæ z k ad lineam g c. ergo per 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d c. Sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. sexti, quia trigona k d z & c d h sunt æquiangula, habet itaque linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionē, ergo per 9. quinti linea g c est æqualis lineæ c h, sed per 3. sexti est proportio lineæ g c ad lineam c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z c diuidat angulum g z h per æqualia. est ergo linea g z æqualis lineæ z h, & quoniā linea g c est æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z est cōmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterque ergo ipsorum est rectus, ergo per 29. primi k z c est rectus, lineæ z k & c k sunt æquedistantes, patet ergo propositum.



CXXVI.

Diuisa linea per inæqualia, possibile est minori suæ parti lineā adiungi, ita, ut si illud quod fit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inæqualia in puncto c, sitque linea a c maior quàm linea b c. Dico quod est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc quod fit ex ductu lineæ compositæ ex linea a b, & ex adiecta in ipsam adiectā sit æquale quadrato lineæ quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta, assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandā aliam lineam per 3. huius, quæ sit e f, assumaturque linea d f æqualis lineæ a b, & quoniam ex lineis d e, e f, d f quæcunque duæ simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulū per 25. primi, constituatur ergo & sit d e f, super terminū itaque lineæ a b quæ est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui sit g a b, & resecetur linea a g ad æqualitatē lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f sit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b sit æqualis angulo e d f, erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaque linea g c, & quoniam proportio lineæ d e ad lineā d f, sicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. sexti angulus a g b diuisus est per æqualia: palam autē, quod angulus g c b est acutus, si enī sit rectus, tūc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniā ad punctum g duorū ipsorum anguli sunt æquales, ergo latera eorum sunt proportionabilia per 4. sexti, erit ergo proportio lateris a c, ad c b, sicut lateris g c ad seipsum: æqualis est ergo linea a c lineæ c b, quod est contra hypothesim & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus maior angulo g c h, palam per 32. primi, quoniam angulus g b c est minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius est latere a g, & quia est proportio lineæ a g ad lineā g b, sicut lineæ b c ad lineā c a, erit per 5. huius per proportionē. s. econtrario latus b c maius quàm latus a c, quod est contra hypothesim, palam ergo, quoniam angulus g b c est acutus. ducatur itaque

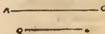


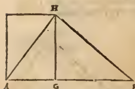
per 31.primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29.primi angulus g c b æqualis angulo c g a, ergo & angulus c g h, erit ѣq; angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctũ itaq; g terminũ lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui fit b g i, & quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b, & q̃m angulus g c b est acutus: palam, quia ergo p 14. huius, q̃m lineæ g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i æquale lateri c i, quia itaq; angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulus g i a cõmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g, sicut lineæ i g ad lineam b i. Sed linea i c est æqualis lineæ g i, ergo per 7. quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i, sicut lineæ c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud qđ fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i, est autẽ linea b i lineæ b c adiecta. palam ergo ,ppositũ.

CXXVII.

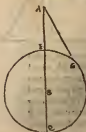
Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia: Proponantur duæ lineæ q e & a g, dico ꝙ possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandã aliam lineam cuiuscunq; sit quantitatis, ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45. primi, & sit eius quadratũ a h, & linea a g producta resecetur in puncto f, ita, ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturq; linea b f, palam, q̃m triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h, est ergo parallelũ a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, hæc ergo triangula superficie ,posita, & linea q e possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilatere a h f æquum paralellum constituere, qđ addat super cõpletionẽ datæ lineæ q e superficiem quadratã dato quadrato a h simile, sit ergo constituta, & paralellũ sit q m æquale trigono a h f constitutũ super lineam q e, addens super completionem datæ lineæ q e quadratũ e m simile quadrato a h. palam ergo, ꝙ illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f, ergo & eius æquali. f. quadrato lineæ a h, & hoc est propositum, q̃m lineæ e z est lineæ q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter: describaẽ enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturq; linea contingens circulũ, ut contingit in puncto g per 16. tertij, referent ad æqualitatem lineæ a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur linea per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id qđ fit ex ductu lineæ q e in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 35. tertij, patet ꝙ lineæ q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.









CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri, possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam, extra circulũ ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulũ usq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

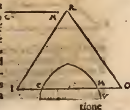
Esto data linea q e, sitq; g b diameter dati circuli quæ sit a b g, & sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b. Dico q̃ possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq; ad eductã diametrũ g b, quæ sit æqualis datæ lineæ q e. ducant̃ quoq; duæ lineæ a b & a g, illæ ergo necessario erũt æquales ex hypothesi, qm̃ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qđ fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ, & sit adiuncta e z. Cũ ergo id qđ fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a g in seipsam, erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa, si enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc est impossibile, ut id qđ fit ex ductu q z in lineam e z, sit æquale quadrato lineæ a g, qm̃ linea q z est maior q̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z sit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior q̃ linea a g. ꝓducat̃ ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & sit a g e, posito ergo pede circini super punctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus secabit diametrum b g eductã, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ necessario secabit circulũ, quoniã concurrit cum diametro: si enim non secet circulũ, contingens erit & æquedistans diametro g b, nunq; concurrens cum eadem, quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales, & punctum a æqualiter distat ab utrisq; terminis diametri. s. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, q̃ cum superficies a b g h sit quadrãgulum super circulum descriptum, q̃ duo eius anguli oppositi. s. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b æqualis est angulo a b g per 6. primi, angulꝰ ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triãgulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsorum æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia, est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a est æqualis lineæ q k a, q̃niam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qđ fit ex ductu lineæ d a in lineã h a est æquale quadrato lineæ a g, qđ ex præmissis est æquale ei qđ fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, q̃d fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a, est æq̃le ei q̃d fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a est æqualis lineæ q z, reliquit̃ ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e, q̃ est data linea, est aũt à dato in p̃iferia circuli pũcto a ad cõcursum diametri b g sic ꝓducta, patet ergo ꝓpositũ.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuicunq; datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur, quæ sunt f r & c r concurrẽtes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data linea m c, proponit̃ nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ a c, & insuper reliquæ suæ parti quæ est m o, ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandũ, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imagina



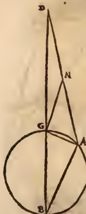
tione

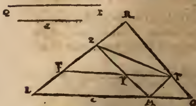
tione moechanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imagineř moechanice quousq; nobis accidat res quæsita, hoc tñ Apollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum linearum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

CXXX.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi q punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo q punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahatř ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o. & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumatř quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q e lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l c sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducatř linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi. hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ a, qd' est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æqlis angulo z f c p lineã a n d. palã aũt, q hæc linea cõcurret cum pducta diametro g d, cũ eni angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æqlis angulo f z m, & angulus n d g est æqlis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est pportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est pportio



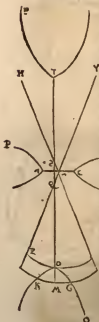


portio lineæ a n ad lineam g d, eadem ſit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m eſt æquediſtans lineæ f l, & linea f t æquediſtans lineæ l m, erit ſuperficies l f c m æquediſtãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, quõ linea f t eſt æqualis lineæ l m, quaſi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniã linea m o eſt æqualis ipſi l c per præmiſſam, linea ergo c m addita utriq; adhuc ſunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, ſed linea m o eſt æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m eſt æqualis lineæ t o, reſtat ergo, ut linea f y ſit æqualis lineæ c m, ſicut linea c m ex præmiſſis eſt æq̃lis lineæ i, eſt autem ex præmiſſis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, ſicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, ſicut diameter b g ad lineam e q, quia uero eſt proportio lineæ a n ad lineam g d, ſicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, ſicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n eſt æqualis angulo g b a ex 31. tertij, ſed angulus n g d eſt æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquediſtat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis eſt angulo n a g, & angulus n g d eſt cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, ſunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a d ad g d, ſicut lineæ g d ad n d, ergo p 16. ſexti erit id qđ fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id qđ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij eſt æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a eſt æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. ſecundi. & id qđ fit ex ductu lineæ b d in d g, eſt æquale quadrato lineæ d g, & ei qđ fit ex ductu b g in d g p 3. ſecundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ ſunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, reſtat id qđ fit ex ductu lineæ a d in a n ſit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ b g in d g, eritq; per 15. ſexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d ſecundã, ſicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã. oſtenſum eſt autem ſupra, q; eſt proportio lineæ a n ad lineã g d, ſicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, qđ eſt propoſitum, quõ ipſa linea a d eſt datæ lineæ æqualis, in teriacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, q; eſt contingẽs circulum. Qđ ſi linea a d non ſit contingens, ſed ſecans circulum, aut igitur linea a g eſt maior q̃ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc linea a g maior q̃ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, ſecabit circulũ in arcu a g. ſit ergo ut ſecet ipſum in puncto h, & ductam lineã h g, galam itaq;, cum quadrangulũ a b g h ſit inſcriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij ſunt æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquediſtans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g ſunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d eſt æqualis angulo n h g, angulus uero n g d eſt cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui eſt d n g, æqualis tertio qui eſt d g h per 32. primi, ergo per 4. ſexti latera æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia, eſt igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ d g ad lineã d n, ergo p 16. ſexti illud qđ fit ex ductu h d in d n eſt æquale quadrato g d. & illud qđ fit ex ductu a d in d h eſt æquale ei qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud qđ fit ex ductu a d in d h eſt æquale ei qđ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. ſecundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, eſt æquale ei qđ fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. ſecundi. Ablatis igitur æqualibus ab utriſq; ſ. quadrato a g ex una parte in illo qđ fit ex ductu d h in d n, ex altera reſtat, ut illud qđ fit ex ductu d h in a n, ſit æquale ei qđ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. ſexti proportio a n primi ad g d ſecundũ, ſicut b g tertij ad d h quartũ, ſed probatum eſt in præcedentibus, q; proportio lineæ a n ad lineam d g eſt ſicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h eſt æqualis lineæ e q, qđ eſt ꝓpoſitum. Si uero linea a g a g ſit minor q̃ linea h a, ſecabit linea d a circulum in arcu a b, Sit ergo ut ſecet ipſum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,

æquediſtans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angolo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circumferentiã circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angulo a h g per 26. tertij, qm̃ ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circũferentiam circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis eſt ambobus trigonis. ſ. n d g & d b g, eſt ergo tertius d n g æqualis tertio. ſ. d h g per 32. primi, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. ſexti illud quod fit ex ductu h d in d n, eſt æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, eſt æquale ei ꝙ fit ex ductu h d in d a. Illud autem qđ fit ex ductu h d in d a, eſt per 1. ſecundi æquale ei qđ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. ſecũdi, ualet illud qđ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qđ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam oſtenſum eſt ſupra qđ eſt proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q eſt æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod eſt propoſitum, qm̃ à puncto a dato, ducta eſt linea ſecans circulum, cuius pars à puncto ſectionis uſq; ad concurſum cum diametro producta, æqualis eſt datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.

Inter duas rectas ſe ſecantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppoſitam deſignare, ex quo patet, ꝙ cum fuerint duæ ſectiones oppoſitæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una ſectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam ſectionum, & reliquã lineam æqualis ſuæ parti aliam ſectionũ, & reliquã lineam interiacenti.



Quod hic proponitur, demõſtratum eſt ab Appollonio in libro ſuo de conicis elementis, ducuntur autẽ ſectiones ampligoniæ ſiue hyperbolæ oppoſitæ, quando gibboſitas unius ipſarũ ſequitur gibboſitatem alterius, ita, ut illæ gibboſitates ſe reſpiciant, & ambarum diametri ſint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n ſecẽt ſe in puncto x, & ex una parte ipſarum. ſ. ſub angulo b x z, uel ſub angulo h x n à dato puncto qui ſit t, & ducatur ſectio ampligonia quæ ſit t p, & ex altera parte ſub angulo n x l, uel ſub angulo z x l, ducatur ſectio illi oppoſita quæ ſit c u, ita, ꝙ diametri quarumlibet oppoſitarũ ambarum ſectionum illarum ſint in una linea quæ ſit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ neceſſario eſt minima omniũ linearum inter illas duas ſectiones productarum, & ex ijs declarauit Appollonius illud qđ correlatiue proponitur. ſ. ꝙ ſi linea t c ſecet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, ꝙ linea t q erit æqualis lineæ c f. & ſi linea t c pertranſeat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonſtrato, & propter conformitatẽ portionis ſectionum reſpectu linearum ſe interſecantium, patet ergo propoſitum.

CXXXII.

In uertice alterius conicarum ſectionum poſito pede cir

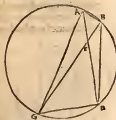
cini

cini immobili, secundum quantitatẽ lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquã continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

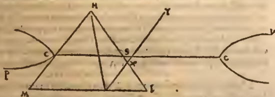
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽti propositione duæ sectiões conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices. s. ambarũ sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in altero punctorum t uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̃ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in pũcto c, patet ergo primũ propositorum, quod si linea t g semidiameter circuli sit maior q̃ linearũ minima, sunt oppositas sectiones productarum ut est t c, patet, quoniam illa minima linea inter superficiẽ sectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies cõmunis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaque sectio nõ erit nisi in duobus tantũ punctis g & k, quod per modũ 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmisso modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

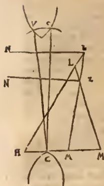


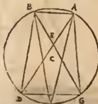
Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & pũctus datus in sui circũferẽtia sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, præmisso modo possibile inscribi circulo. Dico, quod a puncto a possibile est ducere lineã trãseuntẽ per diametrũ b g, cuius pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã sit æqlis lineæ datæ q h z, ducantur enim in circulo lineæ b a & a g, & super punctũ h lineæ datæ h z, fiat angulus æqlis angulo a g b, q sit m h z, ducta linea m b super idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta linea h l, & a pũcto z ducatur linea æque distãs lineæ h m q sit z n, q̃ quidẽ secabit lineã h l. sit ut secet ipsam in pũcto x, & a pũcto z iterum ducatur alia linea æquedistãs lineæ h l quæ sit z c, secans lineã h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & a puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 131. huius. hæc itaque sectio nõ continget aliquã linearum z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictarum omniũ linearũ minima ducta a puncto t ad sectioem c u sit



linea t c. hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundũ semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundũ quantitatẽ lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. Sit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad sectio-

nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, necessario secabit linea t e illas ambas lineas, quas si in puncto x, qui est punctus cōmunis sectionis illarum linearum secauerit, erit linea t x æqualis lineæ x e, quod si ipsas in alijs punctis secuerit, secet ergo lineam z n in puncto q, & lineā h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquedistans ipsi lineæ t e, quæ per 2. huius secabit lineas h m & h l, sicut etiā sua æquedistans t e, secet ergo eas in punctis l & m, & sit ipsa linea m z l, super diametrū ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b sit rectus per 30. tertij, quod alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis est illis duobus angulis, est rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m est æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigoni g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. s. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g b a d b d, sicut lineæ l m a d m h. sit aūt punctus in quo linea a d secat diametrū b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b est æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmissis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, quod angulus d b g est æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. s. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4. sexti proportio lineæ b d ad d e, sicut lineæ m h & h z. ostensum est autē superius, quod est proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquā proportionē, proportio lineæ b g ad d e, sicut lineæ l m ad h z. Sed sicut per 13 1. huius declaratum est, patet quod linea q t est æqualis lineæ f e, sed linea t q est æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellū m t q z sit æquedistantiū laterum, ut patet ex præmissis. est igitur linea m z æqualis lineæ f e, sed per eandem 34. linea z l est æqualis lineæ t h, est igitur totalis linea m l æqualis totali lineæ t e, ergo per 7. quinti est proportio lineæ t e ad h z, sicut lineæ l m ad h z, est ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, sicut lineæ t e ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t e sit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipsi h z datæ lineæ, quod est propositum. Si autem linea t e sit minor diametro b g, producatur ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro b g, & secundum quantitatē eius fiat circulus, palam per præmissam, quod ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint e & u, à quibus lineæ ductæ ad punctū t, sunt æquales lineæ b g per diffinitionē circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquedistans alteri illarum, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à pūcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.

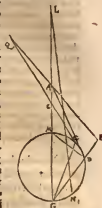


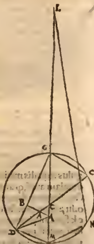


CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentiū, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiū angulum rectum lineam secantē basem, ita, quod pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus, & in latere illius b g sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintq; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ à puncto d possibile est ducere lineam secantẽ basem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ secantis interiacens latus a b & basem a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineã z. Sit enim primo pũctus d in ipso trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit d m, & fiat circulus super tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d est æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d, secetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, sitq; angulus d m n, quæ autem est ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem sit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineã b, & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrũ g m quæ sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiã circuli & diametrum quæ est c l, sit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q̄ sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, si producatur necessario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est æqualis angulo g a b per 29. primi: palam ꝙ angulus g c d est æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi est æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q secat lineã a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g sunt æquianguli, ergo ꝑ 4. sexti erit proportio lineæ q t ad t g, sicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmissis est æqualis angulo t a d, q̄m enim anguli g m d & t a b sunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij est æqualis angulo n m d, quia angulus n c d est æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui est contrapositus angulo n c d, est æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l est cõmunis duobus trigonis. s. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d sunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ t a ad lineam t c, sicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autẽ ostensum superius, ꝙ est proportio lineæ t q ad lineam t g, sicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, sicut lineæ q c ad t g, sed linea l c est æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineã t g, sicut lineæ e ad lineã z, quod est propositum. Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ est b g extra triangulũ producto, ducatur prius à puncto d linea æquedistans lineæ a b, & sit d m, & ducatur linea a g donec cõcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter istius circuli, & ducatur linea a d, erit quidã angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g





a d per lineam m n qui sit angulus d m n, & à puncto n, qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea ad eductã diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l, & secans periferiã circuli in puncto c, ita, ut lineæ c l sit æqualis lineæ h assumptæ ut prius. sit ut per 3. huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datam z, & ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t, & lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13. primi, quoniam erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d per 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ d a ad lineã c l, sicut lineæ t a ad lineã t c. cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales, quoniam cadũt in eodem arcum qui est d g, angulus uero t a q per 29. primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, sed & anguli q c a & g c t sunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a c ad lineã c l, sicut lineæ q t ad lineã t g, est ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, sicut lineæ q t ad lineam t g, quod est propositum.

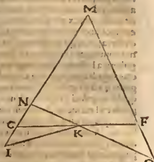
CXXXV.

Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ e & d, quorum unum qui sit e primũ sit in circulo, & reliquũ extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico quod possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulũ contententum à lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia, ducatur enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producatur usque ad circumferentiã & sit e g s, deinde ducatur linea d g, eritque ex præmissis linea e g minor quam linea d g, assumatur quoque linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut proportio lineæ l c ad lineam c m, sit sicut lineæ d g ad lineã g e per 119. huius, diuidaturque linea m l per æqualia in puncto n, à quo super lineã m l ducatur perpendicularis per 11. primi quæ sit n o, & super punctũ m per 23. primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturque linea m o: palam autẽ, quod angulus l m o erit minor recto, quoniam angulus d g s est minor duobus rectis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. sit autem punctũ concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui sit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineã f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineã g s, quod fieri potest per præcedentẽ. ducatur quoque linea m k, & super punctũ g terminũ lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineã usque ad circumferentiã productam, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico quod a est quæsitus punctus, ducãtur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineã f m, est sicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m, sicut lineæ e g ad lineam g a:

æqua-

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis trãgulo m f k per 6. sexti igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igitũ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k, & sic linea a z quæ necessario concurrat cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f, sic cõcurret linea a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & producatur linea a z usq; ad punctũ q, donec linea a c se habeat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 31. primi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. primi, & quoniã duo anguli z e a & e a e sunt minores duobus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos, concurret linea a c necessario cum linea e z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z per 4. primi quæ sit e l, erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32. primi, erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, qa uterq; est rectus, sed etiam angulus a e g est ex præmissis æqualis angulo m k f. Restat ergo per 13. primi, ut angulus l e z sit æqualis angulo n k c, & angulus e l z rectus est æqualis angulo k n c recto, erit ergo per 32. primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13. primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i; palam ergo ex præmissis, q angulus a e g est æquiangulus triangulo f m k, & triangulus e a l æquiangulus est triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c, & triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c, est igitur per 4. sexti proportio a z ad e z, sicut m c ad e k, est autem proportio q z ad z a, sicut proportio i c ad e m, ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti proportio q z ad z e, sicut i c ad c k, est ergo triangulus q z e per 6. sexti æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n z, erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n, est ergo per 4. sexti proportio e l ad l q, sicut k n ad n i. & similiter est proportio a b ad l e, sicut m n ad m k, erit ergo per 22. quinti proportio n m ad n i, sicut a l ad l q. sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi, ergo linea a l est æqualis l q, ergo per 4. primi linea e q erit æqualis e a, & angulus l q e æq̃lis angulo l a e. Sed & angulus e q z per 29. primi est æqualis angulo t a l, angulus ergo e a l est æqualis t a l, quia angulus e q z est æqualis angulo t a l, & angulus e z q est æqualis a z t per 15. primi, igiť tertius tertio, eritq; triangulus z e q æquiangulus trĩgulo z a t, est ergo per 4 sexti proportio q z ad z a, sicut e z ad z c, & sicut e q ad a c, est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a, ergo per 7. quinti est proportio q z ad z a, sicut a e ad a t, sed q z ad z a est ex præmissis sicut e g ad g d, igitur per 11. quinti est proportio lineæ a e ad a c sicut e g ad g d. Fiat autem super punctũ a angulus æqualis angulo g a e, qui sit u a g, producta linea a u, si possibile fuerit, usq; ad lineã g l: palam ergo ex præmissis, q̃m angulus g a l est medietas anguli u a t, cum enim angulus e a q ex præmissis & per 5. primi, ideoq; lineæ a e & e q sunt æquales, angulus e q c, qui per 29. primi est æqualis angulo q a t: patet q angulus e a l est æqualis angulo l a t, sed angulus g a e est æqualis angulo u a g est ergo angulus g a l medietas anguli u a t, sed angulus g a l, cum sit ex præmissis æqualis angulo f m c, qui cõstitutus est æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n. angulus uero u a t est æqualis angulo d g u, sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t, quia duo anguli t u a, d g b sunt minores duobus rectis, igitur linea a b concurret cum linea d g per 14. huius. Dico autem, q concurrent in puncto d, efficiet enim linea u a producta ad li-



ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a b t, quoniam isti trigoni habent angulum a u g cōmunem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c, sicut u g ad lineā, quā secat a u ex g d, & proportio e a ad a u, est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̄ p 13. huius proportio extremorū componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d composita ex eisdem proportionibus, quia erit composita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineā quā secat u a ex linea g d, sed est composita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quā secat a b ex g d, est linea g d, ergo a b secat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulū quæ sit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l est medietas anguli a g b, ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h est medietas anguli e a d, quia patet, q̄ linea a h contingens circulū diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propositum. Cum uero angulus u a g super punctum a terminū lineæ g a factus sit æqualis angulo g a e, tunc si linea a u non cadit super lineā e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u est æquedistans lineæ e s, quia in infinitū protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni linearū æquedistantiū ex hypothesi. Sed iam ostensum est, q̄ angulus t a d est æqualis angulo d g t, sed angulus a t g est æqualis angulo d g t. & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d, a g t p 29. primi sunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipsorum sunt proportionabilia, sed a g est cōmune, æquale sibijpsi, ergo latus a d est æquale lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, q̄ linea quā secat a b ex linea g d sit æqualis lineæ a t, & iam præostensum est, q̄ linea e g est æqualis ipsi a e, est ergo per 7. huius ꝓportio lineæ c g ad lineā quam secat a b ex d g, sicut a e ad a c. Etiam ostensum est, q̄ a e ad a t est sicut e g ad d g, igit̄ linea quā secat a b ex d g est g d. & cum ex præmissis angulus c a d sit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut supra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod est propositum. Eodemq; modo demonstrandum, si ambo puncta e & d data sint extra circulum, patet ergo propositum totum.

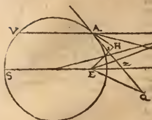
CXXXVI.

Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, q̄ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrum.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g, & in eo data diameter sit x g b, sit quoq; pūctus e punctus extra circulum. Dico q̄ possibile est duci à puncto e ad diametrū x g b lineam secantem circulū secundum prædictū modum. ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrū x g b per 12. primi, quæ sit e c, & sit exempli causa ut cadat illa ꝑpendicularis super semidiametrū b g, & ducatur linea e g, & assumatur linea q t æqualis lineæ e r, & fiat per 32. tertij super lineā q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadēs in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b, & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qd' sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiā circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli

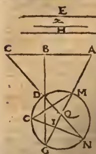
culi illius per 1.tertij,& à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, secans ipsam in puncto f, & producatur usq; ad p punctũ circũferentiæ, ita, ut eius pars quæ s p sit æqualis medietati lineæ g b semidiametri dati circuli, q̃ fiet per 133. huius, & ducantũ lineæ p t & t f, & ducatur à puncto p linea p b æquedistans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2. huius, & à puncto u ducatur linea æquedistans lineæ q t, q̃ sit u o, secans diametrum f l in puncto m, & lineã p q in puncto o, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineã p q per 12. primi, quæ sit t n, & à puncto t ducatur linea æquedistans lineæ p q per 31. primi quæ sit t s, & à puncto u ducatũ perpendicularis super lineam p q, quæ sit u h, deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius. qui sit b g d, ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z. Dico q̃ linea d z est æqualis parti diametri quæ est z g, sicut proponitur, ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d k: palam itaq;, cum ex præmissis diameter f l sit perpendicularis super lineam q t, & super eius æquedistantem o u per 29. primi, linea uero p u sit æquedistans illi diametro, q̃ angulus o u p erit rectus per eandem 29. primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 2. sexti, & per 29. primi, eo q̃ linea q t sibi æquedistans similiter est diuisa, erunt per 4. & per 29. primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4. sexti cum latus f m sit æquale sibiipsi, erit d m æquale m u, & f o æquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32. primi, ideo q̃ angulus p u o est rectus, ut paret ex præmissis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo f p u, ideo, quia ut præmissum est, angulus k o u æqualis est angulo f u o. Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præostensum est, & angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum, est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur &c. est ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u, erit ergo f p æquale ipsi f o, sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g u, ergo & ipsi g d per diffinitionẽ circuli, & ita erit per 7. quinti proportio lineæ e c, quæ est æqualis lineæ q t ad lineam g d, sicut lineæ q t ad p o æqualem g d. Sed cum angulus k d g sit rectus p 17. tertij, æqualis est ipsi angulo recto g i d, & angulus i g d est cõmunis, erit ergo p 32. primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ g k ad k d, sed angulus k g d est æqualis angulo q p u, & angulus g d k qui rectus est per 17. tertij, est æqualis angulo recto o u p, erit ergo per 32. primi tertius tertio æqualis, & triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p, est ergo per 4. sexti proportio lineæ b g ad k d, sicut lineæ o p ad o u, & q̃m ex præmissis est proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ o p ad o u, & quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d, sicut lineæ g d ad d p, ergo per 11. tertij est proportio lineæ g d ad d l, sicut lineæ o p ad o u. Fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t q ad p d, ergo per 22. quinti erit proportio lineæ e c ad d i, sicut lineæ q t ad o u, sed proportio q t ad o u est sicut t f ad f u per 29. primi & per 4. sexti, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29. primi, est enim coalternus illi inter lineas æquedistãtes, q̃ sunt h q & f c. Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15. primi, erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h, ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, sicut s h ad h u, sed linea t u æqualis est lineæ s h per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ t n

ad lineam h u, sicut lineæ e f ad f u. Sed sicut patuit ex præmissis, quæ est proportio lineæ e k ad f u, eadem est lineæ q t ad u e per 4. sexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o est sicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e e ad d i est sicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u sit rectus, est æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmissis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, est ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, est ergo per 4. sexti ꝓportio lineæ i d ad d g, sicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e sit æqualis angulo e p e ex hypothesi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ e g ad e c, sicut lineæ p t ad n t, est igitur proportio lineæ g e ad g d, sicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, sed & angulus d g e æqualis est angulo u p c ex hypothesi, quia enim angulus q z t est æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x æqualis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit æqualis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo ꝓportio per 4. sexti lineæ d z ad z g, sicut lineæ u f ad f p, sed linea u f est æqualis ipsi f p, ex præmissis igitur linea d z æqualis est ipsi z d, quod est ꝓpositum. Est autem uniuersalis hæc proportio siue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, sit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam sit æqualis parti diametri quã abscindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt secundum quantitatem anguli k g d, hoc est propositum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoq́ aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium, possibile est à dato puncto ducere lineam ad basem ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ se habeat ad inferiorem partem abscisam basis, sicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & sit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ possibile est à puncto d ad basem g a ducere lineam secantem basem a g cum puncto q, & ex alia sui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, sit ut ipsa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquedistans lineæ d a per 31. primi, quæ sit d n, & fiat circulus transiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & quoniam angulus g d m est rectus per 26. primi, quoniam angulus a b g est rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, sit quoq; h quædam linea a d, ad quam se habeat linea d a sicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g sit æqualis angulo b a g, secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & sit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiā in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq; ad circumferentiā, quæ sit linea c n, secans diametrū m g in puncto l taliter, q; linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autē per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo linea d m cōcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & proportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineā z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, q̄d est propositū. Et si cōtingat q; à pūcto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile à pūcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utrius q; ad partē quā secet ex base a g sit proportio sicut lineæ e ad lineā z, & erit eadē demōstratio. Plures aūt huius lineas q̄ duas nō est possibile duci, ut patuit p 133. hui9, patet ergo propositū, & licet hoc qd' hic ponit̄ nō uideat̄ penitus uniuersale quantū ad quælibet pūcta data, & quaslibet lineas datas, ad quarū proportionē fieri debeat ipsius basis proportio: nos tñ hoc proposito theoremate nisi modo cōuenienti & possibili in sequētibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



VNiuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmisimus, uniuersali actioni sensibilium formarū quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiōis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbrarū, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formarū aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodū patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus qd' est sui luminis diffusiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit secundā, sicut lux intrans domum per fenestrā, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarū. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formā diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

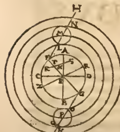
Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiorem esse luce dis-

gregata. Item lucẽ fortiorẽ uehementius illuminare,& longius ſe diffundere. Item in abſentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itẽ aliquã umbram in ſui termino acui,& ad punctum terminari. Item lucem ad omnẽ poſitionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranſeuntem illarum coloribus colorari,ut patet de luce tranſeunte uitrias feneſtras,quæ illoꝶ uitrorum coloribus informantur,ſecum formas illoꝶ colorũ ſuper obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil fruſtra agit,ſicut nec deficit in neceſſarijs.

THEOREMA I.

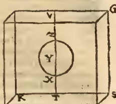
Radij quorumcunqꝫ luminum & multiplicationes formarum,ſecundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qđ hic proponitur,nõ demonſtratione,ſed inſtrumentaliter poteſt declarari,diuerſitas tamen antiquoꝶ ad hoc probandũ pluribus & diuerſis uſa eſt inſtrumentis, nos uero utimur iſto qđ hic ſubſcribimus,ꝙ regulariꝰ huic ꝓpoſito credimus cõuenire. Aſſumatur itaqꝫ uas æneum rotundum conuenienter ſpiſſum,ad modum matris aſtrolabij, cuius fundi latitudo ſit unius cubiti,uel maior, & altitudo oræ eius ſit æqualis latitudini duorũ digitoꝶ perpendicularis ſuper baſem uaſis,& in medio dorſi huius uaſis ſit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimũ rotundũ columnare,cuius lõgitudo ſit æqualis latitudini trium digitoꝶ,latitudo uero eius ſit minor uno digito,& ponat̃ hoc uas ſecundũ ſui puncta media in tornatorio,& torneur quouſqꝫ periferia eius ſit intrinſecus & extrinſecus ueræ rotunditatis,& adæquentur planæ ſuperficies ipſius, & corpus columnare qđ eſt in medio dorſi,fiat rotundum. Signentur itaqꝫ in interiori ſuperficie fundi huius uaſis duo diametri orthogonaliter ſe ſecantes,quæ ſint a b & c d: palam, q̃m illæ diametri tranſeunt per centrum circuli fundi ꝙ ſit e, deinde ſignet̃ in baſi oræ iſtius uaſis,qui eſt circulus a c d,in diſtantia extremitatis alterius diametroꝶ productarũ, ut diameter a b ſecundũ latitudinem unius digiti punctũ qđ ſit f,& ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e,quæ ſit f g,& à duobus terminis iſtius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinſeca ſuperficie oræ uaſis,quæ neceſſario erũt perpendiculares ſuper ſuperficiem fundi lamine,ideo, ꝙ ſuperficies oræ,in qua perpendiculares iſtæ producantur, ſunt erectæ ſup ſuperficiem fundi,ut patet ſupra. Illæ quoqꝫ perpendiculares ſint f h & g k,& in altera iſtaꝶ linearũ ut in f h ſignentur tria puncta æquediſtantia ſecundũ quantitatem medietatis grani hordei,quæ ſint l m n,quoꝶ primũ qđ eſt l ſit propinquius baſi uaſis & ipſi puncto f, à quo diſtet per quantitatẽ medietatis grani hordei,& deinde reducatur uas ad tornatoriũ,& ſignent̃ in ipſo tres circuli æquediſtantes,tranſeuntes per illa tria puncta l m n,qui circuli diuident lineam g k,iſtæ diuiſæ lineæ quæ eſt f h oppoſitam proportionaliter prius diuiſæ per 17. undecimi,ſintqꝫ diuiſiones lineæ g k puncta o p q,& fient in unoquoqꝫ iſtorũ trium circuloꝶ duo puncta oppoſita,quæ ſunt extremitates alicuius diametri illorũ circuloꝶ in puncto diuiſionis lineæ f h,qđ eſt punctum l,opponitur in linea g k puncto o,& ſit linea l o diameter circuli æquediſtantis circulo a b c d.& ſimiliter linea m p ſit diameter alterius circuli, & linea n q ſit diameter circuli tertij,diuidatur itaqꝫ medius iſtorũ circuloꝶ in 360. partes, & ſi poſſibile fuerit per minuta,deinde ſuper lineam f h alteram duarum linearũ ꝑpendiculariũ quæ ſunt f h & g k punctũ medium qđ eſt m,ꝑforetur foramen rotundũ,& ſit medietas diametri foraminis ſecundũ quantitatem diſtantiæ circuloꝶ quæ eſt linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos;& medius circuloꝶ diuidet circulum foraminis per æqualia,q̃m tranſit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulũ ſpiſſa,& ſit eius ſpiſſitudo ſicut horæ ipſius inſtrumenti,& eius longitudo ſit duorũ digitoꝶ ſicut & ora uaſis,& eius latitudo ſit prope hoc, & ſit æquediſtantiũ ſuperficieꝶ,planeturqꝫ adeo,ut cõmunis ſectio ſuperficieꝶ ſuæ latitudinis,& ſpiſſitudinis ſit linea recta,quæ ſit e s,diuidaturqꝫ in duo æqualia per 10. primi, &



ab

ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quæ sit t u,& hæc,ut patet ex præmissis & per 29.primi,necessario æquedistabit ambabus lineis longitudinis,diuidens superficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ est t u,& à parte lineæ r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuicem secundū quantitatem medietatis grani hordei quæ sint x y z,& à medio istorū punctorū quæ est y perforetur lamina foramine rotundo,sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta p tingat,eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semidiameter uasis fundi quæ est f e,cuius extremitati in hora uasis superstat una linearū ꝑpendicularium quæ est f h,sitq; punctus diuisionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis sup eādem diametrū quæ sit k t s,deinde ponatur basis paruæ laminæ super hanc lineā,donec linea quæ est differentia cōmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ est r t s, supponitur lineæ isti ꝑpendiculari ductæ super diametrū quæ similiter est r t s,sitq; punctus diuidens lineā laminæ,quæ est cōmunis differentia superficierū latitudinis & profunditatis,qui est punctus t,superpositus puncto t,signato in linea f e semidiametro uasis,deinde consolidat̄ parua lamina fundo uasis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina,quæ est r u s, directe oppositum foramen l m a,quæ est in uasis ora , & erit linea recta m y,copulans centra istorū foraminum in superficie circuli medij trium circulorū prius signatorū,cuius diameter est linea m p,eritq; linea m y æquedistans diametro uasis quæ est f e, deinde resecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter se secantes,quæ sit pars 4. proxime sequens quartā illam in qua est foramen,cui foramen laminæ opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d,& planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis,& ducta 4.circuli quæ sit a d,secundū quantitatem circuli horæ diuidatur per 90.grad.& diuidantur grad. in minuta,& isti uasi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipit̄ regula ænea quadrangula,cuius longitudo sit unius cubiti,& sint 4.superficies ipsam continentis latitudinis duorū digitorū ,& adæquatur superficies eius,donec fiant æquales rectangulæ.Deinde in medio puncto longitudinis regulæ , & in medio alicuius illarū superficierū fiat foramen rotundū,cuius amplitudo sit capax corporis,qđ est in dorso instrumenti,& sit foramen perpendiculare super superficiē regulæ transiens ad aliam partem superficiei oppositæ,fiatq; taliter q reuoluatur in ipso instrumentū non leui reuolutiōe,ponaturq; instrumentū super regulam immisso corpore,q est in eius dorso in foramen regulæ,donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulæ,eritq; longitudo regulæ æqualis diametro instrumenti, fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ,sed longitudinis plusq; unius digiti,quæ consolidentur super extremitates regulæ,ita,q ipsorū præeminentia super extremitates regulæ sit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ consolidatæ sint sup superficiem regulæ non perforatā,& quia latitudo regulæ est duorū digitorū,altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorū,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,sicut in astrolabio,& imittat̄ cuspis continens regulā cum instrumento. Deinde assumatur alia regula ænea,cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uero sit æqualis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti,& longitudo eius sit æqualis medietati cubiti,fiatq; hæc regula recta & uera,& eius superficies æquales & æquedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique,donec finis longitudinis eius cōtinuat cum tertio latitudinis angulum acutū,ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto sectionis ducatur linea æquedistans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29.primi. Cum itaq; hæc regula





gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instrumenti protractorum, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiē planam instrumenti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaq; propositam conclusionē experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentū præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuicunq;, uel etiam candelæ, & applicetur centrū foraminis instrumenti qd' est punctū m, opposito corporis luminosi secundū qd' melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus centra amborum oppositorum foraminū unius in ora instrumenti, & alterius in tabella perforata existentia, quæ sunt m & y, describeturq; circulus luminosus ex parte horæ instrumenti opposito foramini l m n directe per diametrū m p, eritq; centrum illius circuli luminosi in puncto p. qđ faciliter patere potest, si à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illorum trium circulorū, secundū gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiā computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaq; m p, secundū quā incidit radius, transiens per centrū circuli utriusq; foraminis, & per centrū circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorū trium circulorum, & est diameter illius circuli, est ergo linea recta. & si aliqđ' corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiēs per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionū, circa punctum p in ora instrumenti describet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtū cum lumine diffudit formā suam secundū lineas rectas, sicut & ipsum lumen: patet ergo, q radij quorumcunq; luminum & multiplicatiões formarum secundū lineas rectas ꝑtendunt, & hoc est ꝓpositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea ꝓporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. si ergo dicatur, q lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b, & in minimo tēpore sensibili feretur per minimā partem sensibilē lineæ a b, quoniā si in tempore sensibili feretur per spaciū insensibile, contingeret spacium sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratū post illud spaciū compositū ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimū spacium sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spacium forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, qm̄ minimo spacio sensibili non est aliqđ spaciū sensibile minus, etiā minimo tempore sensibili non est aliqđ' sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, q est impossibile, qm̄ implicantur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tēpore per ꝓportionatū sibi mediū diffundi. necesse est ergo q illa diffusio fiat in instanti, qđ' est ꝓpositum. Ad hoc etiam aliquæ deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositū, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, qm̄ non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: qm̄ minimā lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur, quia

quia neutra pars ei9 erit lux, neq; apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secundũ quã sit diffusio luminis, aliqua latitudo ꝑpter quã inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea natu rali æquedistantes erunt, & quĩ lux minima ꝓcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare potest, necesse est, ꝙ ꝓcessus eius sit secundũ lineam mathematicã, quæ est in medio lineæ sensibilis, & secundũ lineas extremas æquedistãtes lineæ mediæ, neq; ca dit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppositi, sed in punctum sensibilem correspondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathe maticæ ipsius lineæ possunt terminari, & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in processu.

IIII.

Corpora diafona sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui trasmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis altera tione fixa. Sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per primã hu ius, quarũ aliquæ sunt æquedistantes, aliquæ secantes se, & quædã diuersi situs, & omnium istarũ linearũ distinctio fit per distinctũ situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extensæ à coloribus diuersis in eodem dia fono, extenduntur quælibet ipsarũ secundũ lineam rectam, & pertransibunt ad corpora opposita. Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores, sed solum penetratur, neq; enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris post re cessum lucis uel coloris ab ipsarũ oppositione, nõ ergo transmutantur illa corpora essen tiali transmutatione per luces & colores, quod est propositum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ causa, ponantur in loco aliquo cande læ multæ localiter distinctæ, & sint omnes oppositæ uni foramini pertranseunti ad lo cum obscurũ, & opponatur foramini in loco obscuro aliqđ corpus non diafonũ, Luces itaq; candelarũ apparent super illud corpus distinctè secundũ numerũ candelarũ, & quæ libet illarũ apparet opposita uni candelæ secundũ lineam rectam transeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ, & si cooperiatur una candela, destruetur unum lumen oppositũ illi candelæ tantũ, & discooperta candela, reuertitur lumen: palam itaq; ꝙ luces in medio foraminis, ubi se intersecant omnes uel plures in puncto uno, non ad miscentur in eodem puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarũ essentias, & ob hoc cum ul terius ꝓtenduntur, tunc secundũ locorũ, quibus incidunt, diuersitatẽ localiter distinguun tur, & qm̃ lux res coloratas pertransiẽs, illarũ coloribus coloratur, ut suppositũ est: palã, si lumen penetrat distinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti, patet ergo propositum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totũ corpus luminosum, est sicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis sibi ꝓportionabilẽ.

Sit corpus aliqđ luminosum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad to tum corpus a b, est sicut ꝓportio partis uirtutis ꝗ est a, ad partem corporis quæ est a. Si enim nõ est istorũ eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: sit primũ maior, & sit uirtus totius corporis a b si gnata per lineam g d, sitq; g uirtus partis corporis quæ est a & d. sit uirtus partis corpo ris quæ est b: quæ est ergo ꝓportio g ad a, eadem est d ad b, ergo per 18. quinti erit con iunctim g d ad a b, sicut g ad a, Si ergo ꝓportio g ad a est maior ꝓportione g d ad a b, erit

A ———— B

G ———— D

erit quoqꝫ maior ꝓportio g d ad a b, q̄ g d ad a b, qđ eſt impoſsibile, non enim potuerint eſſe unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarū una maior alia, idem quoqꝫ accidit impoſſibile danti, ꝙ minor ſit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ eſt a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor eſt ꝓportio g ad a q̄ g d ad a b, & quæ eſt g ad a, eadem eſt d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ eſt g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo ꝓportio g ad a, ſicut g d ad a b, & hoc eſt ꝓpoſitum, & eſt uniuerſale, niſi forte aliqd conferat unio uirtuti, q̄m uirtus unita ſemper eſt fortior ſe ipſa diuiſa: unde tenet noſtra demonſtratio, quando partes non diuiſæ à toto agunt in ipſo toto non actualiter diſtinctæ, cum enim diſtinctæ ſunt à toto, tunc non ſunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit ſignat potentiā non actum, & de hoc completius in alijs ſermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminoſi intranſmutabilis ſecundum formam uel ſitum in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, eſt ſemper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminoſi uirtus a, & ſit corpus æquale & omogeneū eidem oppoſitū b g, & ſit impreſſio uirtutis a in b g corpora ſignata per c. Dico ꝙ a ſemper imprimit in corpus b g impreſſionem c, quæ eſt ſemper æqualis ſibiipſi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoqꝫ imprimit in b g impreſſionem quæ eſt c, quandoqꝫ uero nō imprimit c, ſed aliud maius uel minus ipſo c, ut d, tunc cum corpus obiectum ſit omogeneū & uniforme, erit diuerſitas impreſſionis non à corpore b g patiente, ſed à uirtute a diuerſificata in ſe; hoc autem eſt impoſſibile, cum corpus luminoſum poſitū ſit intranſmutabile ſecundum formam & ſitum, eſt ergo ipſius actio ſemper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, & hoc eſt ꝓpoſitum.

D
C
A
H G

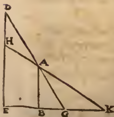
VIII.

Neceſſe eſt terminū lōgitudinis cuiuslibet umbræ radiū lumioſum eſſe.

Quod hic ꝓponitur, ſatis patet per præmiſſa principia, quoniam enim per tertiam ſuppoſitionem ſolum in abſentia luminis fit umbra, & p 4. ſuppoſitionē in allatione luminis umbra deficit, tunc neceſſario oportet in tanto ſpacio umbram cauſari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum ſit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea ſit luminoſa, eſt ergo illa linea radius luminoſus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpoſitum.

IX.

A terminis æquediſtantium altitudinum corporis luminoſi altioris, & corporis umbroſi baſſioris productæ lineæ, concurrentes ſunt ſuis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̄ ex lumine altiori.



Sit altitudo corporis umbroſi cuiuſcūqꝫ linea a b, & ſit altitudo alia illi æquediſtās ipſius corporis luminoſi, quæ ſit d e, ſitqꝫ linea d e maior q̄ linea a b, ꝓducanturqꝫ lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquā partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineā g d, ſicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquediſtat lineæ d e ex hypotheſi: palam ergo per 29. primi, q̄m angulus g b a eſt æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoqꝫ b g a cōmunis eſt ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. ſexti eſt ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, ſicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſicut li-

cut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est ꝓpositum, quoniã eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, q̃m eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori. Esto enim ꝙ aliq̃d corpus luminosum sit in puncto h, cadatq; radius h a in punctum lineæ e g, qđ sit k, eritq; ꝑ præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b est minor q̃ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor q̃ e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, ꝙ umbræ lunares semꝑ sunt lõgiores q̃ umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunq;, patet ergo ꝓpositum.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, qa utiq;, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in ꝓposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea sit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet causam impedimenti in progressu, & linea a g similiter est recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: subtendatur illi ergo angulo utcunq; contingat basis à punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel abscindatur linea a b, trigonum itaq; e d b g diuiditur per lineã d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo ꝑ 11. quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, qđ est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori ꝑ 9. quinti, hoc autẽ est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.

XI.

Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrã proijciũt usq; ad incidentiã radij per rei densæ uerticẽ ꝓducti.

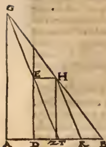
Quia enim in corporibus densis nõ diafonis natura diafoneitatis & transparentiæ est impedita per admixtionẽ corporũ opacoꝝ terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impediant, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliqđ talium umbrosoꝝ corporũ, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius q̃ linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaq; in tota linea a b incidentes, impediuntur à transitu ꝓpter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus suꝑ radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propositum.

XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, ꝙ sit altius duobus corporibus umbrosis, cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g, sintq; duorum corpoꝝ umbrosorũ æquales altitudines erectæ suꝑ lineam a b, productam in ipsa superficie horizontis quæ

sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remotiore, ducaturque per uerticē corporis d e radius g e t, qui erit linea una p 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaque per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q umbra d e t est minor q umbra z h b, ducatur enim a puncto h linea æquedistans lineæ e t p 31. primi, quæ sit h k: palamque per 2. primi huius, quoniā linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniā lineæ h b & e t concurrūt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctū k p 2. & p 14. primi huius inter duo pūcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ p 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed p 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo linea z t, utrobique erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo p primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniā sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q umbra z h b, quoniam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q umbra z h b, patet ergo propositum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori densi nulla est, eleuatæ uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionē 3. in absentia luminis fit umbra, tunc patet, q si lineā mathematicam naturalis corporis supficiei infixam, accidit luminoso corpori ppendiculariter offerri, non impedietur, nisi unita linea radialis a transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad supficiem illius corporis, nulla uero aliarum lineaꝝ radialiū impeditur ꝓpter obiectū illius lineæ, alias enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ppendiculari ipsis obiecta in uno puncto cōcurrere, qđ est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autē radius non sit aliud q linea luminosa, ut patet per diffinitionem, palam, q radius ad modū lineæ incidit supficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundū punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionē, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundū punctum, palam q non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunque sub linea ponatur densa supficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra proijcitur linearis, eo, q intra quælibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semp punctualis in concursu sui cum superficie corporis densi, quia ibi solū cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunque figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentē, ad q̄dlibet enim punctū lineæ terminantis quācunque datam superficiē corpori luminoso ppendiculariter oppositam, contingit ducere lineam ppendiculariter oppositam corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarum lineaꝝ supficie ꝓposita existente infixā corpori denso, nulla est, ergo nec umbra totius superficiei fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum lineaꝝ p præcedentē ꝓpositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uidenē lineam constituere, apparet ergo umbrā superficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & q̄niam supficies circulares ex suis diametris ex alijs ppendiculariter super corpus luminosum ꝓductis, non accipiunt nisi puncta umbraꝝ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitū rectæ lineæ ipsarū umbra linearis recta, non enim causanē umbræ a figura quorūlibet obiectaꝝ, nisi secundū q transitus luminis impeditur, cuiuscunque

cunq; ergo figuræ fuerit ꝓposita superficies, umbra apparens semꝑ erit superficialis, uidebitur autem linearis ꝓpter præmissas causas, patet ergo propositum.

XV.

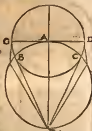
Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis contraposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso opposito infixi corpori denso, umbra nulla est, eleuati uero est corporalis, uidetur aũt superficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior supꝰficie illius eiusdẽ corporis contraposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctũ, ut est in pyramide, ꝙ infigatur supꝰficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso, dico ꝙ uerum est qđ ꝓponebaт. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basi, & aduersæ corpori luminoso, patet, qm̄ radij luminosi ex omni parte secundũ lineas longitudinis perueniunt ad basem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, si illud corpus sit pyramidale, uel si basis sit maior sibi contraposita supꝰficie aduersi corporis luminosi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret, si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi, tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existente, si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra superficialis: superficies enim secantes corpus, & ꝑpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituunt linearem per præmissam, & quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uero tales cõiunctæ superficiem constituunt, palam, omnis corporis sic dispositi umbram superficialẽ apparere, erit autẽ illa umbra necessario corporalis, quoniã erit dimensionata dimensionibus corporis, qđ potest declarari ut prius, patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ, qui d g, cuius centrum sit punctum a, & diameter g d, & qm̄ lumen ad omnem differentiã positiõis se diffundit, sicut patet ꝑ 6. suppositionẽ, sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundit supꝰ circulum d g, ducaturq; linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli, & secundũ diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico ꝙ radij z e & z b sunt contingentes sphæram, uel aliud aliorum corpoꝝ, & ꝙ nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qđ est punctum a, ad puncta sectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo ꝑ 30. tertij, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti, ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d, ꝓductæ ergo non secabunt circulum g d; sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt.



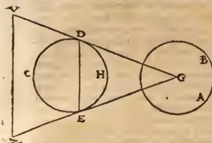
Si enim detur, ꝙ aliqui longiores radij duci possunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b, ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius ꝗ ꝑueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem, qđ est impossibile, & hoc quidem nõ solum demõstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo ꝓpositum.

XVII.

Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantum à centro corporis luminosi, ex quo patet, ꝙ necesse est à quolibet pun-

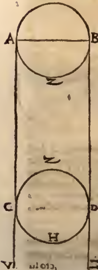
cto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur q radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq; corpus illuminatū circulus d e, à centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pūcto a corpori illuminando incidere, qui p præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactuū quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur linea u z, p 31. primi, erit q pars corporis illuminati super quā cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quā nō cadit lumē, quæ d c e, & quia pars supra quā non cadit radius, non illuminatur, ergo ps contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistātes: sunt itaq; per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cōmunis ambobus trigonis, est ergo p 4. sexti, pportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z, sed linea z g est maior q linea e g, ergo linea u z est maior q linea d e, umbra ergo corpor omniū cuiuscunq; sint, pportionis ipsarū diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmētantur secundū modum q elongātur ultra corpus umbrosum, cuius contrariū notū est sensui. Vnde fuit suppositū in principio aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est, ppositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollariū, quoniā à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundū qd' huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, patet ergo propositum.



XVIII.

Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.



Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatū d g, & pducant à corpe luminosi duo radij lōgiores, q per 16. huius erūt duæ lineæ cōtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æqdistantes ex hypothesi, pars q illuminata super quā cadit lumē sit g z d, & pars sup quā cadit umbra sit g h d, umbra ergo cōtinet à duabus lineis e g & d u, quæ sint æqdistātes. Si ergo unicuiq; corpori illuminādo correspōdeat æqualis sibi pars corporis illuminātis, tūc enī solū secundū lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, q omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nō augebitur umbra, neq; minuetur, sed ptendetur super in infinitum, qd' est contra suppositionem, habet enim aliqua umbra terminū acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est, ppositum.

XIX.

Oīs punctus corporis luminosi eam partē corporis umbrosi illuminat, ad quā ab eodē pūcto rectas lineas possibi

le est produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminosi ad ꝗdlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qđ contingat linea d g sup punctum a per 16. tertij, sitq; corpus illuminatum concauū arcus e b, & secet ipsa linea d g super duo puncta z & h. Dico ꝙ possibile est omnē arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi, qm̄, ut patet, possibile est, ut ab omni pūcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile ꝑ 15. tertij, qm̄ inter lineam g d contingētem circulum a b aliquā lineam rectam intercipi est possibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctorū illorum arcuū ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut linea u a secat circulū a b in puncto t priusq̄ ꝑueniat ad punctum a, & similiter est de oībus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctū a ꝓductis, omnes enim secāt circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusq̄ ꝑueniant ad punctum a: radius itaq; exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quibus ad eosdem arcus recte possunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminantis, qm̄ si corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ possint ab uno puncto illuminari, non illuminātur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia cōuexa, possunt ab uno puncto luminosi corꝑis illuminari, patet ergo ꝓpositū & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiē duci potest, unica tantum linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quod enim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qđ autem unica tantū linearū ab aliquo uno puncto corporis luminosi ꝓductarū ad superficiem unam corporis oppositi sit perpēdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidūt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pūcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidā instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctū m, & diffusio in ipso in partem oppositā oræ instrumenti secundum circulū, cuius centrum est punctū p, erit circulus p maior circulo m, qđ sensibiliter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumēti, quæ interiacent periferias illorum circulorū & centra, patet ergo ꝓpositum.

XXI.

Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen

incidit, plus illuminatur, quam pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodq́ umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitq́ arcus sui concauitate respiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, sitq́ corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducatẽ quoq́ linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritq́ hæc ꝑpendicularis super r lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæq́ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, ſimiliterq́ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusq́ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaq́ l illuminatẽ à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cõmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i est cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoq́ z t est similiter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ l & g, quõ est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, quod arcus z t & c i habent duplum, & quod arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineã ꝑpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i est æqualis, quõ à totidẽ punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorũ uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritq́ semper ꝓportio excessus illuminationis secundũ numerum punctoꝝ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaq́ ex ijs, quõ semper id quod est ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namq́ plus luminis cadit, quod à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpoꝝ quocunq́, exemplificauimus autem istũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpositum.

XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatũ sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaq́ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitq́ linea b g ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti quam corpus d e. Dico quod corpus b g fortius illuminatur quam corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis quæ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaq́ lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primã sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniã basis b g est maior base h t, plus itaq́ luminis diffusum est in trigono a b g, quam in trigono a h t, in quolibet enim istorum trianguloꝝ puncto est lumen æqualiter

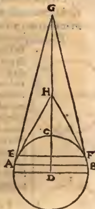
diffusum

diffusum. Lumē ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quàm corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, proportio enim uirtutis luminis incidētis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor proportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus u z per 8. quinti, quoniam ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut proportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim proportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionē factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ perueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaque propinquius corpori luminoso fortius illuminatur quàm remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quàm puncto propinquiori.

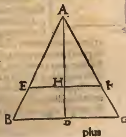
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur perpendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico quod puncto remotiori qui est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quàm ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctū h, erunt itaque per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingāt itaque radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, quoniam puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaque punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniā punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē propter radiorum fortitudinē quæ sequūtur ipsorum breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs quàm punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorū oblique incidentiū & debilium, sed in puncto propinquiori fortificabitur lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat quàm spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat quàm domum uel cameram maiorē, potest tamē idem figuraliter demōstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaque spacium totum b g secūdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaque à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, producta que linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f termine tur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f quam in spacio b g, fortiores ergo fiunt cum sint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt quam in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quam spacium maius illo, & hoc est propositum.

XXV.

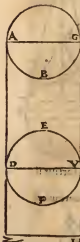
Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi, alicui diametro illius corporis æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens sup̄ficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrum sit punctum c. Dico quod linea a b æquedistat alicui diametrorum corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c terminum lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ sit d c a, p̄ducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet quod ipsa est pars diametri sphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet quod ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est p̄positum.

XXVI.

Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illumimatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa.

Esto corporis illuminātis diammeter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandū sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico quod d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaque diameter a g est æqualis & æquedistans diametro d u p̄ hypothesim & per præmissam, palam quod radij a d & d u sunt æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum p̄tracti nunquam concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaque arcus d f u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propositum.

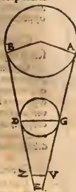


XXVII.

Diametro corporis luminosi sphærici existente maiore diametro corporis sphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, necessarium ergo erit diametros a b & g d esse æquales, qđ est contra hypothesim, concurrunt itaque in puncto e: pateat ergo, quod radij a g & b d non trasëunt terminos diametri circuli g & d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, qđ est impossibile & contra 32. primi, palam quod radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphærici corpo-

corporis continet umbram, patet q basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.



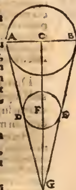
XXVIII.

Diametro corporis luminosi sphærici existente minore diametro corporis illuminandi sphærici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitũ ptẽsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cõcurrẽt itaq radij g a & d b ultra corpus luminosum g d p præmissam diametrorũ portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrũ corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, q si sic erunt ut in præmissa per 15. tertij trigoni a b e duo anguli recti, qd' est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ptensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illã partem concurrere sit impossibile, patet q umbra extendetur in infinitũ, & hoc est qd' proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.

XXIX.

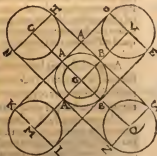
Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus umbrosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.



Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitq pũctum in medio umbræ qd' sit g, & copuletur linea e f g, cadet itaq linea f g in medio umbræ, superficies itaq erecta super medium umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdẽ umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



Sit corpus super qd' cadit lumen qd' continetur à circulo a b, cuius centrũ est g, & sit unum corporũ luminosorũ cõtentum à circulo d e, cuius centrũ aliud corpus luminosum contentum à circulo z b, cuius centrum est t, uidebitũ itaq umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit per lineã u g m, secabit ergo per æqualia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qd' est pũctum g. Similiter & q superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductã per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cõtentæ sub lineis a n & u s secundum punctũ medium ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram p duo æqualia, & qm superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per

 æqua-

æqualia sunt diuisæ, patet q secundum ipsas numerantur etiam & umbræ, patet ergo ppositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso ppinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet q umbra corporis ppinquioris plus priuat luminis, radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniã radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, pp̃ter qđ etiam plus apparent umbræ in præsentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoq; continentes ipsam umbrã sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo propositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unũ corpus umbrosum obiectũ pluribus corporibus luminosis. palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaq; accidat, ut umbræ se intersecent, dico q umbra multiplicata plus umbrescit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profunditur aliquo lumine qđ ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, qm̃ plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ppositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ secundum sui medium in eadẽ superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrati, ergo oportet q illud corpus obumbratũ secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theorematis, qm̃ si duo corpora ppinqua adinuicem secundũ sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminosi corporis consistunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit ppinquũ illi qđ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qđ est ppinquius lumini, ut quando idẽ radius transiens uirtutem propinquioris, transit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, qđ sit altius illo, patet ergo propositum.

XXXIIII.

A equedistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, q lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una linearũ radialiũ ab ipsa egredientiũ sit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una linea e u, & alia h z, & sint e u & h z æquedistantes, sitq; corpus unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super qđ cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit

sit t i, & contingat ipsum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoso, super qđ cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquedistātes e u & u z, illud corpus cōtingentes, cuius diameter sit k l, contingaturq́ꝫ à linea e u in puncto k, & à linea b z in puncto l, umbra itaqꝫ ꝓueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q sunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis l g & t g, & supficie corporis t i, quæ est à parte g, umbra ergo finitur apud punctū g, umbra uero corporis k l ꝓtensa inter lineas æquedistantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminatꝰ ad aliqđ punctū, quoniā illæ lineæ cōtingentes umbram in infinitū protractæ, non cōcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipsis prius cōtenta secundum diuersitatē ꝓportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrū corporis b a, & ex hoc patet, ꝙ radij per se non sunt lineæ, neqꝫ regulares, neqꝫ irregulares, neqꝫ æquedistantes, neqꝫ concurrentes, sed accidit eis lineatio per respectū ad corpora in quibus incidunt, & æquedistantia & concursus accidunt eis ꝑ proportionē diametroꝝ corporum umbrosorū ad diametros corporis luminosi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totū aërem circumstantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctū corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝓpositum.

XXXV.

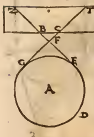
Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt.

Esto ut à puncto medio corporis luminosi qđ sit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoqꝫ basis b g, & ducatur linea d e secans trigonum a b g, erit medium sui lateris a g æquedistanter basi b g per 10. & 31. primi, ꝓtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter suꝑ basim b g per 12. primi, quæ secet lineam d e in puncto u, diuidaturq́ꝫ linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducaturq́ꝫ linea h t, linea ergo h t erit æquedistans basi g l per 2. sexti, secabit ergo lineam u z per 2. primi huius, sit punctus sectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares super basem b g, quæ sint e l, d m, h n, t s, secabit quoqꝫ perpendicularis e l lineam h t, sit punctus sectionis linearum d m & h t sit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, ꝙ linea h t est maior ꝙ̄ linea d e, quia itaqꝫ trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. sexti latera ipsorū ꝓportionabilia, quia ergo ut patet supra linea a e est maior ꝙ̄ linea e h, erit ergo linea e u maior ꝙ̄ linea h q. Sed linea h t est maior ꝙ̄ linea e d, ut præostensum est, ergo per 9. primi huius maior est proportio lineæ e b ad lineam e d, ꝙ̄ lineæ q h ad lineam h t, est enim ꝓportio lineæ e u ad lineā e d, sicut lineæ h k ad lineam h t per 4. sexti, & per 16. & 18. quinti, sed linea h q est pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor est ꝓportio h q ad h t ꝙ̄ h k & h t, minor est ergo proportio lineæ h q ad h t ꝙ̄ e u, eodemq́ꝫ modo demonstrandum, ꝙ lineæ g n ad lineā g b

minor est proportio q̃ lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq; basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d e: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorũ basium super bases uiciniores plus minuuntur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium fit quantitatis non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniã enim linea b g sensibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut potest approximat suæ perpendiculari, ꝓpter qđ radij omnium punctoꝝ totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per fenestram super corpus oppositũ solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.



Esto corpus luminosum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & sit diameter fenestræ b c, sitq; linea t z in supficie corpis solidi opposita lumini cui incidit radius, producanẽ q̃q; lineæ radiales tangẽtes periferiã fenestræ, quæ sint e b g c, hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij, sit punctus cõmunis sectionis f, & hæ lineæ productæ incidant superficiei corporis oppositi lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z est maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniã per omne punctum periferiæ fenestræ sic incidunt radij se secantes, ideo, q̃ à quolibet puncto corporis luminosi in totam fenestram fit missio luminis per 10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficiei foraminis est uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e sit æquedistans superficies solidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter super superficiẽ a b g d circuli, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, sit centrũ corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficiei f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam sunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad superficiem æquedistantẽ circulo foraminis, quæ est f h k l, incidatq; perpẽdiculariter super illã per 14. undecimi, sit ut incidat in punctũ m, producaturq; linea z b ad superficiẽ f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, erũtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25. primi huius æquales propter æquedistantiam superficierum & æqualitatẽ angulorũ, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanẽ quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã superficies f h k l, est circularis, & ipsa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente su

perfi-

perficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem feneſtræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Eſto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui ſit ſuperficies æquediſtans h m k l, & ſit f centrum corporis luminoſi, ſitq́ primo ut linea f e oblique cadat ſuper ſuperficiẽ a b c d, hæc itaq́ producta incidet ſuperficiei h m k l ſimiliter oblique propter æquediſtantiam ſuperficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq́ in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli; ſit itaq́ angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtuſus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. ſecũdi, & quadratũ lineæ b f, eſt maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. ſecũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale eſt quadrato lineæ a e, quia ſunt æquales ſemidiametri, & quadratũ lineæ f e, eſt cõmune, patet quod quadratum lineæ f b eſt maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b eſt maior quàm linea k a, productisq́ lineis f a & f b ad ſuperficiem h m k l, ſi linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatisq́ lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius tranſiens centrũ foraminis feneſtræ, erit quoq́ per 2. ſexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, ſicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq́ illarum proportio eſt ad inuicem, ſicut lineæ g f ad lineam f e, eſt ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, ſicut lineæ b e ad lineam e a, ſed linea b e eſt æqualis lineæ e a, ergo linea l g eſt æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter ſuper a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq́ ad ſuperficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ f e & a b, ſola eſt erecta ſuper circulum feneſtræ, quoniã omnes aliæ ſuperficies in quibus eſt linea f e, incidunt illi ſuperficiei oblique, ſic enim accipimus lineã a b, erit ergo ſuperficies a f b erecta ſuper ſuperficiem circuli feneſtræ, palam ergo quia angulus f e d eſt æqualis angulo f e c, eſt ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea h g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, ſed & f g, eſt communis, quia linea h k eſt perpendicularis ſuper lineam m l, & ſuper lineã f g, palam p 4. undecimi, q linea h g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit ſuꝑficies h m k l erecta ſuꝑ ſuperficiẽ f m g, ergo & ſuperficies f m g eſt erecta ſuper ſuperficiem h m k l. imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ eſt f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta ſuper illum circulum & ipſa eſt obliqua ſuper ſuperficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l ſectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie f m l erecta ſuper ſuperficiem h m k l, patet ergo propoſitum. Et ſi ſuperficies feneſtræ circularis ſit baſis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminoſi ſit polus circuli feneſtræ, & axis erectus ſit ſuꝑ ſuperficiẽ feneſtræ, ſuꝑficies uero ſolidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquediſtãs ſuperficiei feneſtræ, adhuc erit figura luminis ſectio pyramidalis, qđ eſt præmiſſo modo demonſtrandũ, ducta enim p 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, q eſt f l ſuꝑficie æquediſtante ſuperficiei feneſtræ, patet p 100. primi huius quod illa ſuperficies ſecabit pyramidem illuminationis ſecundũ circulum quæ ſit l p q, ergo ſuperficies h m k l ſecat ipſam ſecundũ pyramidalem ſectionem, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

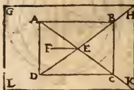
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt, patet q anguli radij ſecundum foraminum angularum diſpoſitionem ipſis angulis incidentes ſe applicant æquediſtantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius superficiei i foraminis incidentis, retrahūt ergo se ab angularitate,& sic lumē superficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari,& quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur super omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiem duci potest: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipsi in quolibet puncto se intersecent,& radij inferiorū punctorū corporis luminosi in punctis linearum fenestræ alio radio superiorū punctorum secant & ultra protenduntur,& sic lumen hoc fenestram pertransiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, si solum ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes. patet ergo propositum.

XL.

Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumē superficiei corporis æquedistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatē aliquam accedens.

Sit centrū corporis luminosi e,& foramē quadratū sit a b c d, cuius puncto in eo qui sit f incidat perpendiculariter radius e f, sit hæc superficies corporis densi æquedistāti superficiei foraminis quæ est g h k l, dico quod lumē incidens illi superficiei erit figuræ quadratæ: fiunt em̄ duæ pyramides unam uerticem habentes pūctum e, quarum maioris basis est g h k l, minoris uero basis est a b c d,& earum bases sunt æquedistantes, sunt ergo similes per 99. primi huius, quia ergo basis a b c d, ex hypothesi est quadrata, patet quod & basis g h k l est quadrata,& est hoc propositum primū quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquā æquedistantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compressionē radiorū, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminantiū fenestræ, ut diximus in præmissa, patet ergo propositum.



XLI.

Per mediū quadrati foraminis radio oblique incidente superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis æqualiter arcuatis.

Esto ut in præmissa centrū corporis luminosi punctū e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pūcto qui sit f, oblique incidat radius e f, sitq; superficies corporis densi substrati illi foramini quæ g h k l, cui similiter obliquæ incidat radius, dico quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ superficies non sunt bases pyramidis illuminationis, sed solum secantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, siue earum superficies æquedistāt siue non æquedistant, sunt figuræ altera parte longiores, quoniā illæ figuræ quæ secundum illa puncta quibus axis e f propositis superficiebus aliquæ incidūt pyramides, sunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, secundū illa pūcta axi incidentes sunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ꝓpositum primū,& qm̄ ut patet per 35. huius radij longiores quasi ad aliquam æquedistantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, sicut & in duabus præmissis declaratum est,& hoc est propositum.

XLII.

Per medium secūdi diafoni densioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminosi super superficiē obiecti corporis semper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpositionis probatio plus experientiæ instrumentorum innititur, quàm alteri demonstrationū, cum ergo quis experiri uoluerit modū fractionis radiorū luminosorum in medio secundi diafoni densioris primo, ut in aqua quæ est densior aëre, assumat

uas rectarum orarum qualiſcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non maior diametro inſtrumẽti, ut faciendũ præmiſimus in prima huius, & planentur oræ illius uaſis donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana, & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratũ uiſibile numiſma uel tres picta diuerſi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum ꝑpendiculariter ꝓiecerit ſuper medium numiſmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipſorũ ſitum & partium ordinationem eo modo quo ſunt ſecundum ſe ordinata ſi in aëre uiderentur, conſideret ergo experimentator illum ſui corporis ſitũ, ſiue ſit ſtans ſiue ſedens, & ſui diſtantiam à baſe, & ſitum ipſius uaſis, & omnia circũſtantia: ponatur itaq; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol, & ſiſtatur uas taliter ut ſuperficies circũferentiæ uaſis ſit æquediſtans horizonti, hoc aũt patet perpẽdi ex hoc, ſi ſuperficies aquæ ſit æquediſtãs periferiæ uaſis. Deinde imponatᷣ inſtrumentũ in hoc uas, ita quod pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtentes ſuperponatᷣ oræ uaſis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inſtrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet centrũ inſtrumenti, & reuoluatᷣ inſtrumentũ in circuitu uaſis donec oræ ſuper aquam obumbrent alias ſub aquam, & tunc retenta regula cũ altera manuũ reuoluatur inſtrumentum cũ reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumen ſolis pertranſeat foramen l m n, quod eſt in ora inſtrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad ſuperficiem aquæ, quia lumen pertranſiens foramen rotundũ ampliatur ſemper per 36. huius. Siſtatur quoq; taliter inſtrumentũ, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis quod eſt x y z, ſitũ habeat æqualẽ, & tunc experimẽtator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundũ omnem ſitũ & modum quo prius aſpexit numiſma inſpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inſtrumenti, cuius ora eſt abſciſa, quæ eſt a d, inuenietq; lumen pertranſiens ex duabus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illoꝝ circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorũ, ex quo patet quod mediũ punctum huius luminis cadit in aliquod punctũ medij circũferentiæ circuli illorum trium circulorũ, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutũ in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter, & tunc inſpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppoſitæ, per undecimã huius diuides eũ per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & eius quæ eſt intra aquã, & uniuerſaliter ſecũdũ quã ꝓportionẽ acus periferiã foraminis ut corda aſcindit, ſecundum eandẽ ꝓportionẽ umbra acus periferiam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eſt in medio lucis intra aquam exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ eſt in centro foraminis ſuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ ſunt centra amborum foraminũ tranſeuntes, & huius linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorũ, et eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, tamẽ ſit æquediſtans diametro circuli in baſe inſtrumenti exiſtentis quæ eſt f e g punctus ergo qui eſt in medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ exiſtentis, eſt in ſuperficie huius medij circuli, ſed & punctus p in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erũt in ſuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod ſi lux quæ eſt in ſuperficie aquæ non fuerit manifeſta, mittatur regula minor in aquam, & ſuperficies eius in aqua ſignata eſt linea diuidens ſuperficiẽ eius latitudinis ꝑ æqualia ſuꝑficiei, applicetur aquæ, ut fiat una ſuperficies cũ illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumenti, palam ergo ex præmiſſis in prima huius, quia linea, quæ eſt in ſuꝑficie regulæ in ſuꝑficie medij circuli m & y centrum

duorũ

duorum foraminum transeuntis, apparebitq; lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit posita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatur super centrũ foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ apparitione manifesta, & patebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorũ foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cũ superficie aquæ, superficies itaq; regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, cẽtri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiẽ basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipsius sit in pũcto anguli regulæ. Secabit quoq; umbra acus lucem, quæ est intra aquã, eritq; umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis. et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis: idẽ quoq; accidit in quocũq; puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, ꝓcedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctũ lucis inter aquam ꝓtenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ: ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimi, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio secũdi diafoni, quod est densius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ꝓpositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositã foramini, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturã ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrũ non in linea g k ꝑpendiculariter erecta super g terminũ diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritq; inter hoc centrũ lucis & punctum p, qđ est cõmunis differentia lineæ g k, perpẽdicularis super terminũ diametri instrumenti, & circũferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminũ distantia sensibili, mutatur itaq; regula in aquã, & applicetur superficiei laminæ, ita, ꝙ terminus latior regulæ sit supra diametrũ laminæ, & moueatur regula quousq; acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaq; centrũ lucis, qđ est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineã g k perpendicularẽ super f g diametrũ basis instrumenti, patet ergo ex hoc, ꝙ hæc refractio est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiẽ aquæ. Hæc ita inuento signetur in circũferentia circuli medij trium signatorũ circulorũ super punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiẽ aquæ signum fixum per ferri duri puncturã: & quia patuit per præmissam, ꝙ instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ ꝑuenit ad centrũ lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquedistantis superficiei basis instrumen

ſtrumenti,& eſt diameter illius,ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti, tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineã g k perpendicularem ſuper diametrum f g,in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qũ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam,tunc patet quod lux oſtenſa à medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit ad medium lucis, quæ eſt intra aquam,ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis p centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo,declaratum eſt autem per primã huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis,quæ eſt intra aquã,eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiẽ aquæ,qđ eſt ꝓpoſitũ.

XLIIII.

Per mediũ ſecũdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cẽtro corpis luminoſi ſup ſuperficiẽ corporis obiecti penetrat irrefractus.

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitũ theorema poteſt declarari, aſſumant ẽm uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtũ longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumẽti, & fiant planæ ſuperficies eorũ æquales & æquediſtãtes,& latera ipſorũ ſint recta & multum poliantur,deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum,quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k,& producatur illa linea in utranqꝫ partem ſuper ficiei circuli baſis,& ſit z e x, ponatur itaqꝫ unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ,quæ eſt z e x,taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ,& inter centrũ inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti,quæ eſt f g, per mediũ ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti, applicetur itaqꝫ uitrũ baſi inſtrumẽti forti applicatiõe per bitumen firmum,taliter tamen quod poſſit auferri quãdo placuerit,deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum,ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur ſecũdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterũ ſecũdi uitri,& applicet baſi inſtrumẽti,& ſic fiat de pluribus uitris quouſqꝫ perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti aut prope, ſcilicet uerſus pũctum t,cum itaqꝫ intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum,palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti,quæ eſt f g,tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti,& altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g,unaquaqꝫ enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierũ uitrorum ꝑpendicularium ſup diametrum baſis inſtrumẽti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à cẽtro foraminis ſup ſuperficiem baſis inſtrumenti,linea ergo q̃ tranſit centra amborũ foraminũ tranſibit centra ſuperficierum uitrorũ perpendiculariũ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti:accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formã præmiſimus,& erigatur ſuper oram inſtrumẽti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli , ſecabitqꝫ linea recta tranſiens p centra amborum foraminum , & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter,& tranſibit ad punctum g, tunc itaqꝫ ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuũ aqua, & ponatur in ſole directæ oppoſitũ centro ſolis,ut accipiat radiũ ꝑpendicularem, hoc aũt poteſt fieri,ſi moueaẽ inſtrumentũ quouſqꝫ lux ſolis tranſeat p ambo foramina,& fiat apud ſecundum foramen lux æqualis,& aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro, & uidebit lux

exiens à duobus foraminibus ipſius inſtrumenti extenſa ſup ſuperficiẽ ipſius regulæ, & illud umbroſũ q̃d circũdat lucẽ in ſupficie regulæ, obumbrabiť p umbrã oræ inſtrumẽti, eritq; centrũ uiſus ipſius aſpiciẽtis ſup lineã quæ eſt in ſuperficie regulæ, deinde acus ſubtilis ponatur ſuper ſuperius foramẽ, ita quod extremitas acus ſit perpẽdicularis ſup centrũ foraminis, cadetq; tunc umbra extremitatis acus ſuper centrum lucis in linea quæ eſt in ſuperficie regulæ, tunc itaq; ſignetur punctus illius umbræ cũ incauſto ſubtiliter, & auferatur acus à ſuperiori foramine, & eius extremitas ponatur ſup centrũ inferioris foraminis, cadetq; iterũ umbra extremitatis acus ſup punctum ſignatum in ſuperficie regulæ. Ablata quoq; acu lux reuertitur: ex quo patet, q̃m lux quæ eſt ſuper punctũ quod eſt in ſuperficie regulæ tranſit p cẽtra amborũ foraminũ, deinde cũ incauſto ſignetur nota nigra in pũcto in medio ſuperficiei uitri ex parte regulæ, poteſt aũt ille pũctus inueniri p 40. primi huius, q̃m ille punctus eſt cõmunis ſectio duorũ diametrorũ ſuperficiei uitri, & tũc intuens lucem quæ eſt ſuper regulã inueniet umbrã puncti, quæ eſt in medio uitri, punctum quod eſt in ſuperficie regulæ, patet ergo ex hoc q̃m lux quæ trãſit per centra duorũ foraminũ, tranſit per punctũ quod eſt in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primũ, quod eſt ſuper centrũ inſtrumenti punctũ e, & in ſuperficie ſecũdi uitri ſignetur punctũ medium, ut prius factũ eſt in ſuperficie uitri primi, & cõponatur inſtrumentũ ſecũdo, & moueatur quouſq; lux tranſeat per duo foramina, peruenietq; lux tranſiens per centra duorũ foraminũ ad centrũ lucis, quod eſt in ſuperficie regulæ, patet itaq; ex hoc quod lux pertranſiens centra duorũ foraminũ tranſit per punctum quod eſt in medio ſuperficiei ſecũdi uitri, & quod lux quæ tranſit per centra duoꝝ foraminũ in prima experimentatione, tranſit & per punctũ qđ eſt in medio ſecundi uitri. Extrahatur itaq; ſecundũ uitrũ & opponatur tertiũ, & ſic de cæteris uſq; ad ultimũ, & patet uniuerſaliter q lux tranſiens per centra duorũ foraminũ perueniens ad ſuperficiem regulæ, tranſit etiã per centra ſuperficierũ uitrorũ omniũ poſitorũ ſup ſuperficiẽ laminæ, & ſunt omnia centra ſuperficierũ uitrorũ omniũ in una linea recta cõtinuante centra duorũ foraminũ: lux itaq; pertranſiens centra foraminũ tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aëre, extẽditur ſecundũ lineam rectã cõtinuantem centra duorum foraminũ, & eſt illa linea m p, ppendicularis ſuper ſuperficies omniũ uitrorũ oppoſitas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, eſt æquediſtans lineæ f g, diametro laminæ, quæ eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitroꝝ, cum ſit perpẽdicularis ſup differentiã cõmunem ſuperficiei uitri, & ſuperficiei laminæ, & ſi omibus uitris uel ipſorũ aliquo præmiſſo modo ſuper fundum inſtrumenti diſpoſito in fundatur aqua uaſi uſq; ad concauum ſuperficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniã radius perpendicularis ſemp penetrat irrefractus. Itẽ ne putet aliquis quod rectitudo radioꝝ perpendiculariũ adiuuetur per cubicã figurã uitri, accipiatur medietas ſphæræ uitreæ claræ uel criſtallinæ, cuius ſemidiameter ſit minor diſtantia, quæ eſt inter punctũ c & centrũ laminæ qđ eſt punctũ e, & inueniatur centrũ baſis eius ſuper quod ſignetur linea ſubtilis cũ incauſto. Deinde ex hac linea ex pte cẽtri ſphæræ ſeparetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ inſtrumẽti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ eſt inter m centrum foraminis quod eſt in ora inſtrumenti, & ſuperficiẽ laminæ, deinde ſuper extremitatẽ huius lineæ ſeparatæ à diametro pducatur perpendicularis ad utrãq; partẽ ſuperficiei ſphæricæ, qđ poteſt fieri per undecimã primi, & ſecetur ſphæra uitrea ſecũdũ illã lineã planeturq; ſuperficies uitri ſecti donec ſit penitus æqualis, fiatq; ppendiculariter erecta ſuper ſuperficiem planã hemiſphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit menſurari, erit ergo tunc cõmunis differentia iſtius ſuperficiei erectæ, & ſuperficiei baſis ſphæræ linea recta, ſuper quã erit perpẽdicularis linea prius à cẽtro ſphæræ pducta ergo etiã erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ erectã. Deinde in medio illius lineæ q̃ eſt cõmunis ſectio fiat ſignũ cũ incauſto, deinde uitrũ illud politũ optime ſuper hanc ſuperficiẽ ſectã ponať ſuper ſuperficiẽ laminæ inſtrumẽti, ita quod gibboſitas eius reſpiciat foramina, & mediũ lineæ quæ eſt cõmunis ſectio duaꝝ ſuperficieꝝ planarũ uitri, applicetur centro laminæ, & figatur ſuper laminã ne cadat. Deinde ponatur regula ſubtilis

ſuper

ſuper ſuperficiem laminæ inſtrumenti ſicut in experimentatione uitroꝝ cubitorũ, ita ꝙ ſuperficies regulæ in qua eſt linea recta latitudinis ſit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur inſtrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in ſole uacuũ aquæ, & moueatur inſtrumentũ donec lux ſolis tranſeat ambo foramina, cadetq́; lux ſuꝑ ſuperficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel ſtili ferrei ſuper centrũ ſuperioris foraminis, cadetq́; umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis, ablato quoq; ſtilo reuertetur lumẽ ad locum ſuũ. Idem quoq; accidit ponẽti extremitatẽ acus ſuper centrũ foraminis ſecũdi. Deinde ponatur extremitas acus ſuper centrũ ſphæræ uitreæ, cadetq́; umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trãſiens ꝑ centra duorũ foraminũ trãſit & per centrũ ſphæræ uitreæ, & per mediũ ſuperficiei lucis quæ eſt in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux tranſiens in corpus uitri extẽditur ſecundũ rectitudinẽ lineæ tranſeũtis per cẽtra duorũ foraminũ, & eſt illa linea ſemidiameter ſphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro baſis uitri ad laminã, eſt æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad ſuperficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt ſuper diametrum laminæ, palam qđ linea tranſiens per centra duoꝝ foraminũ cũ extendiť in rectitudinẽ peruenit ad centrũ ſphæræ uitreæ, eſt ergo in illa linea diameter huiꝰ ſphæræ uitreæ, eſt ergo ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ huius ſphæræ ꝑ 72. primi huius, qm̃ enim trãſit centrũ ſphæræ, patet quod ipſa eſt perpẽdicularis ſuper cõuexam ſuperficiẽ ſphæræ, ſicut ſuperius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaq; regula ſubtilis applicata ad ſuperficiem laminæ, & ponatur inſtrumentũ ſecũdo in uas ut prius, & moueatur ꝗuſq; lux tranſeat per duo foramina. Inuenieturq́; lux ſuper oram inſtrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod eſt differentia cõmunis inter circũferentiam circuli medij, & lineã g k, perpendicularem in ora inſtrumenti, hoc eſt in extremitate diametri circuli medij, quæ eſt in p, tranſeuntis per centra duoꝝ foraminum m & y, ex quo patet, qm̃ lux tranſiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓcediensq́; in corpus aëris, extenditur ſecundũ lineã, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta tranſiens centra amboꝝ foraminũ perpẽdicularis ſit ſuper ſuperficiẽ uitri, patet quod ipſa neceſſario eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ aëris tangentis uitri ſuperficiẽ. Itaq; ſi uaſi infundatur aqua remanente uitro in ſua poſitione donec aqua ſuperfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis ſuper extremitatẽ diametri circuli medij, & ſi ſphæra media tranſuertatur; ita ut conuexũ eius ſituetur ad ſecundũ foramen, & plana ſuperficies ad centrũ inſtrumẽti, ſcilicet punctũ e, ſiue aqua ſuperfundať ſiue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori ſitu accidebant, qm̃ ſemꝑ radius tranſiens per cẽtra amboꝝ foraminũ, tranſibit & per centrũ ſphæræ. Ex his omnibus ꝑ uitra cubica & ſphærica, patet qđ ſiuẽ mediũ ſecundi diafoni fuerit denſius uel rarius, dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem ſecũdi corporis, quod lux extẽditur in ſecũdo corpore ſecundũ rectitudinẽ lineæ, per quã extẽdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpoſitum, corpus enim uitri eſt denſioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio ſecundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à poſteriore ſuperficie ſecundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur eſt cõformiter prioribus per inſtrumentalem experientiã declarandũ. Aſſumatur eñ illud uitrum ſphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate uſi ſumus, & ponatur ſuper lineã inſtrumenti, ita qđ ſuperficies plana ipſius reſpiciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ eſt ĩ ipſo ſit ſuper centrũ laminæ, & linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ planaꝝ uitri, cadat oblique ſuper diametrũ laminæ quacũq; obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea tranſiens cẽtra duoꝝ foraminũ obliqua eſt ſuper ſuperficiẽ planã uitri, cõiungatur itaq; uitrũ laminæ inſtrumenti ſecundũ hũc ſitũ firmiter, & ponať inſtrumentũ in uas, & uas in ſole, moueaturq́; inſtrumentũ donec lux tranſeat per duo foramina, cadetq́; lux in interiori oræ inſtrumenti, & centrũ lucis

erit in circunferentia medij circuli, sed extra illum punctū p, qui est cōmunis differentia circūferentie medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti quæ est g k, & erit declinatio eius ad partē in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē sphæricā uitri, & qm̄ hæc lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminū, ut patet per primā huius, & hæc linea in hoc situ puenit ad centrū sphæræ uitreæ, & est obliqua sup superficiē sphæræ planā, palā ergo quia terminatio extensiōis illius lucis, & est in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri secundū lineā rectā exeuntē à cētro sphæræ ad circūfererentiā, quæ linea cū sit diameter per 72. primi huius; quoniā ipsa est perpēdicularis super sphæricam superficiē uitri, ergo & super cōcauam superficiē aëris continentis sphærā uitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cōuexo ipsius, refringitur ergo apud centrū uitri, quia fuit obliqua super superficiē eius planā, in qua est centrū uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qđ est, etiā superius declaratū, sed qm̄ lux si fuerit extēsa in corpe subtiliori oblique incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractio ad partem perpēdicularis super superficiem sphæricā corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquā, erit illa refractio ad partē perpēdicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē aquæ, & nō perueniet refractio ad perpendicularē, qđ si uitrū ecōuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphærica & cōuexa respiciat superius foramē, & punctū mediū lineæ, quæ est cōmunis differentia superficierū planarū, quod est centrum sphæræ uitreæ sit super centrū instrumenti, cadatq; hæc linea oblique super diametrum laminæ, ducaturq; in ipsa superficie laminæ à cētro laminæ linea perpendicularis super lineā, quæ est cōmunis sectio illarum planarū superficierū, quæ necessario erit perpendicularis super superficiem planā uitri erectam super superficiē laminæ, ponatur itaq; instrumentū in uase sine aqua, & moueatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrū lucis in circūferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia cōmunis medij circuli, & lineæ g k, perpēdicularis super superficiē laminæ ductæ in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quæ est m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiem uitri, hæc aūt lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quoniā illa linea cum per centrum sphæræ uitreæ transeat est in illa diameter sphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum sphæræ uitreæ, quoniam lux transiens centra amborum foraminum fit oblique super superficiem planam uitri, & super superficiem aëris contingentis uitrum, & si aqua infundatur uasi quousq; supereminecat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quàm aqua, & aqua subtilior uitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminæ, scilicet ut linea quæ est communis differentia duarū superficierum planarum ipsius uitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminæ secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum uitreæ sphæræ super centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ subtilis super superficiem laminæ erecta super oram eius, in quo est linea ex parte uitri, & terminus regulæ secet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphæræ, sed per illud pūctum superficiei planæ ipsius uitri, & erit obliqua super sphæricam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ est in superficie regulæ, sed declinabit oblique extra lineam, quæ transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicularis ex-

ris ex

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphæricam, eritq; linea pertransiens centra duorũ foraminum perpendicularis super superficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est æquedistans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur secundũ rectitudinẽ ad planam inter superficiem, palam ꝙ tunc extenderetur secundum rectitudinem in aëre. Sed centrũ lucis, quæ est in regula, cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ, patet ꝙ lux nõ extenditur in eius rectitudinẽ ad superficiẽ planam uitri, est ergo lux refracta, sed nõ refringitur in aëre, neq; in corpore uitri. Refringitur itaq; apud sphæricã superficiẽ uitri, incidit enim oblique super sphæricam sup̃ficiẽ, qm̃ linea transiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana superficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qd' si uitrum econtrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, ꝙ cõmunis differentia sit super lineam secantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertransiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, sed per alium punctũ illius planæ superficiei, & est perpendicularis super illam superficiem, moueat̃ itaq; instrumentũ in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq; centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipsius instrumenti in periferia medij circuli extra punctũ p, qd' est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partem in qua est centrũ uitreæ sphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiẽ huius sphæræ, est ergo perpendicularis super superficiem aëris continentis superficiẽ sphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariã illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem aëris continentis sphæram. Lux uero transiens centra duorũ foraminũ pertransit corpus uitri recte, cum sit perpẽdicularis super superficiem planam uitri, sed non est perpendicularis sup̃ superficiẽ conuexam, cum nõ trãsit centrum sphæræ, ergo etiam non est hæc lux ꝑpendicularis super sup̃ficiem aëris continentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam superficiem sphæræ uitreæ, ꝙ si aqua tunc infundetur uasi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrũ uitri: hoc autẽ est ad partẽ contrariam illi, in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aëris perpendicularis super concauam ipsius aëris superficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cõsistere est necesse.

Sed & id qd' nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ est in sup̃ficie aquæ, & à centro lucis existentis super superficiem aquæ, qd' est centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, ꝙ est in circumferentia circuli medij, transit per centra amborum foraminũ, quæ similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̃ linea secundũ quã lumen incidit superficiei aquæ per medium aërem, & secundũ quã refringitur in aquæ medio, sunt in eadem superficie, qm̃ utraq; ipsarũ est in superficie medij circuli triũ assignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, non qm̃ fuerit ꝑpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumẽti à centro sphæræ aquæ nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiem aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qd' proponitur, & hanc superficiẽ dicimus superficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmissis propositionibus, quoniã omnis lux pertransit quacunq; corpora diafona secundũ lineas rectas: & q̃diu lineæ sunt ꝑpendiculares super superficies corporũ, quæcunq; etiã diuersæ sint diafoneitatis, semper extendit̃ secundũ rectitudinẽ eiusdem lineæ, & non refrin-

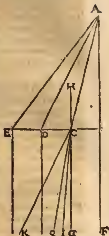
gitur. In corpore uero diuerſæ diafoneitatis omnis lux ſuperficiei ſecundi corporis oblique incidens, refringitur ſecundum lineas rectas alias ab illis, ſecundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ ſemper erunt in eadem ſuperficie plana, imaginatæ ſecare utrunq; illorum corpoꝝ, & hæc ſuperficies in ſpectione inſtrumenti eſt medius circulus trium circuloꝝ ſignatorū in interiore parte oræ inſtrumenti, cuius diameter eſt linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſſius, refringetur ad partem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem groſſioris ſecundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore groſſiori ad ſubtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ ſuper ſuperficiem corporis ſecundi, ſcilicet ſubtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio ſecundi diafoni denſioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ſuper ſecundi diafoni ſuperficiem, & in medio ſecundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qđ de particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatum eſt, naturali demonſtratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt ſecundum lineas ꝑpendiculares, ſunt fortiores, q̄m coadunanť uirtute uniuerſali cœleſti ſecundum lineam rectam breuiſſimā, omni ſubiecto corpori influente. Impulſiones ꝓiectationū factaꝝ ꝑpendiculariter ſunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & ſimiliter percuſſiones, quæ fiunt perpendiculariter, ſunt omnibus obliquis percuſſionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores ſunt illæ quæ plus accedūt ad ꝑpendicularitatē, quia itaq; omnis corporis denſitas impedit tranſitū luminis, neceſſe eſt lumen imaginari repelli à tranſitu per reſiſtentiā corporis denſi, & plus per reſiſtentiam corporis denſioris: & per hanc reſiſtentiam qualitatis paſſiuæ, quæ eſt denſitas ad qualitatē actiuam, quæ eſt lumen, intelligimus quendā motum motionis luminis per medium corpoꝝ reſiſtentium, quæ ſecundū plus & minus capacia ſunt impreſſionis luminaris, non ꝙ in tranſmutatione locali ipſius luminis ſit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodē inſtrumenti ſecundū diuerſitatē medioꝝ ſe plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipſius lucis. Omnis itaq; lux pertranſiens corpus diafonum, motu uelociſſimo & inſenſibili pertranſit, ſic tamen, ꝙ per magis diafona uelocior fit motus q̄ per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus reſiſtit penetrationi lucis ſecundū qđ eſt participans diafonitatē plus uel minus, groſſities enim corpoꝝ reſiſtens eſt ſemp luminis penetrationi. Cum ergo lux pertranſiret corpus aliqđ diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano groſſiori, tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehementius, q̄ prius corpus rarius reſiſtebat, neceſſe eſt ergo ꝙ ꝓpter reſiſtentiam illius corporis denſioris motus lucis tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partē contrariam refringetur, quia uero nō reſiſtit fortiter, ideo lumen nō redibit in partē ad quā mouebatur. Si uero reſiſtentia fuerit debilis ꝓpter maiorē raritatē corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariā partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quā inceperat, ſed mutabitur in ſitu: cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacunq; diuerſæ diafoneitatis, non mutabitur, ſed directe omnia penetrabit, q̄m perpendicularis fortior eſt omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares ſunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diafono groſſiori lux incidit, oblique extenditur ſecundū lineam rectam approximantē ad perpendicularē, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diafoni groſſi ꝓductam ſuper ſuperficiē corporis groſſioris, ideo, quia facillimus motuum eſt ſecundū lineam perpendicularē. Si ergo radius lucis inciderit ſuper lineam perpendicularē, tranſibit recte ꝓpter fortitudinē motus ſuper perpendicularē. Et ſi radius inciderit oblique, tunc non poterit tranſire ꝓpter debilitatē motus ſuper lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquā, per quā facilior ſit tranſitus, q̄ per illam partem, ad quā per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autē motuū, & plus adiutus cœleſti influentia

tia est super lineam perpendicularem: qđ enim uicinius est perpendiculari, faciliōris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij q̃ plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiē, palam itaq; secundum ratonē præmissam fortitudinis perpendiculariū, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, qm̃ radius incidens secundū lineam a b penetrat perpendiculariter totū corpus b e f. Radius uero incidens secundū lineam a c, si directe trāse at corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporum a b e & b e f, qđ est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandē lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, q difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̃ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud perueniet effectus eius, frustra ergo incidebat, natura autē frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris q̃ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinē actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam q̃ prius, & quia formarum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinē omnis capacitatis materiæ: patet, q radius a c non procedit secundū lineam a c, quia sic dispositio diafonorum corporum secundū resistentiam ad receptionē luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nō ad ꝑpendicularē c g, quoniā illa refractio non fit ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam q̃ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partē contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secūdi diafoni densioris, quæ est b c f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniā enim transitus perpēdicularis est fortissimus & facillimus motuū, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebitur ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniā illi motui resistit ꝓpter grossiciē medij, & etiam ꝓpter naturā alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctū b, semper proximans perpendiculari a b f, sit itaq; in medio diafoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundū lineā c l propinquiorē perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctū q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctū h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cū æquedistante eius linea c g in puncto c. Cū uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resisten-



tiæ,

riæ, erit motus eius uelocior & magis sui diffusiuus, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam, ut coadunetur ad ꝑpendicularē lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor ꝙ̃ prima, fit ergo motus lucis ad partem à qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k sit maior angulo a c h, sit tamen semper motus lucis a c in reflectione à corpore secundo rarioris diafoni ꝙ̃ primū inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g e k nunꝙ̃ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

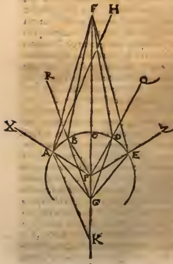
A superficie plana corporis diafoni omniū radiorū illi sup̃ficiei incidentiū, non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diafono semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij super superficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunꝙ̃ hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiē sunt æquedistantes per 6. undecimi, qm̃ siue ad ipsas ꝑpendiculares, siue ab ipsis fiat refractio, nō est possibile, ut omniū radiorꝫ illi planæ superficiei incidente, refractio fiat ad pūctū unum, patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio secundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in densiori uero ad ꝑpendicularē, palam ꝙ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanent, modo suo autē à perpendiculari fit fractio, augetur forma secundū dilatationē. Et cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur, qm̃ anguli ipsam continentes, angustantur, patet ergo ꝓpositū.



L.

In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionū, & si minores, minores.

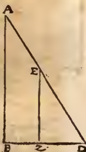
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à superficie sphærica, & alia à plana, siue à parte dispositionis diafonorꝫ, quoniā alia fit refractio à rariori diafono, alia à densiori, ut patet per plures ꝓpositiones libri huius, siue attendatur à parte angulorꝫ incidentiæ, patet semper ꝙ angulis incidentiæ existētibus æqualibus, secundū modum ꝓpositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, si et ergo semper refractio secundū angulos æquales, & hoc est ꝓpositum primū. Et est huius exemplū, ut si uni corpori sphærico diafono densiori ipso aëre medio, in cuius super ficie

ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p,& à puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales,quæ sint a f,b f,c f,d f,e f,incidatq; radius f c perpendiculariter,& alij oblique:patet q; omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni,refringentur per 47.huius.Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum,ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g,& ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ,quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x.Dico q; si angulus incidentiæ,qui est f d q,sit æqualis angulo f b r,q; angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum.Similiter quoq; dico,q; si angulus f d q sit maior angulo f a x,q; angulus p d g erit maior angulo p a g,fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23.primi,qui sit angulus h a x,refringaturq; radius h a in puncto a,concurretq; cum linea f g in puncto b,eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g:est autem angulus p a k maior angulo p a g,nõ enim est æqualis,quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales,qđ est contra hypothesim,sunt enim suppositi esse inæquales,sed neq; minor,quoniã sic fieret re fractio irregularis,& est contra 43 & 45.huius,est ergo maior,ergo & angulus p d g est maior p a g.Idem quoq; potest demonstri facilius,ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij,utpote si arcus a c & c e assumantur æquales,tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales:angulus uero p d g minor est angulo p e g, q; patet,etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summarie loquimur,quoniam ipsam in 10 huius libro,ubi locum proprium habet perfectius persequemur,patet ergo propositum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b,quam proponimus,quanta sit cognoscere sole apparente:& si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis,ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b,qui sit b,& incidat radius solaris per uerticem a b,qui sit a,ipsi puncto d,& sit a d,ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b,ut si z e sit baculus notæ quantitatis,erit ergo trigonus d z e per 29.primi æquiangulus trigono a b d,ergo per 4.sexti,uel per 9. huius erit proportio d z ad z e,sicut d b ad b a,sed d z ad z e proportio est nota,quoniam cum z e sit assumpta nota,potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota,ergo d b ad b a proportio est nota,sed d b potest mensurando fieri nota,ergo & a b erit nota,quod est propositum,ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

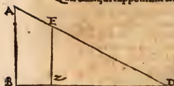


IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cõsequentia intendimus declarare. Volentes autẽ formarũ naturaliũ actiones sub triplici uidendi modo prosequi, s. illo qui fit per simplicem uisionẽ, & eo qui per reflexionẽ, & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionẽ ꝓpriã organi uisiui. Supponimus aũt hæc quæ sequunẽ in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item ꝙ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hyposthasis colorũ, alia uero per accidẽs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cõtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dẽsitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed alijs sensibus cõprehenduntur. Item petimus lucẽ fortẽ ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundũ situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itẽ ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itẽ ꝙ color nõ est motiuus uisus nisi secundũ actũ lucidi. Item sine contactu uisionẽ nõ fieri, sicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. Item uirtutẽ uisiuã finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

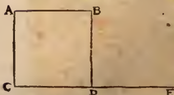
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cũ sit hyposthasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior ꝙ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formã coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarũ rerum apud uisum per alternationẽ lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet ꝙ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.



II.

Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, semper necesse est inter quodlibet punctũ superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ secundũ quodcunq; propositũ modum ꝓduci possunt, fit uisio, nisi forte ꝓpter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cũ aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionẽ, reuer



reuertetur sensus, quoniã ab alijs partibus ꝙ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus, patet ergo ꝓpositum.

III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico ꝙ non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à ui su super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet ꝙ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundũ ipsas ꝑpendiculares uidenť, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus est omnibus cõmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiẽ uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̃m linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior ꝙ linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana, sed nec alterius figuræ ꝙ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine ꝙ sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

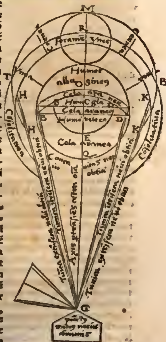
Oculus est organũ uirtutis uisiuæ sphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organũ negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, ꝙ aũt sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ ꝓpositoinẽ, & etiã ex eo ꝙ est naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Q̃d autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaq; humorũ istoꝝ cristallinus uel glacialis, qui ꝓprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estq; sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteꝙ ꝑfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendiť nutriri, nondũ plene in formis substãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ assimilatũ necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc diciť alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustrato, & quia in omni q̃d nutritur, semꝑ purũ ab impuro separatur, illud q̃d ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniẽs, separať ad partẽ oppositã parti nutrimẽta li, hoc est, ad anterius cristallini humoris ꝓfluit, & est diafonũ, quoquo mõ assimilatũ humori cristallino, nondũ tñ suæ ꝑfectæ consistentiæ in densitate, eo ꝙ est supfluũ nutrimenti corpis densioris, paret ꝙ necessario est diafonũ liquidũ, unde uocatus est humor albugineus, q̃a simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est eñi hu-

 mor

mor alb9,clar9,tenuis,diafon9,& habet humorē ad ptē anteriorē,ſicut & uitreū humorē ad partē poſteriorē pro cuſtodia humoris criſtallini,ne ab extriſecis occaſiõibus uel intriſecis citi9 patiaṫ,& cadat ab officio organi uiſiui naturæ ſagacitas deputauit. Cõtinet aũt primũ duos hũores.ſ.criſtallinũ & uitreũ,tela ualde tenuis & ſubtilis ſeparãs eos ab albugineo,& circũdans ambos eos,cuius etiam telæ aliqua pars deſcendens per medium ſeparat criſtallinũ à uitreo & hæc tela ꝑpter ſui ſubtilitatem tela aranea nominatur. Cum aũt humor albugineus ſit liquidus,per ſe non conſiſtens,neceſſariũ fuit ipſum per aliquod ſolidũ pro oculi cuſtodia retineri,circũdedit ergo ipſum natura pelle uiſcoſa ſolida forti,non multũ diafona,quæ ſui denſitate melius retineat,& ſui caliditate humorem albugineum temperet, ne criſtallinus congeletur,& fiat inhabilis receptioni uiſibiliũ formaꝝ,& quia ꝑpter eius tunicæ denſitatē & uiſcoſitatē formæ uiſibiles ad humorem criſtallinũ undiq; tali tunica circundata non pueniſſent,ideo in anteriori parte oculi,ubi eſt locus receptionis formaꝝ uiſibilium,natura hanc tunicam intercidit, factumq; eſt foramen rotundũ,cuius diameter eſt quaſi æqualis lateri cubi deſcriptibilis intra illã ſphærã,uel lateri quadrati inſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ,& eſt hoc foramen ideo rotundũ,ut ſit magis apta ſuſceptioni omniũ formaꝝ ptrãſeũtiũ uſq; ad eiuſdē tunicæ concauũ,& ob hoc hic tunica dicta eſt unea,quia aſſimilabiṫ unæ in aſpectu,& eſt hæc tunica plurimũ nigra,ſæpe tñ uiridis,& qñq; glauca,& corpus illius tunicæ eſt tenue denſum non rarum,ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ,& ut non impediatur operario uirtutis uiſiuæ,neceſſarium fuit naturæ foramini uneæ ſubponere uelamen diafonũ ſolidum ad modũ cornu albi clari, dictaq; eſt hæc tunica cornea,ubi uero coniungiṫ hæc tunica alijs partibus corporis circũpoſitis oculo, ibi ceſſat diafonitas,fitq; alterius diſpoſitionis tunica ſolidior q̃ cornea non diafona,ipſa tamen cornea complens ſphæram unam,quæ eſt ſphæra totius oculi,& illius ſphæræ poſterior pars nõ diafona,ſed carnoſa fit alia tunica,& hæc diciṫ cõiunctiua uel conſolidatiua, qm̃ cõiungit oculũ,& cõſolidat ipſum cũ partib9 corpis uicini,erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9,ſe ad inuicē cõſequẽtes,& oĩa iſta ſunt diafona,ꝑpter meliorē formaꝝ uiſibiliũ receptionē. A ſubſtãtia cerebri ꝓdeũt humores & tunicæ oculi,qm̃ ex anteriori parte cerebri à duabus ptibus ipſius creſcũt duo nerui optici.i.cõcaui cõſimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri,& procedunt ij nerui ad mediũ anteriorioris partis cerebri,ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ꝓceſſu iterũ diuidiṫ in duos neruos obticos cõſimiles & æquales,q̃ tranſmutatis ſuis ſitibus,ita,ut dexter fiat ſiniſter,& ſiniſter dexter,ſunt ꝓcedẽtes ad cõuexa duoꝝ oſſiũ cõcauoꝝ cõtinentiũ oculos,qm̃ in medijs iſtoꝝ duorũ oſſiũ cõcauoꝝ ſunt duo foramina æq̃liter pforata,q̃ dicunṫ foramina giratiõis neruoꝝ cõcauoꝝ,& qm̃ illa duo foramina ſunt rotunda,punctus uero medius cuiuslibet illoꝝ foraminũ dicitur centrũ illius foraminis,illi ergo nerui intrant iſta duo foramina,& exeũt ad cõcauitatē duoꝝ oſſiũ p̃dictoꝝ,& illic dilatãtur & ampliãtur,& efficiṫ extremitas cuiuſq; ipſoꝝ quaſi inſtrumẽtũ ponẽdi uinũ in doleis,hoc eſt admodũ pyramidis rotũdæ cõcauæ,& qlibet oculoꝝ cõponiṫ ſup unã extremitatē iſtius nerui,& cõſolidatur cũ ipſo:cõſimiliter & à tunicis iſtorũ neruoꝝ oriunṫ tunicæ oculoꝝ,nã tunica cornea oriṫ ex tunica extrinſeca duaꝝ tunicaꝝ iſtius nerui,& tunica unea oritur ex tunica intrinſeca duarũ tunicaꝝ duoꝝ neruoꝝ, intra iſtã tunicã uneã ordiaṫ humor criſtallinus ſup extremitatē cõcauitatis nerui mediante uitreo humore,q̃ ambo ex medullari ſubſtãtia cerebri oriunṫ,& inṫ humores iſtos & tunicã uneã ex ſubtiliſſimis filis tunicæ uneæ texiṫ tela aranea,quã alij uocant tunicã retiã,qa eſt cõtexta ad modũ retis. Sphæricæ ſe interſecãt humores & tunicæ oculi,quia enĩ tunica unea nõ puenit intra oculũ ad cõplementũ ſphæræ,cũ ſicut præmiſſum eſt, in anteriori ſui parte ſit foramẽ rotundũ,qđ tegiṫ à cornea tunica,ſphæra ergo tunicæ corneæ neceſſario ſecabit ſphærã uneæ,& cõis ſectio ſuaꝝ ſupficieꝝ ſphæricaꝝ eſt circũferẽtia illi9 foramis,& eſt linea circularis p 79. primi hui9,in anteriori q̃q; hũoris criſtallini ꝑpter meliorē formaꝝ receptionē eſt cõpreſſio ſupficialis pua minoris curuitatis, q̃ ſit ſupficies cornea cõtinẽs illã:ſpicitas,n. ſupficiei hũoris criſtallini aſſimilaṫ cõpreſſioni ſu

ꝑficiei reticulæ, ut patet ex cōsiderātibus anathomiā oculi, ſupficies ergo anterior ipſi9 eſt portio ſupficiei maioris ſphæræ ꝙ ſit ſphæra uuea continens ipſam, & hæc compreſſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis, quod eſt in anteriori parte uueæ, quia ſitus eius ab eo eſt conſimilis, ſicut autem foramen rotundum, quod eſt in anteriori parte uueæ, eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quē collocatur oculus, ſi etiā in parte poſteriore cōcauitatis uueæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſup extremitatem concauitatis nerui, & foramen, quod eſt in anteriori uueæ, eſt oppoſitū foramini concauitatis nerui, quoniam neruus opticus interſecat tunicam coniunctiuā & uueam, & penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam, quæ pyramidē nerui interſecat, ſicut & humor uitreus, q̄ in nerui optici pyramidali cōcauo collocatur, itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici, & ſphæræ criſtallinæ, eſt circulus p 109. primi huius, ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui optici, & in foramine poſteriori uueæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium ſphæræ glacialis, & eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias inſtrumenti, & eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile, & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo continente foramē rotundum in poſteriori uueæ. Interſecant quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ, ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cōuexo alterius, ſicut enī ſunt diuerſæ naturæ & diafonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarū ſphærarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici, & interſectionis eiuſdem pyramidis, & ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uueæ ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis earundem ſphærarum. Corpus uero cōſolidatiue cōtinet partem pyramidalem nerui, quæ eſt intra foramē oſſis per quod tranſit neruus, & intra circunferentiam ſphæræ glacialis, & continet ſphæram uueam. Ex his itaq; patet humorem glacialem proprie eſſe organum uirtutis uiſiuæ, nam huius ſolius diafonitas eſt receptibilis formarū uiſibiliū, & eſt in medio omniū & humorū & tunicarum collocatus, & ſi alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat leſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxilio medicinæ recipit oculus curationē, & ſanatur ac reſtituitur uiſus: Ipſa uero corrupta, corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicinalis: eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante diligentius conſeruatū, & cōſtituit natura duos oculos ꝓpter perfectionem bonitatis uiſionis, & complementū eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi ſphæricæ ſe interſecant, & patet declaratio diffinitionis propoſitæ oculi ſecūdum omniū eorum experientiā qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt. Hæc autē omnia, quæ ſcilicet de cōpoſitione oculi, in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrū oculi punctū a, & ſuperficies conuexa ipſius glacialis arcus b c d, & ſuperficies cōuexa ipſius uitreæ arcus b c d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius ſit arcus b e d, tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



 ſit linea

sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipsam uitreã posterius sit b q d, exterior quoq; tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoq; uueæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus sit corpus b l d o, superficiesq; intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaq; est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra coniungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum exiens impleat totũ spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nõ sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactũ uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo procedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios per se esse causam uisionis, nisi forte radij dicãtur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo propositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoq; in se fortes earũ impressiões: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locũ obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce colore, & figura sua & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudatur oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aũt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiã colores diffundi: cum itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicatur lumẽ uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionẽm formarum uisibilium cum suo organo sit cognoscẽs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agẽtium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

passi

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo punctorum rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unū superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit aūt actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formarū uisibiliū per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ superposita foramini uueæ, quæ primo aëri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uueæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cōgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisiuo imprimi non potest: forma itaq; uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usq; ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem uisiuam ex foramine, quod est in anteriori uueæ, & peruenit ad glacialem, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patiatur à formis uisibilibus, nō tamē tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentiæ corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hāc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoq; ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, nō tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cōmune centrum propositarum sphærarum. Si enim detur quod centrum sphæræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares super superficiem sphæræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphæræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cōprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerū uisibiliū obliquatas, & declinantur à suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidētes medio secundi diafoni densioris secundū lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularē, ut patet per 47. secūdi. Substantia uero humorū & tunicarum oculi densior est aëre circunstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractio alia quàm in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestū est enim, quod lineæ obliquæ incidentes supſiciei uisus magis obliquātur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium comprehendit

prehendit glacialē secundū eius situm, & figuram quam habuit extra uisum, hoc autem est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uisibilium secundum situm & figuram quæ habent in rebus extra. Est er go necessarium quod lineæ quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, sint per pendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis superficies sphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto superficiei rei uisæ perpendiculariter sup superficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares super superficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniā superficies corneæ anterius complet oculi superficiem sphæricam, & fit cum illa una superficies sphærica, patet, qm̄ centrum oculi est centrum corneæ per diffinitionem sphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ sunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneæ, & centrū sphæræ glacialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constāte, conuenientius naturæ est ut centrū glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū superficierum oppositarum foramen uneæ sit unum punctum cōmune, & superficies concaua corneæ sphæræ fiat æquedistans eius superficiei conuexæ, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas uisionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneæ æquedistans est superficiei extrinsecæ ipsius, cū ipsarum ambarum sit idem centrum, humor uero albugineus secundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmissum est per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, superficies cōuexa humoris albuginei erit pars superficiei sphæricæ secundum eius cōuexum superficiem concauam sphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ superficiei humoris albuginei & concauæ superficiei corneæ est idem centrum, & hoc est propositum.

VIII.

Sphæram uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, sphæra cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphæræ ipsius, & totus oculus sit sphæra maior quàm sphæra unea, quoniam intra se continet maximum circulum sphæræ uneæ, patet per diffinitionem sphærarum se intrinsecus intersecantium, quod superficies sphæræ corneæ, est maior superficie sphæræ uneæ, palā itaq; ex diffinitione sphæræ maioris, quæ semidiameter corneæ est maior semidiametro uneæ, & quia superficies intrinseca corneæ supposita foramini uneæ, est superficies cōcaua sphærica æquedistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, eo quod tota cornea est æqualis spissitudinis, ut ostensum est in præcedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecæ corneæ, idē est cum centro superficiei manifestæ conuexæ eiusdem corneæ, sed superficies concaua corneæ secat superficiem sphæræ uneæ super circumferentiā foraminis, quod est in anteriori parte uneæ, ut præmissum est in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphæræ continentis sphæram uneam necesse est remotius esse in profundo quàm centrum sphæræ uneæ, patet ergo, qm̄ sphærā uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod est principale propositū, & ex hoc etiam patet correlariū, qa cū sphæra uneæ non sit in medio cōsolidantiæ sed anterius ad partem superficiei manifestæ oculi, & cū superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphæræ maioris, palam ut præmissum est, quia centrum eius erit remotius in pfundo centro

uneæ

uneæ, manifestū uero oculi est superficies ipsius corneæ extrinseca conuexa, cui æqui distat eiusdem superficies intrinseca concaua, centrū ergo tam superficiei concaue quā superficiei conuexæ ipsius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrū uneæ, & quia superficies concaua corneæ cōtingit superficiem humoris albuginei, qui est in anterio ri foraminis uneæ, & superponitur ei, patet ex præmissa, & per 70. primi huius, quoniā superficies cōuexa humoris albuginei est superficies sphærica, cuius centrū est centrū superficiei sibi suppositæ, superficies ergo cōuexa corneæ, & superficies cōcaua ipsius, & superficies cōuexa humoris albuginei attingens cōcauum corneæ, cū sint supficies sphæricæ æquedistantiū sphærarū, palam p 73. primi huius, quia centrū ipsa omniū est unus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia superficies anterioris glacialis est sphærica cū cētricato totali oculo per præcedentē, & etiam quia superficies sphæræ glacialis conuexa secat superficiem sphæræ uneæ intrinsecus, patet per 84. primi huius, cum superficies glacialis sit portio sphæræ maioris quàm superficies sphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorū oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinsecam respicientes amplius eleuatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circuli sectionis uneæ, & medium cōcauitatis nerui obtici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneæ, sed linea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmissa figura oculi in 4. huius est linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cōmunis earū sectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, secundū cuius periferiā illæ sphæræ se intersecant: superficies enim concaua corneæ, & superficies conuexa uneæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se secundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea pducta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquedistantium suppositarū illi foramini uneæ, cuius foraminis periferia est circunferentia circuli sectionis, & quoniam foramen quod est in anteriori uneæ est directe oppositum foramini, quod est in posteriori uneæ, quod est extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui obtici necessario penetrabit, & hoc est centrum circuli basis pyramidis obtici concaui, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrū circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea necessario pertinget, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex præmissis in 4. huius, quoniā sphæra glacialis intersecat itrinsecus sphæram uneam, linea ergo per centra istarum sphærarum transiens, quæ est linea a n, p 82. primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli cōmunis sectionis ipsarū. Iste uero circulus sectionis aut est circulus distinguens finē consolidationis harum sphærarum ad inuicem, aut æquædistans ei, superficies enim quæ est in anteriori parte glacialis opposita est foramini, quod est in anteriori parte uneæ, & situs eius ab eo est situs cōsimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo istius supficiei, qui est circulus sectiōis inter duas superficies sphæræ glacialis & uneæ, aut est ipse circulus consolidationis istarum sphærarum cum unea, aut æquedistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis. s. sphæræ & uitreæ, fuerit ipse circulus cōsolidatiōis ipsarū cū unea, iste ergo circulus, est circulus sectiōis inter superficiē glacialis & uneæ, & tūc ut prius per 82. primi, patet, ppositū, qđ si circulus sectiōis inter superficiē sphæræ glacialis & supficiē sphæræ uitreæ, nō fuerit ipse circulus consolidationis sphærarū cristallinæ, & uitreæ cū sphæra unea, sed fuerit æquedistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc superficies sphæræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

forma naturalis suæ sphæræ extenditur, secabit sphæram uneæ super circulum æquedistantem isti circulo sectionis sphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iste circulus æqualem habet situm à circunferentia sphæræ uneæ, & quia iste circulus est æquedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneam, aut ipse circulus consolidationis, aut æquedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uneæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquedistans circulo consolidationis, & est æquedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uneæ, est ergo cum circulo sectiõis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquedistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius, linea igitur quæ transit per centrum uneæ & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea secundum omnes dispositiones sphærarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si sint diuersi circuli, & æquedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambæ illæ secant uneam, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concauitatis nerui optici, & sic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circulorũ.

XI.

Sphæram uitream necesse est sphæræ glaciali ecentricam esse, centrũq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphæræ glacialis, & superficies sphæræ uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulæ manifesti oculi, est remotius in profundo quàm centrum superficiei, posterioris per 84. primi huius, posterior uero harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut præostẽsum est in 4. huius, patet ergo propositum.

XII.

Lineam transeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmissa figura oculi est linea a n, producta super cẽtrum circuli consolidationis glacialis, cum unea perpendiculares super superficiem circuli cõsolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem est circulus interfectionis glacialis cum uitrea aut æquedistans ei, quocunq; uero istorum modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa trãsit per centrum sphæræ uitreæ, quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit: extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici super quẽ componitur oculus, quoniam circulus consolidatiõis est basis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea centrum circuli sectionis uneæ, & medium concauitatis nerui optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possint produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ & centrum oculi, & sphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea est, q a f, transit per medium cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppositarum foramini uneæ,

et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis sup superficies omniū tunicarum oppositarū foramini uueæ, & est perpendicularis sup superficiem foraminis uueæ, & est ppendicularis sup superficiem oculi consolidationis, & extēditur in medio concauitatis nerui obtici sup quod cōponitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quæ in proposita figuratione est linea g a f.

XIII.

Visus nō comprehendit res uisas nisi corpore medio diafono existente.

Quia eñ, ut patet per 9. sexti huius, uisio nō est nisi ex actione formæ uisibilis uenientis à re uisa ad uisum, formæ uero nō extendunt nisi in corporibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus fit lucis & formæ extensio secundum lineas rectas, ut patet p primam secūdi huius, cū ergo lineas, pductas à rebꝰ uisibilibus ad uisum nō abscindit aliqđ corpus mediū non diafonū, tunc perueniunt formæ ad uisum, & uisio complet, quod si aliquod corpus nō diafonū interuenerit, impedit multiplicatio formæ ad uisum, patet ergo propositum.

XIIII.

Non fit uisio corpore uisibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uisibile fit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non uidetur, quoniā ut patet per 4. secundi huius, lux nō figitur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, uel quod eis præstet actum uisibilis, cum ergo diafonitas corpori uisibili fuerit similis diafonitati aëris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aëris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aër, & similiter est de alio medio quocunq; nullum enim taliū uidetur, cum diafonitas rei uisæ non fuerit spissior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uisum fuerit diafonum, sed minus quàm medium: sicuti cristallus respectu aëris: tūc res uisa quoniam habet aliquam colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aëre secundum colorem & lucem quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam, patet ergo propositum.

XV.

Inter uisibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariū est esse.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quādo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aūt non est nisi per mediam distantiam, quando ergo uisibile fuerit suppositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur, res enim per se luminosæ non possunt immediate superficiei uisus applicari, talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebūtur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uisibilibus ipsi uisui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundū situm suū prohibetur à uisuali operatione, quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foramini uueæ, ut patet per 4. huius, si ergo uisus comprehēdat rem uisibilem per immediatam applicationem, non comprehēdit illam nisi secundū partem applicatā foramini uueæ, & non comprehendet residuum rei uisæ, & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totam illam rem contingat, nō propter hoc erit iudicium p uisum, sed potius per tactū, nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit uisio nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Visio non fit sine dolore & passione à substantia oculi abijciente, ex quo patet uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat uisionem.

Quoniam enim glacialis recipit formā lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamuis quandoq; non sentiatur ille dolor, ut cum non est ualde fortis, luces uero fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiã quod quãdoq; latet dolor ipsum sensum, semp tñ illa passio quantumcunq; insensibilis abijcit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cõplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundũ fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formã uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiei uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibilium oppositorũ uisui in illo tempore, quoniã suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ aliorũ punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatẽ tunicarũ uisus secundũ lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiã ex quolibet pũcto supficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis super superficiẽ uisus, quũ cum sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis sup superficiẽ unius, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. sicut aũt ex eodem pũcto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus; sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiẽ uisus, & pertransit foramini uueæ, exeũt lineæ aliæ infinitæ transeuntes in foramen uueæ, & q̃d peruenientes ad superficiẽ uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. secũdi huius, peruenerint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibiliũ oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarũ linearũ occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiã secundũ nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ nunq̃ ordinabunt in sensu secundũ modũ ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis. sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentient, tũc distinguentur in ea puncti q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ, nec erit differẽtia situs & ordinationis formarum uisibiliũ in supficie glacialis & in rebus uisibilibus, q̃ sunt extra: qũ aũt secũdũ suppositi

onem

onē nostrā formæ uisibiliū perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extra, patet φ secundū solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarūcunq; uisarū formarum, quæ sunt perpendiculares sup superficies tunicarum uisus, continent in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis ueæ, uel pars superficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiū intrà illam pyramidem, extendūtur in rectitudinem linearum radialiū, & pertranseunt tunicas oculorum refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibiliū, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq̃ incidunt per aliquā illarum linearum perpendicularium, sed forte accidit ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiē uisus oppositam foramini ueæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarū uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisiuam, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistincte in concursu. s. ipsarum cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis ueæ. φ aūt uisus cōprehēdat q̃nq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidē radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculū erecto indice uel alio digito extra pyramidē radialem, quæ ualde subtilis est, q̃m pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circūdant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibiliū peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialē, patet ergo φ formæ rerum taliter situatarum respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiē uisus per refractionē factam in superficie uisus ab aëre, qui est rarioris diafoni, q̃ sint tunicæ ipsius uisus. φ aūt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarū oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quorum formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidē radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foramini ueæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cū secundū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiē ipsius uisus, peruenit aūt, ut patet, q̃m uidetur: palam ergo, q̃m peruenit per refractionē factam in superficie ipsius uisus, omnia aūt hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidē radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarum formæ distincte & perfectius q̃ prius: fit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, indistincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidē, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctū oculi, quia tñ oculorum tunicæ sunt alterius diafonitatis q̃ aër extrinsecus, solæ illæ lineæ formarum à sup̃ficie rei uisibilis ad superficiē oculi productæ, quæ protractæ centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super sup̃ficiem oculi, non refringūtur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam: aliæ uero lineæ omnes refringūtur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, q̃m aūt sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphæræ corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialē, & quia non est possibile, ut

uisus comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando apprehendit formã unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto suæ superficiei, qm̃ ut in præmissa ostensum est omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto superficiei uisus uenientẽ ad se: & cũ centrũ oculi & centrũ sphæræ glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctũ, necesse est q̃ omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uisibiliũ super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq́ꝫ quidẽ diametri in superficiebus tunicarũ oculi ꝑpendiculares super ipsas tunicas oculi, eritq́ꝫ quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens supficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis transit per punctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiẽ corneæ superpositã illi puncto glaciali, quæ sit perpendicularis super superficiẽ rei uisæ, qm̃ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphæram unam una tantũ perpendicularis duci potest, unde cũ superficies rei uisæ fuerit æquedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis sup superficiẽ uisus & super superficiẽ rei uisæ: aliæ uero lineæ omnes sunt oblique super superficiem rei uisæ, q̃uis productæ ad centrũ uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad superficiẽ uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctũ, super quẽ nõ occurrit ei aliqua formarũ punctorũ aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet puncto superficie rei uisibilis ad centrũ oculi lineis, palam, qm̃ istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi superficiem sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctũ qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, qm̃ omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficie rei uisæ, erit enim forma cuiuscũq́ꝫ puncti superficiei rei uisæ extensa secundũ rectitudinẽ lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrũ uisus, & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, qm̃ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidẽ quasi æquedistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glaciali, & uertex ubi prius & bases illarũ pyramidũ fiunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uideť sub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq́ꝫ recta transiens per omnia centra tunicarũ uisuũ ad locum girationis concaui nerui, super quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qđ est in anteriori ueæ, & per centrũ ipsius ueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

X I X.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, qm̃ uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam, & q̃ ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet ꝑ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primũ membrũ sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrũ sentiens non sentit foramen, nisi qñ pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis sensibilis respectu totius oculi, qm̃ uirtutes sensus sunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde sunt secundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totũ membrũ sentiens, tunc nõ sentit membrũ

actio-

actionem quã agit forma rei uisibilis in illa parte ,ꝓpter paruitatem ipsius,quare n.õ cõprehendit formam rei tam paruæ,folæ itaqꝫ res sunt sensibiles actu,quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis,illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus,& hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim,ut patet in 4.huius,in concursu amboꝝ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & diiudicans omne uisibile,ꝓpter qđ in uno uidente est unitas sensus uisus,ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri,patet ꝙ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili unietur uirtuti sentienti,quæ est in cõcauo cõmunis nerui,oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti,quia uero per 17.huius formaꝝ uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie,sicut ordinatæ in superficie rei uisæ,& ex suppositione huius rés uisa secundũ situm,figuram & ordinem suaꝝ partiũ uidet,necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo,qm̃ secundũ modũ ordinationis quo est recepta in superficie glaciali,& aliter non complebitur uisio,patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorũ duoꝝ corporũ glacialis.f.humoris & uitrei sit consimilis, tunc,ut patet per primam secundi huius,& per 17.huius,& per 72.huius,qm̃ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis,& ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero,ut patet per præmissam,uisio non completur nisi postꝗ̃ ordinatio formæ,quæ recipit in superficie glaciali,peruenit ad neruũ cõmunẽ,situs aũt partiũ formæ secundũ suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruũ cõmunẽ nisi per extensionem eius in concauo nerui,sup quam componit sphæra glacialis,qa aliter est ipsam impossibile peruenire:forma uero non potest extendi à sũpficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis secundũ extensionẽ linearũ rectaꝝ,& conseruare situs suaꝝ partiũ secundũ suũ esse,nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteꝗ̃ ꝑueniat ad centrũ oculi,qm̃ si nõ sit mediũ alterius diafoni cõmunis,istæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi,& efficiet quasi unum punctũ,& quia hoc centrũ oculi est ante locũ unionis neruorum otpicorũ,patet per 91.primi huius,ꝙ si illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi,necessario erit linearum illarũ intersectio in centro,& post cẽtrum creabitur noua pyramis,cuius lineæ longitudinis secundũ positionem & situm priori pyramidis modo cõtrario se habebunt.conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ,quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter,ut illud qđ est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrũ apud sensum,& econtrario,& superius fiat inferius & econtrario,nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem nisi solũ unum punctũ quod est in extremitate axis pyramidis:omnes ergo res secundũ modum suo naturali situi contrariũ uidetur,quod est contra suppositiõem,& manifeste contra id qđ accidit in sensu,patet ergo ꝙ necessarium est,ꝙ isti humores sint diuersæ diafonitatis,qđ est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse,humoremꝗ̃ uitreũ & spiritũ uisibilẽ eiusdẽ quasi diafonitatis,& utraqꝫ plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam,ut patet per 20.huius,omnis forma rei uisæ secundum situm,figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem,palam,sicut in præmissa ostensum est,ꝙ necessarium est ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi,quia etiam si fiat refractio post centri transitum,erũt necessario formæ conuersæ, quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formæ, refractio uero cum solū fiat ad perpendicularē, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partiū, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quā perueniunt formæ secundū rectitudinem, tota est unius diafoni, refractio uero non fit nisi medio alterius diafoni: palam, quia non potest fieri refractio formaꝝ nisi apud humorem uitreū, cuius corpus, ut in præcedenti ostensum est, diuersæ est diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor necessario antecedit centrū oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum priusq̃ perueniāt ad ipsum centrū oculi, qđ est idem centrū humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium lineaꝝ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ sunt omnes ꝑpendiculares super superficiem glacialis, accideret quoq; illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundū situm per 91. primi huius, ut præmissum est, & q̃a hoc est impossibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrū glacialis, q̃uis itaq; glacialis, in qua est principiū sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundū rectitudinem, eo ꝙ impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus ꝑpter magnitudinem rei uisæ, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cōprehensio rei uisæ secundū suum esse: peruentus tñ formaꝝ ad ultimum sentiens non indiget tantū extensione formaꝝ secundū rectitudinē istarū lineaꝝ, q̃m receptio formaꝝ in membro sentiente non est omnino similis receptioni formaꝝ in corpore diafono, membrū enim sentiens recipit istas formas ꝑpter suam diafonitatem, & sentit eas ꝑpter eius uirtutem sensibilē, & sic recipit formas secundū receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantū ad representandū ipsas uisui, non aūt ad sentiendū. Qualitas ergo receptiōis formaꝝ in humore uitreo secundū lineas refractas, est ꝑpter diuersitatē suæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝑpter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, qđ est in concauitate nerui inter humorem uitreū & neruū cōmunem, qđ corpus nominaẽ spiritus uisibilis, q̃m in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, q̃m formæ rerum uisibiliū quando perueniūt in corpus humoris uitrei, extendiẽ sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundū extensionē sensus extenduntẽ formæ ordinate secundū suam dispositionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiū corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctū superficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concauitate nerui in quo extendiẽ corpus sentiens, & erunt formæ omniū punctoꝝ consimilis ordinationis adinuicem: corpus itaq; sentiens qđ est in concauo nerui, erit necessario diafonū ꝑpter receptionem formaꝝ uisibiliū, eritq; diafonitas eius quasi eadem cū diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosæ formæ apud ꝑuentū eaꝝ ad ultimā superficiē uitrei uicinantē qđ corpi est in cōcauo nerui, pertranseūt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq; ultimū qđ est in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorē ex eius coloratione, q̃m horū formæ transeunt & figuræ in ipso: fit aūt refractio formaꝝ apud humorē uitreū tam ꝑpter diuersitatē qualitatis receptiōis sensus, q̃ꝑpter diuersitatē diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorū corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundū rectitudinē lineaꝝ radialiū ꝑpter consimilitudinē diafonitatis, & esset refracta ꝑpter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora, & sic fient formæ aut monstruosa, aut essent duæ formæ, q̃n uero ꝑpter diafonitatis diuersitatem fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionē aut obliquationē, tunc erit forma post obliquationē refractionis, forma una ordinata secundū suaꝝ partiū situm figuram & ordinem, quā habet forma in re extra, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente, extenso à sup̄ficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq; ad concauū nerui cō-

munis, qđ eſt ultimũ corpus ſentiens, quoniã in ipſo conſtituta eſt uirtus ſenſitiua, ſunt itaq; humor uitreus & corpus qđ eſt in cõcauitate nerui eiuſdẽ quaſi diafonitatis, qa inter ipſa nõ fit refractio aliqua ſenſibilis diuerſa, ſed regulariter per unitatẽ uirtutis ſenſitiuæ ad unitatẽ ſimplicis extenſionis formæ poſt refractionem in ſuperficie uitreæ, & q̃m in ijs ambobus corporibus fit progreſſio formarũ ultra centrum oculi, patet ꝙ illa refractio facta eſt à perpendiculari erecta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem glacialis, utrũq; ergo illarum corporum eſt plus diafonum corpore ipſius glacialis per 45. uel 47. ſecundi huius, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis ſectiõis ſphæræ glacialis & uitreæ, neceſſe eſt planã eſſe, aut ꝑtẽ ſphæræ maioris, ꝙ̃ ſit ſphæra glacialis & eccẽtricã ſuꝑficiei oculi.

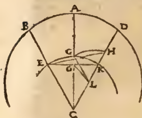
Iſtarum ſphæraꝝ glacialis. ſ. & uitreæ cõmunis ſectiõis ſuperficies eſt neceſſario plana, aut talis qualis ꝓponitur, q̃m oportet ſuperficiẽ huius ſectionis eſſe ſimilis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinent̃ in cõſimili & eadem diſtantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõſtruoſæ per refractionẽ: ſuperficies cõſimilis ordinatiõis, aut eſt plana, aut eſt ſphærica, hæc aũt ſuperficies nõ poteſt eſſe ex ſphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis, perpendiculares etiã ſuper ipſam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formaꝝ, ſed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõſtruoſæ, ſicut per præmiſſam oſtenſum eſt. Eſt ergo illa ſuperficies, ſi fuerit pars ſphæræ, neceſſario ecentrica oculo, ergo nõ poteſt eſſe ex ſphæra minore ꝙ̃ ſit ſphæra ecentrica oculo, q̃m ratione diuerſitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ ſuũ ad centrum oculi, minoris enim ſphæræ minor eſt diameter quantum eſt de natura ſphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem ſphæræ uitreæ ſuper glacialẽ quæ oſtenſa in præmiſſa, refringerent̃ formæ ab ipſa perpendiculari per 97. ſecundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero ſphæræ minoris in ſuperficie cõmunis ſectionis frangerentur ad perpendicularẽ, ſic ergo efficerentur formæ monſtruoſæ, q̃m ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione ſuæ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã, quæ perpendiculares ſemper tranſeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: iſta ergo ſuperficies eſt aut plana aut ſphærica, utpote pars ſphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita ꝙ ſphæricitas eius cõueniat ordinationi ſecundũ proportionẽ refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in ſuperficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis ſecundum rectitudinẽ lineaꝝ radialium quouſq; peruenerint ad iſtã ſuperficiẽ, tunc reflectuntur apud ipſam ſecundũ lineas conſimilis ordinatiõis ſecantes lineas radiales: forma ita ꝙ perueniens in aliqđ punctũ ſuperficiei glacialis, ſemper extenditur ſuper eandem incidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõſimilis ſitus in reſpectu duorũ neruoꝝ extẽduntur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, neceſſe eſt ſolam axem tranſeuntẽ per centrũ foraminis ueæ ſuper ſuperficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe.

Axis enim hic, ſi non fuerit perpendicularis, ſed declinans ſuper aliquã iſtaꝝ ſuperficierum, accidet diuerſificatio ordinationis formaꝝ peruenientiũ ad illam ſuperficiẽ, & mutabuntur diſpoſitiones illarũ formaꝝ propter declinationẽ axis, ſolum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem glacialis, perueniet forma rei uiſæ in ſuperficiẽ glacialis ordinata ſecundũ ordinẽ partium ſuperficiei rei uiſæ, & perueniet forma puncti, quod eſt apud extremitatẽ axis in ſuperficie rei uiſæ, ad punctũ qđ eſt ſuper axem in ſuperficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes ſuperficies planæ exeuntes ab axe, & ſecantes ſuperficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares ſuper iſtã ſuperficiẽ,

& quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiē glacialem, quæ eſt cōmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana aut ſphærica, & centrum eius nō eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiē, & nō eſt perpendicularis ſuper ipſam, nō exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiē, niſi una tm̄ ſuperficies, illa .ſ. quæ tranſit ꝑ inæqualitatē maximam angulorꝫ, quæ patet per 29. primi huius, & omnes ſuꝑficies reſiduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duæ ſuperficies uel plures exeuntes ab axe, ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiē, cū illæ ſuperficies de neceſſitate ſe interſecent, & ſua cōmunis differentia ſit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiē: datum autē fuit ꝙ eſſet declinans, ſit itaqꝫ centrum oculi punctum c, in ſuperficie quoqꝫ oculi, ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquediſtat ſuperficiei ipſius oculi, ſit linea b a d, & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialē ſit linea e g f, ſitqꝫ axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo ſuperficiē a b c d exeuntem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialē trāſeuntē per centrū oculi, qđ eſt c, & hæc ſuperficies erecta ſit etiam ſuper ſuperficiē humoris uitrei, quæ eſt e g f, ſitqꝫ cōmunis ſectio huius ſuperficiei erectæ a b c d, cum ipſa ſuperficie glaciali linea b a d, & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à puncto a, qđ ſit terminus axis pyramidis uiſualis, & ſit cōmunis ſectio eius cum ſit humoris uitrei linea e f: exeunt quoqꝫ duæ lineæ à centro



c, quæ ſint c b & c b, erūt ergo iſtæ duæ lineæ c b & c d, & cū axe c a in ſuperficie cōmuni perpēdiculari ſuper ſuperficiē e g f per primā undecimi, qm̄ omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie, eruntqꝫ ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d æquales, ꝙ patet per 8. primi, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendanť cordæ b a & d a, ſint quoqꝫ lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt cōis ſectio dictæ ſuperficiei erectæ & ſuperficiei uitreæ ſuper duo puncta e & f, ſecetqꝫ axis c a eandē lineā e f ſuper punctū g. Si ergo ſuꝑficies, q̄ eſt cōis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, eſt plana, & differentia cōis, quæ eſt e g f, linea erecta, & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiē uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiē e g f, tunc neceſſario erit axis c a declinans ſuper lineā e f, erūt ergo anguli e g c & f g c inæquales. qm̄ linea à puncto g ꝑpēdiculariter ꝑducta ſuper lineā e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cū linea e f. Cū itaqꝫ anguli e g c & f g c ſint īæquales, angulus ꝗqꝫ c g f ſit exempli cauſa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales, erūt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, eſt enim linea e f breuior ꝙ̄ linea e c; ſi enim illæ lineæ ſint æquales, cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c cōmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qđ eſt cōtra datum, cū axis a c ſit declinans ſuper lineā e f, ſit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmiſſis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l ſuper lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitum angulo recto in triangulo h l g, eſt maius latere g l, ergo per 19. eiuſdem primi erit linea g h maior ꝙ̄ linea g f: cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g l f recto, palam ꝙ angulus g f h eſt obtuſus, eſt ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ eſt æqualis lineæ g h, maior ꝙ̄ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g, & iſta duo puncta e & f ſunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis .ſ. b & d, quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe: pūcta itaqꝫ æqualiter diſtātia ab axe in ſuꝑficie glaciali, inæq̄liter diſtāt à pūcto axis incidētis ſuꝑficiei uitreæ, ꝙ cū ita ſit, palā, q̄a cū forma ꝑuenerit à ſuꝑficie glaciali ad ſuꝑficiē hūoris uitrei, erit ordinatio formæ nō ſcđm eſſe qđ habet in ſuꝑficie glaciali, nō ſecūdū ſuū eſſe ī ſuꝑficie rei uiſæ: qn̄ ergo axis fuerit declinās ſuꝑ ſuꝑficiē planā, q̄ eſt cōis ſectio ſuꝑficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̄ eſt differētia cōis cuiuslibet ſuꝑficiei exeū

tis

tis ab axe erecte super superficiem uitreæ & superficiei ipsius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterquam in una tantum superficie, quæ secat secundum angulos rectos superficiem transeuntē per decliuitatē axis, qm̃ huius tantū superficiei cōis differētia cōtinebit cū axe angulos rectos: & cū duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrū glacialis æquales, erūt duæ partes differentiæ cōis, quæ est in superficie uitrei, inæquales: formæ ergo secundū ista puncta quæ sunt in extremitatibus istarum differentiarum puenientes ad superficiē uitreæ, erūt diuersæ distātiæ à pūcto axis qd̃ est in ista superficie, sed qa puncta istarū linearum in superficie glaciali æqualiter distāt à pūcto axis, in eadē superficie uidebunē formæ nō secundū suā ordinationē in superficie glaciali & in rei uisæ superficie. Similiter quoque demonstrandū si superficies uitreæ fuerit sphærica, & fuerit axis declinās super ipsam, tunc enī axis nō transibit per centrū uitreæ, & cū trāsibit per centrum glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quorum distātia à pūcto axis in superficie glaciali est æqualis, cōtinent cū axe apud centrū glacialis angulos æquales, & quia centrū glacialis nō est centrū uitreæ, ut patet per 11. huius, distinguēt istæ lineæ ex superficie uitreæ arcus inæquales. Cū enim linea e c, ut prædictū est, sit maior quam linea e f, sit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, super quā descripta portio oculi e g f quæ sit g h, erit æqualis portiōi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g est æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior quam corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ est e g æqualis lineæ g h, erit maior quam linea g f recta, arcus ergo e g est inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cōtinentes cū axe angulos rectos & exeuntes cū linea a c, in eadem superficie distinguūt ex superficie uitreæ duos arcus æquales, nisi duæ tantum lineæ, quæ sunt in superficie, secante orthogonaliter superficiē erectā sup superficiē uitreæ. cū ergo axis fuerit declinās sup superficiē uitreæ, formæ peruenientes ad superficiē uitreæ, erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies uitreæ plana siue sphærica: cū uero axis fuerit ꝑpendicularis super superficiē uitrei, erit perpēdicularis super oēs differētias quarūcunque superficierum planarū ductarum per lineā a c, & superficiei ipsius uitreæ, & erūt quælibet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali quod est unus punctus axis, cōtinentes cū axe angulos æquales, & distinguentes ex differētia cōi, quæ est in superficie uitreæ duas partes æquales, siue sit superficies illa plana siue sphærica, & cōprehenduntur formæ à sensu secundū suā ordinationē in superficie glaciali & in superficie rei uisæ, & qa talis est comprehēsio formarum, ut patet ex suppositiōe, palā, qa semꝑ axis pyramidis uisualis est perpēdicularis sup superficiē hūoris uitrei anteriorē & posteriorē, qm̃ eadē est causa & eodē modo demōstrādū: oēs uero aliæ lineæ erūt declinātes super has superficies, qm̃, pcedunt ac si secare possint axem sup centrū glacialis, & nulla ipsarum trāsit per centrū uitreæ si fuerit sphærica, nisi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ sola illa est perpēdicularis super ipsam, patet ergo ꝓpositū.

XXV.

Motu oculi secundum se totum existente possibili, non est possibile sitū suarum partium mutari.

Ostensum est in 4. huius foramen esse in concauo ossis, per qd̃ transit neruus opticus, sed inter hoc foramen ossis & inter circūferentiā glacialis coniunctā cū unea, est spacium aliquantulū, & neruus opticus extenditur in illo spacio ex fine foraminis usque ad circumferentiā glacialis secundum pyramidalitatē, & amplificatur quousque perueniat ad circumferentiā sphæræ glacialis cum qua consolidatur. Cū ergo iste neruus declinat, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipsius ossis, & quoniā concauitas ossis continet totum oculū, declinato sic neruo, & oculus mouebitur secundū totum in ista cōcauitate, consolidatiua enim quæ consolidatur cum eo, quod est in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius: declinatio ergo nerui apud motū oculi non est nisi à posteriore totius oculi, non est ergo possibile situm partium oculi mutari, qm̃ ut per 7. huius patuit, centrū superficierum tunicarū uisus oppositarum foramini uneæ ut corneæ, est idē cū centro oculi, sicut ergo cū mouebit oculus nō mutabit centrū ocu-

li,quoniam sphæra aliqua aliqualiter mota,non propter hoc mutatur situs centri,sic nec centrũ superficieꝝ tunicaꝝ oppositarũ foramini uneæ mutatᷓ,ergo neqꝫ situs tunicaꝝ oculi mutatᷓ,quia enim linea transiẽs per centra omniũ tunicaꝝ & humorũ oculi, transit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9.huius:& linea quæ transit orthogonaliter per centrũ circuli basis alicuius pyramidis,necessario attingit uerticẽ pyramidis per 89.primi huius.In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur,necesse est moto oculo secũdũ se totũ partes eius nullo modo mutari,qm̃ linea quæ transit per centra illoꝝ partiũ, transit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9.huius,ex quo patet,ꝙ partes oculi nullo modo mutanᷓ.Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiẽ circuli consolidationis est semper declinatio cõsimilis,partes ergo oculi secundũ suũ situm nõ mutantur,& hoc est ꝓpositũ,& qm̃ oculi ambo sunt cõsimilis dispositiõis in suis tunicis & partibus,& in figuris suarũ tunicaꝝ,& in situ cuiuslibet tunicarũ respectu totius oculi,patet ꝙ nõ est diuersitas inter illos quo ad hoc qđ ꝓponiᷓ de suarũ partium situs mutatione ipsis oculis motis,situs enim linearũ ambaꝝ trãseuntiũ per centra tunicaꝝ uisus in utroqꝫ oculoꝝ est semꝑ situs consimilis in oĩbus dispositionibus oculoꝝ,patet itaqꝫ illud qđ ꝓponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto,necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim situs partiũ oculi non mutatur in utroqꝫ oculoꝝ,& motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis,motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis,quoniã semper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliqđ fixum:motus itaqꝫ nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amboꝝ oculorũ,in quo est uirtus animæ sentiẽtis & mouentis,& qm̃ illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principiũ,quo primo mouet est corpus naturale secundũ sui formã naturalẽ indiuisibile:palam ꝙ mouendo unum oculũ mouet & alterum,nec enim est maior ratio qua unum oculũ moueat,ꝙ̃ qua alterũ:uno itaqꝫ oculo moto,ambo oculi mouentur,& unus conformiter alteri mouetᷓ,ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit,sic ad eundem terminum terminentur ambo motus,& sicut ab uno indiuisibili incipiunt,sic ad unum diuisibilem terminenter . palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uisibus uno uisibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides,quarum cõmunis basis est superficies rei uisæ,& axis cuiuslibet transit per centrũ foraminis uneæ,& per centrum sui uisus.

Qm̃ enim,ut patet per 17.huiꝰ,situs partiũ superficiei rei uisæ peruenit ad supficiẽ utriusqꝫ uisus,& in illa figuraᷓ secundũ lineas ꝑpẽdiculares ab omnibus punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiem productas,quarum omniũ concursus secundũ puncta suarum incidentiũ respicit centrum oculi cuius superficiei incidit,& demum post refractionem quælibet illarũ figuraꝝ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis,ambarum itaqꝫ illaꝝ formarũ concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaqꝫ centra duorum uisuum sunt duo, palam,quia in uisione eiusdem rei à duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur, Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusqꝫ pyramidis ab utroqꝫ oculorum producntis,propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum,& axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uneæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directe opponitur uni uisui,sic directe opponitur & alteri,ex hypothesi, & quoniam ambo uisus æqualiter mouenᷓ ad aliquid uidendũ,per præmissam patet,ꝙ semper in uisione unius rei mediũ punctũ superficiei uisus oculi opponiᷓ medio puncto superficiei rei uisæ,uel ꝓpinquo illi,medium aũt punctũ superficiei uisus uel oculi est centrũ foraminis uneæ per 4.huius:forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisæ uel puncti ꝓpinqui illi,per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ sui uisus,& hoc est ꝓpositum.

Duo

XXVIII.

Duobus exiſtentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictũ eſt, forma recepta in ſuperficie glacialis pertranſit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus ſubtile, quod eſt in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo eſt ſentiens ultimũ, quod eſt uirtus ſenſitiua, comprehendens ſenſibilia, cuius uirtutis oculus eſt inſtrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo ſentienti, ſic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius nerui ſitus à duobus oculis eſt ſitus conſimilis, demum completur uiſio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uiſa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harũ formarum comprehendit ultimũ ſentiens formam rei uiſæ, & ſic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, niſi forte per aliquam occaſionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aſpiciẽs mutauerit ſitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus ſitus duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia ſitus ipſorũ ab una re uiſa eſt ſitus conſimilis, peruenerit forma ab una re uiſa in duo loca conſimilis ſitus, & cum ſitus unius oculorum fuerit declinans, tunc diuerſatur ſitus oculorum ab illa re uiſa, & ſic perueniunt duæ formæ illius rei uiſæ diuerſi ſitus, ſed hoc non ineſt uiſui naturaliter, ſed ſolum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas conſuetudini naturæ: quando itaq; ſitus oculorum fuerit naturalis, tunc ſemper ambobus uiſibus unius rei unam formam accidit uideri, quod eſt propoſitum. Duæ ergo formæ uiſi puncti infiguntur in duobus medijs duarum ſuꝑficierum amborũ uiſuum, & quilibet punctus alius formæ uiſæ infigetur in duobus locis conſimilis poſitionis in duobus uiſibus. Deinde duæ formæ uiſæ ꝑuenſunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, ſecundũ quas fit uiſio ad punctum, quod eſt in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſibus peruenient ad idem punctum punctorum circunſtantium, punctum qui eſt in axe communi, ſic ergo duæ formæ totius rei uiſæ ſuperponuntur ſibi & efficiuntur una forma, & ſic uiſum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ ſuperficiebus uiſuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere eſt neceſſe.

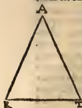
Quoniam enim quælibet axium tranſit per centrũ foraminis ueæ ad centrum uiſus, ut patet per 27. huius, ergo & pertranſit centrum ipſius ſphæræ ueæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & ueæ centrum circuli ſectiõis ueæ, & medium punctum concauitatis nerui neceſſario penetrabit per 9. huius, palã ergo cũ perpendicularis ſemper maneat inconfracta per 47. ſecundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere eſt neceſſe, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cõmunis eſt tantũ unus, palam quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt, patet ergo propoſitum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſem æquales eſſe, ex quo patet quod liniæ illæ productæ ſunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, ſitq; medius punctus nerui communis a, & conſtituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, cum enim poſitio duorum neruorũ

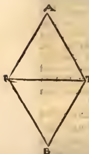
in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autẽ est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propositum.



XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborũ uisuũ perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis ueæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motũ oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorũ centris ad centra foraminum ueæ protenduntur, partes aũt superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundũ modum unum, cũ itaque aliæ partes illorũ axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cũm per ipsas unus punctus uidet, patet per primã undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nõ sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter cõiunguntur, quod est propositum, & licet axes præmisso modo refringãtur, formatio tamen pyramidũ uisualium fit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, neque accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

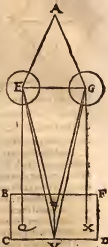


XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum ueæ semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterque uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraque pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis pũctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exẽpli causa æquedistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à cẽtris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaque superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctũ u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaque axes ambarum pyramidum uisualiũ transeuntes per centra foraminum ueæ coniunguntur in pũcto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud pũctum z, eruntque duo axes e u & g z, inter quorũ terminos linea

linea z u producatur,& quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u,sicut neq; concurrunt si super perpẽdiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio,palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus,sed tantum uno,alter ergo oculorũ mouetur superflue,cum unus oculorum secũ dum sui axem oĩa puncta lineæ z u,possit interceptibiliter transcurrere; cõstituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisiõis et complemẽtum eius,ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4.huius.Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u,sequitur uel naturam superfluere,uel ipsam modo debiliori quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra,nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionẽ,accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis, impossibile aũt nunquam accideret, si incidant in illud punctum. palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uisuum semper est necesse, quoniam operatio amborũ uisuum est uniformis,cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam,tunc uterq; uisus mouebitur super illud,& axes cõgregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uno ambo mouebũtur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ,ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus,& est ambobus oculis unus neruus communis,& quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere,hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis,& si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu,& si alter uisuũ quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri,& alterũ quiescere,nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18.huius,superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis,quia est oppositus duobus medijs amborum uisuũ, palam ergo propositum,dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.

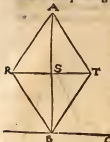


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur,necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31.primi huius, ut autem particularius demonstretur,sint oĩa disposita ut in 30.huius,& sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s,sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus q̃d sit b t,in cuius puncto medio,quod sit b,concurrant per præcedentem ipsi axes radiales,quæ sint r b & t b, & producatur à puncto a,quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s,est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r,per 30.huius,& linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s,est æqualis sibi ipsi,ergo per 8.primi,trigona a r s & a t s,sunt æqui angula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producatur item linea a s, usq; ad punctum coniunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum par ciale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniā tota linea a b, cuiusqꝫ puncto uiso incidit, utcunqꝫ transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem commumem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis ner ui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatū neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoqꝫ ab ipso communi axe.



XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem ambosqꝫ axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

Sit dispositio quæ in proxima, dico ꝙd linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie cōsistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeūt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cōnectens centra foraminum girationis neruorum, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoqꝫ r a & t a, secant lineas r t & a b, in pūctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundū undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

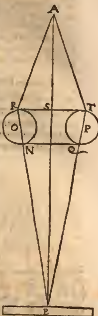
XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pūcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuū æquales esse, superficiebusqꝫ amborū uisuū necnō superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundū totū non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producātur ultra ad puncta r & t, palam itaqꝫ quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum enī lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindātur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedi-

stat

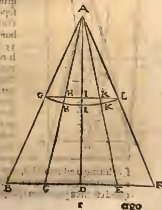
stat lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b t r æqualis est angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p præmissam, patet ergo quoniã axes radiales superficiebus uisuum æqualiter incidunt & secundũ angulos æquales, & si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea quæ est interduo centra oculoꝶ, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliàs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisuum, & uniformẽ receptionem formarũ q̃dlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ omẽs sensibiliter sunt æquales, eodẽ quoq; modo demõstrari potest, quia anguli qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo ꝓpositũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit secundum angulos minores: remotiorũ uero secundum angulos maiores: æqualiter uerò distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a secũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, secundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes istæ lineæ concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: sit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, est rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. primi, linea a g est maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & similiter angulus b g h c angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i, ergo

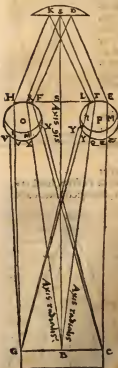


ergo per penultimā secundi huius angulus refractionis lineæ c h est minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur secundum minorem angulum quàm linea g b, & similiter est de linijs e k & f l, & quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa liniæ a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreæ, qui sunt c h i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, sit linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunstantium puncta quæ superficiebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signeturq́ in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraq parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq parte pūcti q, duo puncta y & z, sitq́ superficies rei uisæ opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidantq́ axes radiales qui sunt t b & t b, cū axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omniū trium axium, protrahāturq́ à punctis u & x, superficiei uisus cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisæ duæ lineæ rectæ, quæ sint u g & x c, & à pūctis y & z, superficiei uisus cuius centrum est p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pūctorum superficiei rei uisæ quæ sunt g & c, quæ in sup̄ficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, nō perueniunt ad medium punctum nerui communis quod est a, sed circunstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta c & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut pūctus qui est dexter, ad punctum h, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei uisæ sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pūcto a, & sic de alijs differētijs positionū, qđ est sursum ad pūctū b sit sursum ad pūctū a, & qđ est deorsum punctū b, deorsum fiat ad punctū a, producatur etiā in utroq oculorum linea l m, recta uel curua, distinguens superficiē uitreæ à superficie glacialis, & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorum alterum est necessarium p 23. huius, semper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̄ & eadē de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo quia propter conformitatem uisuum & æqualem distantiā punctorum g & c, à puncto b, ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z, esse æquiangula, anguli ergo g p u & c x z sunt æquales, sed & figuræ oculorum sunt penitus similes, et diafonitas est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractio, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & secundum angulos æquales, quilibet ergo ipsarum refringitur æqualiter à perpendiculari, sit ergo ut linea c x refringatur ad punctū



f, & linea g u ad punctū h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctū e, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pūctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundū lineas rectos

bre-

bruſſimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, ſed directe diffundentes ſe ad puncta nerui communis ſimilem ſitum & diſpoſitionem recipiunt eis quæ habent in ſuperficie rei uiſæ, quæ eſt baſis pyramidis uiſionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uiſæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pūcto a quod ſit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uiſæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod ſit k. & quoniam unius diſpoſitionis ſunt ambo uiſus, & oculorū diſtantia eſt res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uiſibus ambobus ſunt æquales, & anguli incidentiæ ſunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis ſunt æquales per præmiſſam, palam quia linea u l, quæ eſt formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiuſdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ eſt formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. ſimiliter quoq; demonſtrandum de quibuslibet duobus punctis ſuperficie rei uiſæ, æqualiter diſtantibus à puncto coniunctionis quod eſt b. Omnes ergo formæ punctorum rei uiſæ æqualiter circunſtantium, puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter pertingunt, & ſeruatur figura & diſpoſitio totius ſuperficiei rei uiſæ in partibus ſuis, & in remotione à puncto quod eſt in axe ſecundum modum diſtantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in ſuperficie rei uiſæ ſecundum diſpoſitionem angulorum refractionis in ſuperficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis conſimilis poſitionis apud ſuperficies duorum uiſuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cōmunis, & ſuperponuntur ſibi in illo puncto & erunt una forma: lineæ quoq; obliquæ ſuperficiebus uiſuum incidentes, quæ in ſuperficie ipſius uiſus refringuntur, ad eandem ordinationē formæ poſſunt peruenire, patet ergo ꝓpoſitū.

XXXVIII.

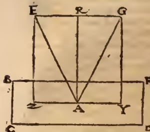
Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe cōmuni concurrentes in ſuperficie rei uiſæ cum linea æquediſtante lineæ connectenti centra oculorū uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

Sunt enim ambo oculi æqualis diſpoſitionis per 4. huius, patet etiam ſenſui quod ſunt diſtantiæ modicæ ab inuicem, & axis ſemp in quolibet oculo una tantū linea tranſiens per centrum foraminis ueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: ſit ergo ut lineæ b f c æquediſtat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, ſitq; medius pūctus nerui communis qui a, & ſit ut forma puncti ſuperficiei rei uiſæ quod ſit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorū quæ ſunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod ſit punctus medius nerui communis, & ſit axis communis qui a f, incidens ſuperficiei rei uiſæ in pūcto f, ſecundum angulos rectos, quoniam ſuperficies in qua ſunt omnes aſſignatæ lineæ axium & pūcta per 34. huius, erecta eſt ſuper ſuperficiem rei uiſæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorū lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui eſt æquediſtans, ergo & lineæ uel ſuperficiei illi æquediſtanti ꝑ 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e eſt æqualis angulo a f g, erit ergo reſiduum duorum rectorum contentorū ab axe & linea b c, quæ eſt communis ſectio rei uiſæ, & ſuperficiei axium inter ſe hinc inde æquale, axes ergo radiales incidūt ſupficiei rei uiſæ ſecundū angulos æquales, & hoc eſt propoſitū, quoniam angulus e f b ſit æqualis angulo g f c.

XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquediſtantem lineæ connectenti centra oculorum in ſuperficie rei uiſæ illi æquediſtante protrahere.

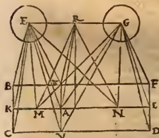
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq; superficies rei uisæ b c d f, á cuius puncto dato quod sit a, linea æquædistans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, per 10.primi, & á puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis est axi g a, per 35.huius, & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8.huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & á centris uisuum e & g ducantur æquedistantes lineæ r a, per 31.primi, quæ sint lineæ e z & g y, hæ ergo inter se sunt æquales & æquedistantes per 25.primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia cõmunis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per punctum a, & est per 33. primi æquedistans lineæ e g. palam quod ipsa linea z a y, est linea quæ quæritur; est ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt æquales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima præcedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiei rei uisæ sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & á puncto a, ad utranq; partem producatur linea una quæ sit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; á centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico quod lineæ e u & g u, sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z, æquales inter se, quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35.huius, palam quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4.primi basis e u æqualis basi g u, & similiter erit basis e z æqualis basi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo est quod proponitur. Potest et hæc aliter demonstrari, ducatur enim á puncto a, superficiei rei uisæ, in quo concurrunt axes, linea æquedistãs lineæ e g, quæ est inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ sit linea k l, eritq; illa linea k l, in superficie rei uisæ, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis super lineam k l, per 12.primi, et tunc ducatur á pũcto a, linea orthogonaliter super lineam e g, quæ sit linea a r, lineæ e g per æqualia in pũcto r, per 31.primi huius, et ex 35.huius, et ex 5.primi, quoniam enim axes e a & g a, sunt æquales, erũt anguli ad basem æquales, et linea r a cõmunis ambobus trigonis e a r, anguliq; ad pũctũ r sunt æquales, quia erecti, erit ergo per 32.primi, & per 4.sexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis super lineam k a l, & quoniam per 34.huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis super lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4.undecimi linea z a est perpendicularis erecta super illam superficiẽ in qua sunt lineæ e a, g a, r a, ergo & super lineam r a. Item per 4.undecimi linea k a erit perpendicularis super superficiẽ r z a, erit



a,erit ergo per 8.undecimi linea e r perpendicularis super eandē superficiē r z a ex diffinitione,ergo lineæ erectæ super superficiē erit linea e r perpendicularis super lineā r z. qa ergo duoꝝ trianguloꝝ e r z & g r z anguli sunt æquales,qa erecti,& linea e r æqlis est lineæ r g,& latus r z cōmune erit per 4.primi,linea e z æqualis lineæ g z,& eodē modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonstrandū,patet ergo ꝓpositum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus, ad idem punctū lineæ cū ambobus axibus angulos obliquos facientis,necessario sunt inæquales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in præcedente.Dico omnes lineas ab ambobus uisibus ad idem punctū extra lineam u z,quæ sola cum ambobus axibus facit rectos,semp sunt inæquales,signentur enim in lineam k l ut oportet,secante lineam u z duo puncta à puncto a,prout placuerit,distantia quæ fuit m & n,& ducantur lineæ e m & e n,dico q lineæ e m & g m sunt inæquales,& lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctū m linea quæ sit r m,qm̄ ergo angulus e r a est rectus, ut patuit in præmissa, palam,quia angulus e r m est minor recto,angulus ergo g r m est maior recto per 13. primi.In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune,& linea e r æqualis est lineæ g r,& angulus g m maior angulo e r m,ergo per 24.primi erit latus g m longius latere e m:& similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandū,patet ergo ꝓpositum.Ista tamen inæqualitas illarum lineaꝝ minus est sensibilis,cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniūctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquedistantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente,ab alterius uisibus ꝓductæ,necessario sunt æquales,& æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis,& sint m & n,puncta in linea k l. angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter distantia à puncto a, qđ sit punctū coniunctiōis axium,ita qđ linea m a sit æqualis a n.Dico q protractæ lineæ ab alterius uisibus ut e n & g m & e m & g n sunt æquales; cū enim axis e a est æqualis axi g a per 35.huius,& angulus incidentiæ axis e a,qui est angulus e a m,æqualis est angulo incidentiæ axis g a,qui est angulus g a n,ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti, anguli quoq r a e & r a g sunt æquales,ut hæc patent ex prædemonstratis in præmissis duabus ꝓpositionibus,remanent ergo anguli e a m & g a n æquales:sed & axes e a & g a sunt æquales,& linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi,erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4.primi,& angulus g n a æqualis angulo e m a,ergo in triangulis quoq e m n & g n m per eandem 4.primi basis e m æqualis est basi g n.Et similiter demōstrari potest in omnibus alijs punctis similibus,lineæ enim g b & e f,g f & e b,& g k & e l,g l & e k,g c & e d,g d & e c omnes ut sic nominantur,& ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à puncto a distantia producuntur,necessario sunt æquales,patet ergo propositum,quocunq etiam alijs lineis modo simili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehensio à uisu,magis autem secundum lineas axi uiciniores,& maxime per axem centrum foraminis uueæ transeuntem.

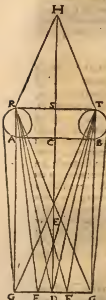
Solus enim huius axis extendit secundū rectitudinem quousq perueniat ad locū girationis concaui nerui.& omnes aliæ lineæ obliquantur,ut patet per 24.huius:forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus,peruenit ad glacialē & uitreum secundū extensionem usq ad locum girationis nerui concaui:formæ uero quæ ueniunt secundū lineas alias obliquantur,& quia dispositio formaꝝ obliquataꝝ nō est sicut dispositio formarū extensaꝝ recte,qm̄ obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratiōe in certitudine comprehensionis:punctus ergo formæ perueniens ad locū girationis concaui nerui,qui

ui, qui extenditur secundũ rectitudinẽ axis, est magis uerificatus omnibus punctis formarum, & quia obliquatio linearũ uicinarũ axi est minor, & remotiorũ maior, eo quod anguli qui fiunt ex lineis super quas ueniunt formæ, & ex ꝑpendicularibus super axem ꝓductis in superficie obliquationis linearũ uicinarũ axi, sunt acutiores, & remotiorũ minus acuti, ut patet per 36. huius: formæ uero, quarũ obliquatio est minor, magis manifestantur, quàm formæ quarũ obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueniens ad locum girationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs punctis, & certioris comprehensiõis, & quod est propinquius illi, est manifestius remotiore ab illo: & similiter est de forma perueniente in neruum cõmunem, ex quo comprehẽdit uirtus sensitiua formas rerum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cõmuni existente, certissima fit uisio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminũ uueæ quæ a b, & sit linea c e axis cõmunis, pũctus quoque coniunctionis in ipsa linea c e sit d, in quo cõcurrant axes a d & b d, & sit medius punctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico quod puncto d existente in linea c e, tunc certissima fit uisio: formæ enim uisæ peruenientes ad superficiẽ uisus, sunt tunc magis cõsimiles, eo quod axibus cadentibus in centra foraminũ uueæ, quæ sunt signata ꝑ puncta a & b, formæ punctorũ circumstantiũ punctũ d distincte, & consimiliter incidunt circa illa centra, & quoniam axis cõmunis qui est e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. primi, ideo quia linea cõnectens centra foraminum uueæ, est æquedistans lineæ r t, cõnectenti centra foraminũ girationis neruorũ concauorũ, ut patet ex præmissis, & per 4. huius: unde per 31. huius patet, quod linea h c per æqualia diuidit lineã a b, & est perpendicularis super illam, est ergo palam per 4. primi, quoniam axis a d est æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, sed per 30. huius anguli h a c & h b c sunt æquales, & quoniam axis cõmunis, qui est e c, pertingit ad h punctũ mediũ cõcauitatis nerui cõmunis, ad quod formæ à pũctis a & b diffunduntur: palam per 26. primi, quoniam anguli c h a & c h b sunt æquales. Idem quoque accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipsis axibus a d & b d ꝓpinque, quæ sunt æquales quasi ad sensum, ut patet per 40. huius: hæ enim lineæ radiales quasi æqualiter incidunt punctis æqualibus superficiei nerui cõmunis per 37. huius. Formæ itaque punctorũ taliter uisorũ sunt magis cõsimiles, unde fit tunc uisio certior. Sed cũ punctus coniunctionis fuerit modicũ extra cõmunẽ axem, ut in puncto f, siue remotio illa fit ad partẽ sinistrã uel dextram, sursum uel deorsum, siue ad alias utcunque, tunc ad hæc duæ formæ quæ infigunt duobus uisibus, non multum habent diuersitatis: unde punctũ formæ, cui duo axes infiguntur ipsi puncto h, medio scilicet puncto cõcauitatis nerui incidente, residua puncta formæ rei uisæ per lineas radiales uicinas axibus ipsis uisibus incidentes, in concauitate nerui cõmunis circa punctũ h uniuntur, non tamẽ secundũ perfectionem prioris dispositionis: uidetur itaque & tunc res certa uisione, non tamen in gradu certitudinis prioris: cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quãcunque differentiam positionis hæc contingat, tũc ad hæc punctus rei uisæ, in quo duo axes concurrũt, infigetur ipsi puncto h. Sed formæ residuorũ punctorũ illius rei uisæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient dispositionẽ prioribus duabus similem, neque erit illorum punctorum uisio bene uerificata, sed remanet minus certa, patet ergo propositum.



XLV.

Omne uisum in puncto coniunctionis duorũ axium uisualium certius ui detur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & secundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decrescit, ex quo patet, ꝙ puncta supficiei rei uisæ æqualiter distantia à puncto coniunctionis, similiter uirtuti uisiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, secundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis fit certa cõprehẽsio formæ uisibilis à uisu, magis aũt secundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis uueæ transeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata sit fortior sui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uisio secundũ totam superficiem rei uisæ, quæ est basis ambarũ pyramidũ uisionis, & secundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ est simpli ad simplũ, secundũ lineas uero radiales quæ sunt propinque axibus fit minus certa uisio ꝗ per axes, quoniã formæ punctorũ peruenientes ad uirtutem sensitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipsos axes: secundũ remotionẽ uero illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit, quia cum partes superficiei rei uisæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifestius uideantur per 43. huius secundũ partes remotiores illius superficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis, & secundũ alias partes medias fit media dispositio certitudinis, secundũ qđ plus accedunt axibus, uel secundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpositum, & per hoc patet corollariũ, qm̃ in punctis supficiei rei uisæ æqualiter à puncto coniunctionis distantibus eadem est ratio certitudinis uisionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in superficie ipsius uisus, & ex consequenti in superficie nerui cõmunis semper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uisum in quo concurrunt duo axes uisuales, uel radij illis propinqui, uidetur semper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uisum æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipsarum supponit alteri, & fiunt forma una, & qm̃ omnia uisa nobis assueta sempꝛ sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciũt ad qđlibet illorũ uisibiliũ, propter qđ duo axes duorũ uisuũ semper cõcurrunt in uno puncto illorum uisibilium per 32. huius, & positio radiorũ residuorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipsorũ est positio cõsimilis per 37. huius, maxime qñ non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia; ꝓpter hoc ergo quodlibet uisorũ assuetorũ uidet̃ ambobus uisibus unum, & q̃a ut ꝓmissum est, patet per 37. huius, qm̃ omnes formæ punctorũ æqualiter circũstantiũ puncta, quæ superficiebus uisuũ incidũt secundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũstantia mediũ punctum nerui cõis consimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uisualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uisibus, ideo nõ multũ oblique refringunt̃, qm̃ ipsarũ refractio est secundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo se circa medium punctũ concauitatis nerui, & supponuntur sibi adinuicem, fiuntq; forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uisum in quo concurrit axis communis, & unus axium uisualium comprehenditur semper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehensionis, & axis uisualis unius unam tantum formã regulariter dispositam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui distinctã secundũ partẽ uel secundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpositum.

Nullũ

XLVIII.

Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim ſiue aliqđ uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illam, ſemper punctum eius cui incidũt axes uiſuales certius uidetur, ꝙ puncta quibus incidũt radij ꝓpinqui, & illa puncta certius uidentur, ꝙ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullũ uiſum totum ſimul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipſius cõmuniter per oẽs tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi trãſcurſa fuerint, tũc ſolum æqualiter eſt totum uiſum, quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendetur tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus diſpoſitionibus ſuis, tũc ergo tota res æqualiter uidebitur: nullus aũt motus eſt in inſtanti, ſed ſolũ in tempore, palam ergo, ꝙ nullũ uiſorum ſimul totum æqualiter uidebitur, ſed bene eſt poſſibile ipſum totũ ſimul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ oppoſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt ꝓduci ad uiſum, ſimul multiplicantur ad uiſum, quauis ſecundũ diuerſitatẽ angulorum diuerſimode ſecundũ diuerſas partes uideantur: parua tamen corpora & propinquorum diametrorũ æqualius uidentur, ꝙ corpora diametrorum maiorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniforme. minus accidit in eo inæqualitatis, ꝙ ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones, tunc enim forma extremorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehenduntur per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpoſitũ.

XLIX.

Impoſſibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

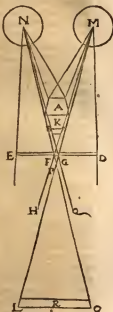
Quãuis enim uiſus quandoq; eodẽ tempore opponatur multis uiſibilibus diuerſi coloris, inter quãlibet quarũ & uiſum produci, poſſint lineæ rectæ in aëre cõtinuato medio inter eas & uiſum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ ſunt in rebus uiſis ad ſuperficiẽ uiſus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipſarum ad quãlibet partem ſuperficiei uiſus ꝓpter earũ directam oppoſitionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic ĩ tota ſupficie uiſus ſint multa lumina diuerſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiẽ uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit diſtincta uiſio niſi ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas, & ſecundũ hæc diſtinguuntur formæ ſecundũ diſtinctionẽ partium ſuperficiei uiſus, in quas ſolum incidunt perpendiculares, & licet ſic perueniant ad ſuperficiẽ uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tñ comprehendit omnes formas ſecundum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſſibile plura ſimul uidere, ſed inæqualiter & indiſtincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundũ ſuũ eſſe, & figuram ordinatã in ſui ſuperficie ſecundũ ordinem quã habet in ſuperficie rei uiſæ, extra poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarũ rerum uiſarũ præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias huius rei partes, & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecundum ſuũ eſſe, & ſentire ſitus eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud qđ uidet ſecundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uneæ ipſi centro uiſus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt ſecundũ alia puncta ſuperficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius: illorũ enim omniũ axes ſunt longiores, etiã ſi ab eadem diſtantia ꝓcedant: aſpiciens itaq; qñ fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus, inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus manifeſtiorẽ illis quæ ſunt à parte laterum illius medij, & qđ eſt propinquius medio & manifeſtius, & qđ eſt remotius, erit minus manifeſtum, ut hæc omnia patent per 43. huius, eſt ergo impoſſibile plura ſimul æqualiter uideri, qm̃ impoſſibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntẽ per centrũ uneæ ſimul pluribus punctis nedũ ſupficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propoſitum.

Inter-

L.

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuũ, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus q̃ sit res uisa, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, qui sunt m k & n k, sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiat per interpositionẽ rei uisæ quæ est b c, sit aũt uisibile e d remotius q̃ sit ipsum b c, & ppinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita q; lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ sit f g: lineæ uero m p & n p intersecantes se in pũcto p, ptractæ contingẽt periferiã corpis, in q̃ est punctũ r in pũctis l & o, sit uero a q̃ddam uisum, pximũ uisui cadens inter axes m k & n k, dico qñ uisus cõprehendit in eadẽ hora in simul formas uisibiliũ q̃ sunt b c & c d & r, qd qñ q; impedit secundũ aliqd uisio ipsius e d, qm impedit secundũ sui partẽ quæ est f g, quæ cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis qd est b c, patet q; forma illius partis nõ perueniet ad uisum, neq; seruabit in neruo cõi: forma uero uisibilis remotioris q; est l o, in quo est punctũ r, qm ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pũcto p, quæ, pductæ ultra punctũ p, suis terminis l & o incidũt, patet q; perueniet ad uisum, nõ impediente uisibili b c, qa tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebit inordinate secũdũ sitũ earũdem partiũ ipsius formæ, q̃ sibi directe nõ supponent, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis, pter diuersitatẽ incidẽtiæ ipsarũ linearũ, per quas ad ueniũt eadẽ pũcta formarũ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars tñ uniuersi, quæ attẽdit secundũ dextrã uel sinistrã, sursum uel deorsum ptiũ ipsius formæ nõ mutatur, uisum eni b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, qñ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uisi b c fit in duobus locis duarũ uisuũ consimilis positionis, & forma uisi q; est l o diuersificabitur secundũ situm partiũ suæ formæ, & secundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, qm est magna diuersitas in angulis reflexionis suarũ partialiũ formarũ, sicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiũ suo ordine disponent, ut sunt in re, & res uidebitur una, q; nõ accidit in forma uisi, s. ipsius a, q; propinquius uisui est, si ipsum paruæ fuerit quantitatis, & nõ sit in illorũ corporũ positione differentia sensui, ita q; corpus a cadat inter axes m k & n k, qñ itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituũtur illarũ rerum uisarum de & l o, formæ duobus locis duorũ uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotiõe à pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt consimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiso uero a, q; est proximũ uisibus, qm ipsum cadit inter axes m k & n k, & est ppinquius uisui, quia eni figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amborũ uisuũ diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, qm forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundũ respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes



uisuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uisu existente fixo interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotio⁊ quãdoq; secundũ aliquid uisio impeditur, ut patet. Cũ autẽ uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uisibiliũ cõprehenso⁊, in simul tũc formæ omniũ uisibiliũ cõprehẽdent simul in ambobus uisibus cõsimiles in parte & remotiõe. & comprehendent secundũ modũ suæ certitudinis formæ uniuscuiusq; uisibiliũ: huius aũt rei totius ratio est hæc, quia certitudo uisionis fit secundũ axes, & uisio fit per multiplicatiõem formæ uisibilis in uisum, quæ uero nunq̃ tunc per corpus interpositũ impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam superficiem corporis medij oppositam uisui aliqualiter attingit, & hoc est quod uolebamus.

LI.

Omnis uisio fit uel per aspectũ simplicẽ, uel per intuitionẽ diligentem.

Aspectum primũ simplicem dicimus illũ actum, quo primo simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisæ: intuitionem uero dicimus illũ actum, quo uisus ueram cõprehensionem formæ rei diligenter prospiciendo perquirit, non contentus simplici receptione, sed profunda indagine: uisus itaq; per aspectũ simplicem comprehendit intentiones manifestas, quæ sunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionẽ uero cõsiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uisæ occultas aspectui, & certificat omnes dispositiões illius formæ uisæ, & quia aspectus simplex potest esse sine intuitione, q̃uis intuitio non potest esse sine simplici aspectu, patet q̃ omnis uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per alium, & hoc est propositum.

LII.

Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualem existente possibili, intuitio fit solum secundum incidentiam axis pyramidis uisualis.

Quoniã enĩ, ut patet p̃ præmissam, aspectus simplex est solũ receptio formæ sensibilis in superficie uisus, palam q̃ ipsa fit secundũ totam pyramidem uisualẽ, quælibet enim p̃pendiculariũ siue linea⁊ radialiũ illam pyramidem constituentiũ per 17. huius, adducit aliquã formã puncti superficiei rei uisibilis quã tũc aspicit uisus: quia uero intuitio certificat ueritatẽ forma⁊ cõprehensarũ, certificatio uero oĩm forma⁊ uisibiliũ pl9 fit p̃ axes pyramidũ uisualiũ, q̃ per aliquã aliarũ linea⁊ illius pyramidis per 43. huius, patet q̃ intuitio fit solũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui rei uisæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud qđ opponitur medio uisus ex illa re uisa fuerit, siue per axem uisualem aut prope illum, tunc erit ipsum qđ est in axe, uel q̃ approximat axi, manifestius residuis partibus rei uisæ: si itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uisæ, mouebit ambos uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ superficiei rei uisæ sibi oppositæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorũ, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uisus fuerit oppositus rei uisæ, tunc sentiens comprehendet totam formam cõprehẽsione qualicũq; per 43. huius, & partem quæ est apud extremũ axis comprehendet uera comprehensione, deinde mutatis axibus ad aliud punctũ, tunc idem punctum uerius cõprehendet, & tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽsa cõprehendetur secundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehensio totius formæ, & etiã illo⁊ puncto⁊ q̃bus prius axes incidebãt, & ita scđm numerũ puncto⁊ q̃bus incidũt axes, numeratur cõprehẽsio totius formæ, semper tñ punctus, cui axes incidũt, certius alijs pũctis cõprehendet. Sic ergo intuens p̃ motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uisæ, & insup̃ reiterat frequentationẽ cõprehensionis totius formæ scđm numerũ puncto⁊ q̃bus incidũt ipsi axes, apparet ergo uisui tunc omne id quod possibile est apparere in forma illius rei uisæ, & non certificabitur forma rei uisæ, nisi post motus uisus secundum suos axes radiales super omnes partes uel puncta superficiei rei uisæ, nec enim intentiones subtiles, quæ sunt in re uisa, apparent uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linearum, quæ sunt prope ipsam, super quamlibet partium rei uisæ, & etiam si res fuerit

infimæ paruitatis,& non fuerit opposita uisui,nō intuebitur illam uisus intuitione perfecta,nisi donec moto uisu axis radialis transiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei,sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam,q̄uis aspectus simplex fiat secundū omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet ergo propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ, quoniā ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisæ non est per girationem axis à loco centri ipsius uisus,& per motum eius per se super partes rei uisæ,patet enim per 24.& 12.huius,ꝙ linea axis extenditur recte usq; ad locum girationis nerui,super quem componitur oculus,& ꝙ situs eius à uisu non mutatur,sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ,& medium oculi,in quo est sensus uisiuus,opponitur cuilibet partium rei uisæ,tūc axis transit per quamlibet partium rei uisæ,& secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisæ extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed cum girabitur axis in concauo ossis cum motu totius oculi,& cum uisus uoluerit intueri rem uisam,& inceperit intueri in extremitatem rei uisæ, & tunc extremum axis super extremitatem rei uisæ,eritq; in dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus,declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem super quā est axis,quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis,eritq; residuū formæ obliquū ad aliam partem ab axe:& cum uisus post illam dispositionem mouebit̄ super aliquā diametrū rei uisæ,trāsfert̄ axis ad partē sequentē illā partē rei uisæ,& erit forma primæ partis declinans ad locū aliū oppositū loco ad quē mouet̄ axis,& nō cessabit forma declinare q̄diu mouet̄ axis sup illā diametrū,q̄usq; axis ꝑueniat ad ultimū illius diametri rei uisæ,q̄ est pars alteri9 rei uisæ,& sic erit forma toti9 rei uisæ in ista dispositiōe obliqua uisui & puncto opposito ipsi axi,etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuersis incidente,prætereq; ultima pars & extrema ipsius rei uisæ quæ remanebit sup axem,& in medio uisus & axis,in isto toto motu erit fix9 in suo situ q̄tū ad trāsitum uniformē omnium tunicarum oculi,patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunq̄ fit basis anguli quem respicit superficies rei uisæ,neq; semper secat angulum quē respicit aliqua diametrorū rei uisæ.

Quia enim iam ostensum est in præcedente theoremate,ꝙ axis in toto motu oculi ad intuendum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quē respicit superficies rei uisæ,oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes,& moueri axem,hoc autem nō esset possibile,nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo quiescente,& quia hoc est impossibile per præcedentem,totus enim oculus mouetur apud intuitionem,& axis mouetur per motum eius,& moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis,& tota pyramis uariato axe uariatur:incidente enim axe radiali diuersis punctis sup̄ficiei rei uisæ,licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem basis sit. Variato tamen axe,causatur semper noua pyramis,quamuis uideatur semper una,ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis: per hunc itaq; motū comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisæ uisui medio in puncto scilicet axis,& per hunc modum mouetur forma rei uisæ ad ipsam superficiem uisus,& mutatur pars superficiei uisus in qua prius fuit forma,quoniam forma rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partem superficiei uisus, quotiens enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisæ,quæ est apud extremum axis,totiens comprehendet cum hoc totam superficiem rei uisæ,& comprehendet totam illam partem superficiei uisus,in qua ꝑuenit forma totius rei uisæ,quæ semper est alia & alia, quādiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uisæ non terminantiū ipsam

 diame-

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illũ angulum, nõ ergo secat semper illũ angulũ, quod est propositum.

LV.

Necesse est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, q secundum spacium distantiæ uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus. producatur itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliqđ uisibile sit apud punctum b. Cum itaq; ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondũ sit sensibile, sicut in ulteriori puncto uisibile d remotiori à uisu à, q est ipsum c, sitq; spacium d a multiplex spacij c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a: forma itaq; puncti d multiplicabiť ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requiriť in ipsa operatione uisiua plus temporis, q in spacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium: impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri est necesse, tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 51. huius, intuitio sit actus uirtutis uisiuæ, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciẽdo perquirit, & semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueanť, ut declaratum est per 52. huius: cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionũ in tempore sensibili fieri est necesse: tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formaꝝ uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplũ est, ut si uisus comprehendat animal longũ multoꝝ paruorũ pedũ, qđ moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiæ inter pedes, non tñ cognoscit numerũ ipsoꝝ pedũ, & deinde diligentius intuens cognoscet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu: cõprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cõprehensio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitũ est ipsum esse animal: numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illoꝝ temporũ; oportet enĩ uisum intueri quemlibet illoꝝ pedũ, & numerare illos, erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ scđm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ, & hoc etiã patet p diuersitatẽ aliaꝝ uisibiliũ intẽtionũ: tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uisibiliũ formaꝝ, quarũ una est numerus, diuersať secundũ diuersitatẽ intẽtionũ formaꝝ intuitarũ, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum eñ formæ uisibilium sint cõpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdã uero subtilibus ualde, ut sunt lineatiões minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantiuus per 55. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uisus enim nõ comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omniũ intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundũ ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nõ sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium à primo aspectu dijudicare nõ potest, ideo etiam tunc est opus intuitione, nec enim potest certificare ueritatẽ formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palã itaq; quia uisus nũquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tũc est forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animã, & renouatur forma prius uisa apud animã, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima aũt, per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intẽtionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima nõ comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neq; certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum luces & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offerũtur uisui, ut sine situ figura et magnitudine et similibus, alia uero nõ offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur à uisu secundum suum esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatiõe corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris: sicut enim sentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuisibilium, quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipso rum solo sensu uisus sentiatur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex isto rum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio cōferens hinc inde, quæ non est necessa ria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratio ne & distinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehēdit solus uisus, sunt tamen plura aliorū quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ accedentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus, quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua eiusdem superficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod sunt similia, sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ neq; una ipsarum, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarū duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarū similitudo nisi ex operatione unius ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solū uisum, sed ex po tentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiōis diuersas formas uisas ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorū unus est albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedi nis, comprehendet ergo similitudinem illorum duorum alborū in albedine, et diuersita tem illorum in fortitudine & debilitate: distinctio uero inter illas duas albedines nō est ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albatione superficiei uisus, quæ fit ab utroq; albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatē actio nis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam; & similiter est, de comparatione & distinctione aliarum sensibilium formarum: nihil enim illorum accipitur solo ui su, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus: uisus enim per se non habet uirtu tem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu, pa tet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium sæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuersalis existens uisui principiū co gnoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilium indiuidualium habet formam & figuram, in qui bus conueniunt omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solum intentionibus particularibus cōprehensis p sensum uisus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis auiū, ut cigno coruo pica & graculo & si milibus, in qbus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ursum album, si itaq; forma & figura & color & omnes intentiōes, ex quib9 cōponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium il lorum intentionē, quæ conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare ui sum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduū ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuersantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipsa uirtute imaginatiuá, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occur rente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, itera bitur à uisu intuitio illius formæ uniuersalis quæ est illius speciei, cū diuersitate formæ particulariū illorū indiuiduorum, et cū illa forma uniuersalis per intuitionem alterius indiuidui

indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quiescet, ex diuersitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uisum cũ formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, et per conuenientiã accidentium uisibilium in diuersis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt om̃ia indiuidua illius speciei est forma uniuersalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua, & est illa forma uisui principium cognoscendũ omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus sensibilibus quibuscunq;, patet ergo propositum.

LXII.

Omnis uera comprehensio formarum uisibilium, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia præcedente.

Comprehensio uisibilium sola intuitione fit, quando comprehendũtur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam quam antea non perceperit nec in se nec in sua specie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram, non tamen cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolit: sic ergo comprehendetur illa forma uera comprehensione per solam intuitionem, comprehensio aũt uera formarũ uisibilium alia ab alia quæ fit per solam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum scientia præcedente, ut quãdo uisus comprehendit formam alicuius rei uisæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uisus statim in aspectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ est sciẽtia uniuersalis suæ speciei, & cognoscet formã uniuersalẽ quam comprehendet in illa re uisa apud comprehensionem formæ in anima per rememorationem illius rei uisæ specialiter, & deinde intuens intentiones residuas quæ sunt in illa re uisa, certificabit particularem formam illius ipsi uisõ indiuiduo appropriatam, & si fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uisum comprehensæ, tunc cognoscet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uisa comprehenditur uera comprehensione, nisi aliquo istorum modorum, patet ergo propositum.

LXIII.

Comprehẽsio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Est enim cognitio comprehensio similitudinis duarum formarum scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem quam uidet, & formæ quiescentis in anima prius comprehensæ, unde non fit uisualis cognitio nisi per rememorationẽ, quoniã si nulla forma talis fuerit quiescens apud animã & præsens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam: semper itaq; fit cognitio ex assimilatione formæ quiescentis in anima ad formam postea uisam extra, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi, uisus itaq; comprehendit multas res p cognitionem, cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse Socratẽ, & cognoscit alia sibi assueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quãtitates omniũ rerum sibi consuetarum, quæ non cognoscuntur solo uisu per 59. huius, nec tamen cognoscit uisus omne quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formæ prius uisæ, non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem formã præsentis rei uisæ formæ prius uisæ & apud se quiescenti conferentem, nunquam enim potest fieri cognitio nisi per comparationem formæ quiescentis in anima ad formam uisam extra, sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propositum.

LXIIII.

Omnem comprehensionem uisualem cognoscitiuam in tempore fieri est necesse

necesse, sed in minori quàm sit tempus comprehẽsionis per solã intuitionẽ.

Quoniã eñ sicut in pcedente ꝓpositione præmissum est, oĩs uisualis cognitio fit p intuitionẽ & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ, nũc per diligentem intuitum perspectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas quas apud se habet in imaginatione, quæ si quærenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio sed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽsio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima præsentis memoriæ non indigent ut cognoscantur omnes intentiones quæ sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas, ut quãdo uisus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ suæ faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia cõprehensionis partium aliaꝝ, quas comprehendit solum per cognitionẽ præcedentem ex formis residentibus in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciẽ aut arcuitatem superciliorum aut similibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit oẽs partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehensio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõsideratione omniũ partium rei uisæ, & omnium intentionem quæ sunt in ea, cõprehensio uero per cognitionẽ fit per consideratione solum quarundam intentionũ quæ sunt in illa forma, palam quod uisio quæ est per cognitionẽ est in minori tempore, quàm sit uisio per solam intuitionẽ, & propter hoc uisus cõprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximè illa quæ à sui primordio cognoscere cõsueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perseuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quæ sunt in illa re uisa secundum modum quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibiliũ, quæ sunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uisus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifesta nec cõprehensibilis à uisu primo aspectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ sit manifesta, cum enim postea longo tẽpore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius secundũ suũ esse: & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uisui multũ manifesta, tũc eñ licet habeat uidẽs apud se formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipsam illius faciei maculatæ, & nõ cognoscet ipsum nisi post multã aliaꝝ intentio

intentionum particularium intuitionem, & similiter est in alijs indiuiduis uisibilium & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionē præcedentē per modicā intuitionē nō efficit certā formæ rei comprehensionē, patet ergo ꝓpositū.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens mediantibus intentionibus sensibilius quæ per se uidentur.

Quoniā enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarū uisibilium ad animā, quæ omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarū singulari enumeratione, palam cū nullius substantiæ quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens aūt quidditas substantiarum corporalium ꝑcipitur à uisu, scilicet per comprehensionē suarū intentionū uisibiliū q̄ per se uidenē, sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionē intrinsecam animæ, quæ fit ex cōparatione formæ unius posterius cōprehensæ, ad formā aliā prius cōprehensam quiescentē in imaginatiōe: cōprehensio ergo quidditatis substātiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, nō est nisi ex cōprehensiōe assimilationis formæ rei uisæ ad aliquā formarū uniuersaliū quiescentiū in aīa & fixarū in imaginatione quam uisus ante cōprehenderat, & quia uirtus distinctiua quæ est in anima, per quā anima rerū differentias dijudicat, ut hominē nō esse canē, & ecōuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibiliū nouiter scilicet uisas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cū ergo uisus cōprehenderit aliquā rē uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuēta cognoscit per illā rem uisam, & cōprehendit quidditatē eius, & si non inuenerit ex formis quiescentibus in anima formā similē formæ illius rei uisæ, nō cognoscet illā rem uisam, neq; cōprehēdet quidditatē eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiæ comprehenditur per se à uisu, sed per accidens ut ꝓponitur. Si em̄ aliquā taliū quidditatū ꝑ se cōprehenderetur à uisu, ergo & om̄is quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset cōprehēsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substātiæ quantū ad sensum & sensibile oppositione existētes indiuisibiles ꝑ suas quidditates uiderētur, qđ non est uerū, oportet em̄ ut corpus uisibile sit alicuius quātitatis respectu supficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oibus alijs quorumcūq; entiū quidditatib9, sempē em̄ quidditas cuiuslibet cōpositi cōposita est, et eius cōpositionē uisus ꝑ se cōprehendere nō potest, & si uisus aliquā quidditatē, ut est quidditas, cognosceret, tunc uisus omnē quidditatem cognosceret, quarū multæ tamē sunt inuisibiles, cū om̄es ipsæ sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehēdit uirtus distinctiua ex intensionibus appropriatis formæ uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamē quidditates & differētiæ essentiales solo sensu uisus comprehēdi nō possunt, quidditas enim lucis non cōprehenditur solum ꝑ uisum, nisi cooperante uirtute animæ quæ est cognoscitiua, q̄m uisus cognoscit lumē solis, & distinguit inter ipsum & lumē lunæ & lumē ignis per cognitionem prius factā & per formā in anima reseruatā, similiter etiā quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem quādo color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius cōprehensas, nō enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius ut prius uisa: si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nunc ipsum uisum cognoscere non posset, sed ipsum coloribus illi ꝓpinquius sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primū quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & p se debetur uisiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur p se & primo operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis quorū præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior cōprehēsione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cōprehensio omniū uisibiliū in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarū specialiū quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cu iusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguūtur aūt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ fit non p solū sensum uisus sed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquā uidit, tunc comprehendet quod est color, & tamē nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum em̄ aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cōprehēsio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primū uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secūdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisu præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nō arguit per cōpositionem & ordinationem propositionum ad formā syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorū in actuali intellectu, ꝓpositionū uniuersaliū & per se manifestarū non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionē, quæ immediate sequit̄ ex illa, ideo quia aīa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cōprehensio quæ fit per rationem & distinctionē fiat per argumentū, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p̄ uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem

ctionem in instanti comprehensio. Distinctio em̃ & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diafonus, per quẽ uirtus sensitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cõmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actũ distinctionis & actũ primi aspectus est differentia temporalis; quoniam sicut lumẽ in uno instanti se multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem; sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium fiunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cõprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensionẽ quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediũ, quia itaq; cõprehensio quidditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore: uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi p̃ intuitionem, quoniam si color nõ fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tẽpore sensibili, nõ cõprehendit uisus quidditatẽ colorꝫ, unde in rebus uelociter motis nõ distinguit̃ quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunt̃ oẽs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehensionẽ quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet q̀ comprehensio quantitatis oĩm formarũ uisibiliũ nõ fit nisi in tẽpore. Si em̃ uisus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur solo sensu uisus, nisi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus aliorũ uisibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ distinctione & cognitione: oĩm itaq; intentionum uisibiliũ quidditatũ cõprehensio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc ꝓponebat̃.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones speciales quàm indiuiduales.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cōuenientia propria formæ hominis cōprehendit ipsum esse hominem, quamuis non cōprehendat lineationē suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uisæ non cōprehendetur nisi ex comprehensione intentionū particulariū illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui omnium aut quarundam, sed comprehēsio formæ partialis est in minori tēpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatē, patet quod indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones speciales & indiuiduales quorundā uisibiliū assuetorū minori tēpore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus cōprehendūtur.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilatur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uisus comprchēdit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utraq; istorum in magna remotione, qm̄ uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cōprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motū etiā possit cōprehendere quod indiuiduum equi sit animal, & per numerū quatuor pedū comprehendit ipsum esse bestiā, non tn̄ ꝓpter hoc cōprehendet ipsum esse equum, qm̄ intentiones equinæ quæ sunt à spacio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedū, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uisus non cōprehendit aliquā intentionū propriarū equo, nō comprehendet illud esse equū, quia itaq; tempus in quo comprehendit uisus erectionē corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehēdit formā equi cū intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei; & extēsio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cōprehensio speciei equi, quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tn̄ unum ipsorum secūdum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosæ hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiā intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehēdit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur: & uniuersaliter quidditates omniū specierum quæ possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur, & similiter etiam est de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud aūt indiuiduum, quod assimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solum ex comprehēsione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ.

Quāuis eñ ordo puræ mathesis sit in hoc, ut ꝑ quantitatē angulorū sciatͬ quātitas partium superficierū sphærarū illis angulis subtensarū, eo qđ sicut centrū est principiū cōstitutionis totius sphæræ, sic ptes angulorū solidorū, q sunt circa centrū sphæræ, ut circa

q̃dlibet uniuersi ptiũ sit principiũ distinctiuũ oĩs ptis supficiei sphæræ p 87. primi hui9 tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiscetur virtus sensitiua ex comprehẽsione partis superficiei uisus, in qua figurat̃ forma rei uisæ comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uisus respicit superficies præfata: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam supficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionẽ lucis & coloris, qui per se accidũt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eo℞ apud centrũ uisus secundũ quantitatẽ partiũ superficiei uisus illis angulis subtensarũ: anguli aũt tunc non certificantur nisi per motũ uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciũ, cuius uisus magnitudinẽ uult scire: patet ergo propositũ: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, qm̃ peruenit intersectio axiũ uisualium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ superficiei uisus ipsius informantur secundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignũ, qm̃ nos in sequẽtibus utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cõcurrant, q̃a scd̃m hoc oĩs uisio informat̃.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



TRactauimus in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aũt restat, ut in hoc quarto libro psequamur pprietates omniũ uisibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. s. lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur nisi ppter luces & colores, ut patet in singulis ipsorũ, & qm̃ in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus, ideo nũc alia 20. uisibilia restant ptractanda: hæc itaq; omnia, passiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorum suæ uisionis modũ & in se & in suis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantũ uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum studio subiũgemus: quæ aũt præmittimus sunt ista.

Forma dicit̃ directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est ppendicularis incidens ipsi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua pducta recta dicto modo non est ppendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis ppendiculariter incidit secundũ aliquod eius punctum. Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullũ sui punctũ ppendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis ppendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppositione uisus est, cum axis ppendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ppendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ ppinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione. Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuscũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uisa eleuatiora apparere, sub decliuioribus uero decliuiora, & similit̃ sub dexterioribus radijs uisa dexteriora

riora apparere, sub sinisterioribus uero sinisteriora. Item sub pluribus angulis uisa ꝑspicatius uideri. Item omnes uisus æqualis dispositionis æque ueloces esse. Item omne totum uideri maius sua parte.

THEOREMA 1.

Ex intemperata proportione circumstantiarũ formarũ uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam.

Ex his quæ declarata sunt in libro tertio patet 8. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis cõmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis ꝑ 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item sanitas uisus per 16. tertij huius: quodlibet aũt istorũ latitudinem habet ꝓportionatã ad rem uisam: lux enim habet latitudinẽ, qm̃ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actũ agendi in uisum, unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minutæ non uidenẽ in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quæ est magnitudini corporis ꝓportionata. Distantia quoq; uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinẽ habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendiẽ, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ spacij secundũ quã ipsum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderenẽ, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruũ situm extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ & occultatũ, & idem corpus situm circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ situs respectu axis cõmunis habet latitudinẽ, qm̃ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad corporis magnitudinẽ & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ: si enim partes rei uisæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uisæ, occultabũtur uisui: & si fuerint ꝓportiõales totali uisæ magnitudini, sit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisu, licet ꝓportionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisæ ꝓportionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit paucæ soliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ accideret maiori soliditate in illo corpore existente, qm̃ forte color ꝓpter reflectionẽ uehementem luminis impediret uisum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis soliditatem: & si color fuerit obscurus, tũc forte accidet minus solidũ debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per fumos nõ fit uisio rerum minutaꝝ, sed forte grossarũ, sicut si per ipsa uidereẽ carta nõ scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendiẽ à uisu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinẽ habet, in qbusdã enĩ ĩfirmitatibus minutiæ corporis, nisi abscõdanẽ, in minori spacio ꝑcipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo, quilibet istorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia se alterutrũ respiciunt, scd̃m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̃dlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat dispositonem, quorum pertractationẽ relinquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

Impos-

II.

Impossibile est uisum unam intentionum uisibilium per se solam comprehendere.

Visus enim per se comprehendit formas uisibiliũ, quæ sunt corporales: omnes autẽ formæ corpales sunt cõpositæ ex multis intentiõibus uisibilibus particularibus prædictis, sicut magnitudo non est sine figura, & figura non est sine situ, & hæc omnia nõ sunt sine colore, & color non est sine luce, & lux nõ diffunditur nisi in corpore: uisus itaq; nõ comprehendit aliquã istarũ partium intentionem, nisi ex cõprehensione formarũ uisibiliũ cõpositarũ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet simul comprehendit uisus, & qm̃ nulla intentionũ per se sola complet aliquã formarũ corporaliũ sensibilium: palam ꝙ impossibile est uisum cõprehendere aliquam illarũ intentionũ solam per se, sed semper sunt plures illarũ intentionũ simul in forma sensibili congregatæ: uisus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quæ solũ distinguũtur auxilio uirtutis distinctiuæ per imaginationẽ, & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam, quod est propositum.

III.

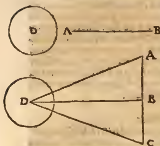
Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur sub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, & etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu uisus ad hoc ut actu uideatur, palam ergo, ꝙ sub angulo contingentiæ, qui est indiuisibilis p 15. tertij huius, non erit possibile aliquã rem uideri, omnis enim angulus sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis p axem pyramidis radialis supficiei ipsius uisus ppẽdiculariter incidẽtem, eo ꝙ omnis uisio fit per pyramidẽ uisualem, cuius basis superficies rei uisæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus est sub illa axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54. tertij huius, est ergo rectilineus, est ergo diuisibilis per 9. primi, & qm̃ maximus angulorũ, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo ꝙ diametrũ foraminis uueæ quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphæræ uueæ, uel lateri quadrati iscriptibilis circulo magno illius sphæræ, ut ostendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri semper subtendit angulus rectus per ultimã sexti, qm̃ eius corda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro uueæ concurrent, tunc maximus angulus secundũ quẽ fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita ꝙ pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aũt uisio ac si lineæ concurrant in centro uisus, ut patet per ultimã tertij huius: centrũ uero uisus est remotius in profundo ꝙ̃ centrũ uueæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus secundũ quẽ fit uisio, est minor recto, sed non multũ minor, quia illorũ centrorũ sphæræ scilicet uueæ & oculi, nõ est magna distantia, & fit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior; & hoc patet etiam experimento, qm̃ si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculũ ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartam circuli maioris sphæræ cœlestis per zenith capitis transeuntis, & per anguli huius diuisionem fit uisio partium illius, & omniũ rerum illis angulis subtensarũ, quousq; perueniat ad angulum minimũ, qui si diuideretur, non fieret uisio secundũ illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitũ diuisibilis, in angulis tñ naturalibus, scđm quorũ dispositiõem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quando minus sensibile illo non erit, neq; ergo erit uisio sensibilis secundũ illum, sed omnis uisio est sensibilis, cum sit actio sensitiua, nulla ergo uisio erit secundũ angulũ minorem illo, non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uidenẽ; & hoc intelligendum est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuum incidentes non oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarũ rerum uisibiliũ in uisu, ut ostẽdimus in 17. tertij huius, patet ergo propositum.

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur, quoniã per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositæ uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.

Esto ut uisui, cuius centrum sit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest, dico ꝙ tale corpus taliter dispositum nõ uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit̃ basis eius diametri penitus insensibilis, secundũ qđ non potest fieri uisio per præmissam, in formis tamẽ alijs uisis fiet per incidentiã formæ huiusmodi corpis aliqua distinctio punctualis insensibilis, q̃m forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, se formis punctoꝝ circũstantium aliarũ formaꝝ immiscebit, & cũ non sit de genere illorũ, necessario aliquã faciet distinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguant̃, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, opposita uero linea uisui secundũ longitudinẽ siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundũ sui formam ꝑpriam uidebitur, q̃m tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinẽ, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundũ latitudinem describetur in oculi superficie, secundũ ꝙ est in ipsa linea, & per longitudinẽ sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.



V.

Superficiei oppositæ uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius centrum una tantum linea, oppositæ uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacunꝗ superficie per mediũ quo ꝑponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã distinctionẽ in uisu per præcedentem, & oĩa illa puncta secundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quandã lineã, patet ꝙ illius sũperficiei sic dispositæ una tm̃ linea uidet̃, opposita uero linea superficie secundũ sui longitudinẽ uisui forma cuiuslibet suæ lineæ uidet̃ secundũ sui formã propriã linearis p præcedentẽ: tota ergo superficies secundũ sui formã ꝑpriã uidet̃, q̃m semp uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue cõcaua, uel conuexa, qa nõ est differentia in illis quantũ ad ꝑpositam passionẽ, patet ergo propositum.

VI.

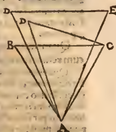
Corporũ uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu cõprehendunt̃.

Quia enim à solo uisu corpora uidentur, secundũ ꝙ formæ ipsorum uisui se offerũt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt est dispositio superficialis corpoꝝ, ergo uisibus oppositorũ solæ superficies à solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corporibus

tibus omnium planarum superficierũ & columnarũ rotundarum, & pyramidũ & portionum sphærarũ quarũcunq;, semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si nõ esset corpus, sed quædam superficies sic extensa, sine corporis medij inclusione, patet ergo propositum, quia itaq; passio in lineis uisui accidens, descendit in superficierũ uisionem, & passio in superficiebus uisui accidẽs descendit in corporũ uisionẽ, sola uero corpora per se uidentur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineæ in illis sunt imaginabilia. Parcendum nobis est, si uisuales passiones corporum proponimus per modum passionũ uisualium superficierũ uel linearum, quia q uisibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini solum æstimamus accidere, & q super ficiebus accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire, unde secundũ istorũ conuenientiam superficiebus uel lineis nos posterius utemur.

VII.

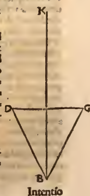
Omnium æqualiũ uisibilium qđ à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidet: qđ uero à remotiori, sub minori.



Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, sitq; centrum uisus a, sitq; b c propinquior uisui a q ipsa d e, dico q b c uidetur sub maiori angulo q d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam q non æquedistant per diffinitionem æquedistantium linearũ, sed neq; concurrent in aliquo alio pũcto q in a, quia sic duæ rectæ lineæ superficiẽ includerẽt, qđ est impossibile, nunq ergo concurrent alibi q in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam, ergo nunq tangunt lineam d e, nec erit uisio aliquorũ punctorũ lineæ d e secundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ sint lineæ a d & a e, siue ergo magnitudines b c & d e æquedistent siue non, ducta à puncto d æquedistante & æquali ipsi b c per 31. primi, patet p 34. primi huius, qm angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e sunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angul9 partialis d a e est minor totali angulo b a c, patet id qđ pponebat: & similiter demõstrãdũ est, si linearũ b c & c d æqualiũ sit idem terminus, qui est c, uel si sint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit q prius, totũ tamẽ qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uisi axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisi, unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersificantur, patet ergo ppositum.

VIII.

Vnumquodq; uisorum longitudinem habet spacij, ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato, dico q illa res quæ est g d in ulteriori spacio nõ uidebitur: sit enim positum g d in spacio ulteriori, in quo sit punctus k, si igitur g d uidetur in puncto k, necesse est per præmissam ipsam sub minori angulo uideri q sub illo minimo, qui est uisui determinatus: nec enim sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uisum tam diu potest diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur nisi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propositum.

IX.

Remotio rei uisæ ab ipso uisu non est comprehensibilis à solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis animæ cognoscitiuæ & distinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliquod spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrûq; extremorũ corporꝝ & distinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehensio nõ in tempore, sed in instanti, quiescunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cõprehendit remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aīa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formaꝝ illarũ pluries in uisu factã, nõ indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehensionẽ illaꝝ intentionũ, sed statim cõprehendit remotionẽ simul cũ rei cõprehensione ꝓpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio ꝙ illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ꝓpositio, quã etiã aīa nõ ꝑcipit apud se quiescentẽ, & est ꝙ oīa uisibilia sunt extra uisum, & ꝙ inter quãlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ꝓpositum.

X.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo ꝙ est remotio, q̃m intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquoꝝ duorũ corpoꝝ ꝓpter spaciũ inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omniũ uisibiliũ comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illoꝝ uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corpoꝝ, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoq; certificat remotionis mensurã per mensuras illorũ corporũ & per quãtitates spaciorũ, quæ sunt inter extremitates eoꝝ: spaciũ eñi qd' est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionẽ quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cũ uisus apprehenderit mensurã illius spacij, comprehendet etiã mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cõprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cũ ipsorum distantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius ꝙ secundum illam lineam à uisibus est remotũ. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à uisu cõprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & spaciorum ipsa interiacentiũ quantitas & mensura à uisu potest comprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cõprehensio corporum continuatoꝝ & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiõis, nunq; comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationẽ: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde ꝓpinquas coelo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum re-

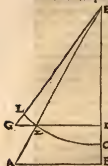
titudinem,& comparat remotionem earum ad remotionem sibi similium ex uisibilibus prius comprehẽsis à uisu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundũ qđ poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliũ, sunt ut plurimũ partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehendunt̃ à uisu, ut q̃ sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus aũt terræ interiacens illa corpora, mensurat̃ à uisu p numerũ pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurant̃ partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationẽ comprehensionis similiũ partiũ illi parti terræ, quarũ partiũ mensura quiescit in anima, ita, q etiam anima nõ percipit illarũ partiũ quietem apud se ipsam, peruenit aũt hæc mensura ad animã, quoniam quãtitas spaciorũ quæ sunt apud pedes hominũ cõprehendunt̃ à uisu, mensurant̃ enim etiam sine intentione per pedes hominũ, qñ frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurãtur per extensiones brachiorũ, & uirtus distinctiua cõprehendit istam ueram mensurationẽ, & certificat ex ea quãntitates partiũ continuatarũ cũ corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principiũ mensurationis omniũ remotionũ secundũ æstimationẽ: cũ enim uisus cõprehendit super quantitatẽ partiũ terræ sibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protensarũ ab extremitatibus illarũ partiũ terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ, & per consequẽs quantitates angulorũ peruenientiũ in centro uisus, quos respiciũt illæ partes superficierũ uisus per ultimã tertij huius: unde si homo erectus aspexerit terrã quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearũ radialiũ erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus cõtingentiæ, ille angulus secundũ quẽ fit uisio, & cũ pspexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primi, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, & quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphæræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiões linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehensionis quantitatũ remotionum quarũcunq;, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimant̃ partibus æqualibus correspondere, & utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compositionis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorũ & augmentatio ipsorũ in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in pportione linearũ lõgitudinis radialiũ quã per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, ppendens q omne totũ est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehẽdit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uisarũ scd̃m lineas distantiarũ suarũ abinuicẽ & à uisu, sicut etiã uisus qñq; per uirtutẽ distinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquorũ corporũ eleuatorũ sup superficiẽ terræ, sicut turriũ, parietum & montiũ, maxime cũ remotio fuerit mediocris, uel etiã altitudo. Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima, tũc partes paruæ, q̃ sunt in ultimo spacij, nõ cõprehendũtur à uisu, nec distinguũtur per uirtutẽ distinctiuã, qm̃ parua quantitas in remotione maxima latet uisum, nõ enim facit angulũ sensibilẽ apud centrũ uisus, ppter qđ quantitas illorũ nõ certificat̃ per 3. huius. Nihil itaq; ex quãtitatibus remotionũ uisibiliũ certificatur, nisi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris distantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionẽ rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio apud cuius ultimũ non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem, & cum uidens scit quantitatem anguli secundũ quã uidet remotionem certam cognitã sibi, tũc secundũ excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulũ notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo secundũ quantitatẽ anguli & quantitatẽ ipsius remotionis,& etiam certificaꝛ remotio per motũ uisus super corpus respiciens remotiones extremoꝝ alicuius superficiei aut spacij generaliter, aut forma rei uisæ cũ forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris,& respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cõmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ,& uirtus distinctiua illã diiudicat modo dicto, patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, ꝙ maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem.

Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines, quæ a b & g d, sitq; centrum uisus punctum e,& sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq; illarum magnitudinum una remota ab altera,& utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis,& secundum illum axem formæ illorum punctorũ perueniant ad uisum; cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam ꝙ oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire,& quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet ꝙ linea e a secat angulũ g e d, ergo per 29. primi huius ipsa secabit basem g d, sitq; punctus, in ꝗ linea a e intersecat lineã g d, punctus z,& centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatẽ semidiametri e z, qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea .f. e b



ex hypothesi,& linea e g per 21. primi, secet ergo lineã e g in puncto l,& lineam e b in puncto c, sitq; ille arcus i z t, quia itaq; trigonũ e g z est maius sectore e z i,& trigonũ e z d minus sectore e z t, ergo per 9. primi huius trigonũ e z g maiorem habet proportionem ad trigonũ e z d, ꝙ sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, ꝙ sectoris e i t ad sectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio,& quoniam per 29. primi,& ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior ꝙ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, ꝙ patet per primam sexti,& nos hoc declarauimus in 35. primi huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, ꝙ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo ꝙ maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, ꝙ anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem,& hoc proponebatur. Illud enim ꝙ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.

XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisiuæ est causa, sicut inæqualitas eadem corundem est causa obliquationis.

Aequalitas enim remotiõis extremorũ lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta; ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distent à cẽtro uisus, q̃d est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypothesi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaq; linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionẽ eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ, & per 38.3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fuerit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremorũ eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuã, q̃m uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui spacij obliquationẽ pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionẽ magnitudinis basis eius ꝓpter obliquationẽ, & nõ cõuenit secũdũ assimilationẽ quantitas magnitudinis obliq̃ uisui oppositæ quãtitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tũc q̃n cõparatio fuerit ad angulũ solum, sed si fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uisum & extrema rei uisæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionũ mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ proportionẽ habens sensibilẽ ad totam rem uisam, tota itaq; res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione. & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius q̃n fuerit directe uisui opposita, patet ergo propositum.

XIII.

Horizon uidetur quasi ꝑiferiæ terræ cohærere, distantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cõcauam superficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cõprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certã remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc solum comprehẽditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ cohærere. Distãtia uero periferiæ horizõtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizõtis. Quia licet secundum diuersitatẽ illã, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrũ mundi, apparet tñ sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentiẽ inter uisum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorũ sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior distãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidẽtis, & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa, ꝓpter hoc q̃d uisus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo ꝓpositum.

XIIII.

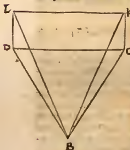
Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cõsequenti cõprehẽsio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est cõprehensio quantitatis uel magnitudinis spacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cõprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cõprehensione quantitatis remotionis, quando omnia hæc simul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruẽtu formarũ secundũ lineas perpẽdiculares super superficiẽ oculi incidentiũ ad ipsum uisum: cũ ergo uisus senserit formã sic aduenientẽ, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uisæ: locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensiõe situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum: cũ itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partẽ membri sentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cõprehendet statim locũ rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.

Sit centrũ uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet q̃d ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorũ punctis eadẽ est demõstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipsorum partibus uariatis secũdum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad modum certitudinis uisionis: ponatur itaq; g d & k l, æquedistare & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, q̃m si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranseunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uidetur per suppositionẽ præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.



Visioni

XVI.

Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotiōis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere; quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotiōe ab inuicem, tamē enim si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimū distent inter se, uidebunt tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicē, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimū à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiæ à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideātur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nō multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis intemperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunque totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intēperantia etiam dispositionis quantitatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intēperata quoque soliditate corporū accidit error uisui in remotiōis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehendetur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aër nubilosus, sicut accidit plærūque in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundū ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aëris nō comprehenditur quātitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, fitque erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperātia etiā tēporis fit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, quod statim uisui subripiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nō plene comprehendit: & sic ex breuitate tēporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponātur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationē, & quia apud

fortea

fortes uisus expertum est, & patet per præcedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis. Aestimabit uisus debilis illud quod est certius esse propinquius, & sic quia fortior color à uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem: & sic fit error in remotione ex uisus debilitate, & etiã quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarum, sicut etiam à speculis cum ab uno uisu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter grossitudinẽ aëris extrinsecam uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuæ error accidit i remotione ex intemperata dispositione circumstantiarum quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per se notis, patet itaq; propositum.

XVII.

Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei & anguli solidi qui fit in centro uisus.

Pars enim superficiei uisus ad quam peruenit forma rei uisæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, secundum quam per 18.3. huius, fit rei obiectæ uisio, quod est apud centrum uisus semper mensuratur, quamuis uirtus sensitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius partis superficiei oculi ad totam sphæricam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87. primi huius, cũ eñ pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18. tertij huius, secatur tamẽ ipsa pyramis quasi æquedistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis resectæ per ipsam superficiem oculi. Magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidũ radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali quæ est rei uisæ propinquioris: angulus ergo in centro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspondens illi angulo fit minor, & quãto plus approxima tres uisui, tanto plus ampliat magnitudo: semper tñ magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi qui fit in centro uisus, patet ergo propositũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽsæ à uisu secundum oppositionem sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum, nec non suorum terminorum & spaciorum inter uisibilia distinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu, quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possunt lineæ rectæ per secundam 3. huius: sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem, & si uisus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, sed tantum figuram corporeitatis: quod si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quod uisus comprehendet totam corporis superficiem, tũc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem, & similiter est de partibus corporis: quantitates ergo quas uisus comprehẽdit per oppositionem, nõ sunt nisi quantitates superficierum & linearum terminantiũ illas sũperficies uel ipsas

mensurantiũ

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & ipſarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantia inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficiei uiſus non coloratarum colore uiſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficiei uiſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uiſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uiſa ſub eodem angulo, quorum diſtantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

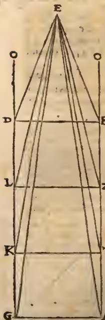
Sit uiſus centrum punctum a, & ſit res uiſa linea b g, ſintq́ lineæ ſecũdum quas puncta g & b, perueniunt ad uiſum g a & b a, uideť itaq; linea b g ſub angulo g a b, ſitq́ alia res quæ eſt d e cadens inter eaſdem lineas g a & b a, ita ut ipſa uideatur ſub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uiſu, quia enim uiſus a, comprehendit duo puncta d & b, ſuper lineam unam quæ eſt a b, & duo puncta e & g ſuper lineam unam quod eſt a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, ſed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, eſſe aliquam, apparet uiſui punctus d ſuper punctum b, & pũctus e ſuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri ſuppoſitionẽ nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa ſunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, qm̃ ſecũdũ iudiciũ uiſus una ipſarum aliam cooperit, neq; extremitates unius ſuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de ſub nubibus, uel in horis crepuſcularibus, ſi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri ſub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipſius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uiſu, patet itaq; propoſitum.

XX.

Omne quod ſub maiori angulo uidetur, maius uideť, & qđ ſub minori minus: ex quo patet qđ idẽ ſub maiori angulo uiſum apparere maius ſe ipſo ſub minori angulo uiſo, & uniuerſaliter ſecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel ſub eadem obliquitate uiſæ.

Eſto centrum uiſus in pũcto a, & ſit res quæ f e uiſa ſub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipſas linea g b æquediſtanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b ſub angulo f a e, quam forte accidet uideri eſſe æqualem lineæ f e, per præmiſſam, ut ſi lineas g f & b e, non contingat uideri, ſed uiſis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eſt ſecundum ueritatem per 4. ſexti, linea g b minor quàm ſit linea f e, cũ linea a g ſit minor quàm linea a f, ex hypotheſi: ducatur itaq; à puncto e linea æquediſtans lineæ a g per 31. primi, quæ ſecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq́ linea a d, ſecans protractam lineã e f in puncto h, eritq́ linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eſt maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eſt pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uiſus partẽ à toto diiudicat, ꝙ ergo ſub minori angulo uidetur, minus uideť, ſed & quãdoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteſt uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eſt æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiſſis: quod ergo ſub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur ſub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uiſualis qui eſt f a e, ſecundum quam uidetur res remotior, quæ eſt f e, minor & acutior eſt quàm conus pyramidis

g a d, & quoniã superficies oculi secat ambas istas pyramides, cũ ipsarum ambarum conus sit quasi in cẽtro oculi per .18. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisæ à pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisæ à totali pyramide g a d, per .109. primi huius, cũ illæ duæ abscisæ pyramides æqualis sint altitudinis, quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecã, est axis ambarũ illarum pyramidũ abscisarum, pars ergo superficiei uisus ibi figurata ꝑ formã rei uisæ quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei q̃ est f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correspondet angulus minor, quoniam secundũ qđ forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisui, secundũ hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit uisio, & secũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uisæ: om̃is ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori, & uniuersaliter in rebus directe uisis secundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uisæ, unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplũ, & sic secundũ proportionẽ neruoꝝ. In oblique tñ uisis, uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonũ a e f sit orthogoniũ, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq́; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in pũcto k, nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineã k e, & sic secũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ semper fit proportio quãtitatis uisæ ad quantitatẽ uisam, neq; em̃ talia uisa secundũ eandem uident̃ dispositionẽ & sitũ respectu ipsi9 uisus. In cõformibus aũt uisibilibus secundũ distantia & situm & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũstantiã uidendi, quæ patent ꝑ primã huius, semꝑ secundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ, unde etiã illud qđ sub minimo angulo uidetur, minimũ uidetur, & q̃d sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiẽ, nullo modo uidetur, ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpositũ.

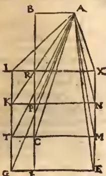


XXI.

Paralellæ lineæ secũdum remotiores à uisu ꝑtes quasi concurrere uidentur, nunq̃ tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuersale est qđ proponitur uisui quocũq; modo se habente ad illas lineas paralellas, siue em̃ uisus sit in illarũ superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit, sit ergo primo uisus in illa superficie, & sint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primã 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarũ superficie uisus qui sit e, uel ꝓpe illam, dico qđ superficiei interiacẽtis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior uisui apparebit latior quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d, quasi concurrere uidebũtur: signẽtur enim puncta æquedistanter, & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant̃ illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oẽs erũt æquedistantes ex hypothesi, & ꝑ 33. primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte, quod patet ꝑ 34. primi huius, palã ꝑ præmissam, q̃a maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́; uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis, palam qđ sup̃ficies interiacens lineas minor uidebitur

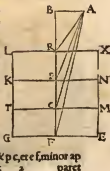
uidebitur, lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur, nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes, quia sẽp lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisiõis subtenditur basis cuiuscũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes, si nota uisui quæ sit a, paralellæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x e, ita qđ uisus sit erectus super superficiẽ horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundũ remotiores à uisu partes quasi cõcurrere uidebũtur, dimittatur ẽm à uisu a, ꝑpendicularis sup superficiẽ horizontis p 11. undecimi, quæ sit a b, sintq; ut prius lineæ b e, k n, t m, paralellæ, dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearũ remotiores à uisu quasi cõcurrere uidentur, ducatẽ ẽm linea à puncto b, perpendiculariter super lineã x l quæ sint b r, eruntq; lineæ b r & l x in eadẽ superficie per secundã 11. & producatur linea b r super lineam g e in punctum f, secetq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t, & ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineæ a r, a p, a t, qm̃ itaq; angulus a b r, est rectus, palamq; superficies a b c, erecta est sup superficiẽ l x, e g, & earũ cõmunis sectio est linea b f, per 19. primi huius, qm̃ illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r ꝑtracta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a t, palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p u & a c m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogonij, si linea p n est æqualis lineæ r x, ex hypothesi, & per 34. primi, qa uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmissam, similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem est demõstratio, est enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebitẽ maior quàm tota linea k n, eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores uisui uidebuntur strictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quasi concurrere, non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur, & eodẽ penitus modo demonstrãdum si lineæ paralellæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua sup̃ficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus uisu existente inferius, patet ergo propositum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquedistãtibus obiectis uisui distãtia remotiorũ minor uisui apparet.

Esto ut in præmissa uisus, cuius centrum sit a, erectus in aẽre secundũ erectionem uidentis, in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquedistantes, & secundũ æqualẽ distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordiñe positæ ut linea b e sit uisui ꝓpinquior, aliæ uero suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu, dico quod linearũ k n & t m, distantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum ẽm istæ lineæ sint æquales & æquedistãtes, quæ sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30, & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis super superficiẽ l x, g e, & facta demõstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35. primi huius, qm̃ in trigono orthogonio a b f, partes æquales sunt abscisæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c, & e f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, p 10. quinti, linea ergo r p p 20. huius, uidebitẽ maior q̃ linea p c, et linea p t maior q̃ linea e f. Remotior ergo istarũ distantiarũ quæ sunt r p, & p c, et e f, minor apparet

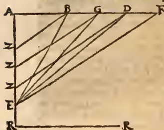


paret uisui per 20. huius, & hoc est ꝓpositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas paralellas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiusdẽ uisibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

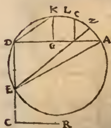
Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, sintq́ꝫ æquales partes eiusdẽ uisibilis sup lineã æquedistantẽ lineæ r t collocatæ, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq́ꝫ perpendicularis a e, in qua sit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, sit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per penultimã primi palã est, manifestũ est ergo, q̃m ps a b, est ꝓpinquior uisui oĩbus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur eñ lineæ ꝑ quas accedunt formæ punctoꝝ ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur ꝑ 31. primi, linea b z æquedistãs lineæ g e, quia igĩt in trigono a e g, linea b z æquedistat lateri e g, palã per secundã sexti, q̃m est ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, sicut lineæ a b ad lineã b g, sed linea a b æqualis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo linea a z est æqualis lineæ z e, sed ꝑ penultimã primi linea z b est maior quàm linea z a, ergo linea b z est maior q̃ linea z e, angulus ergo z e b ꝑ 18. primi, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primi, æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistãtes, quæ sunt z b & e g, ergo angulus a e b maior est angulo b e g, ergo ꝑ 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, sub maiori eñ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquedistãte lineæ e d, eadẽ est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ sunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipsas imaginata æquedistet lineæ g e uel g t, & hoc est ꝓpositũ.



XXIIII.

Aequalium diuersorũ uisibiliũ secundum eandem rectam lineam æquedistantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uisui obiectorũ, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secũdũ lineã a d, quæ sit æquedistans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝝ cõcauorũ, & sint inæqualiter distãtes à cẽtro uisus qd' sit e, ducãturq́ꝫ lineæ à terminis uisibiliũ ad centrũ uisus, quæ sint e d & e a, & sit linea e a maior q̃ linea d e, dico qd' g d apparebit uisui maius q̃ a b, ꝓducantur eñ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, describatur circulus ꝑ 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis sup a d, ꝑ 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã sit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquedistãs lineæ g k, erit ergo ꝑ 29. primi linea b c, ꝑpendicularis super lineã a d, secetq́ꝫ periferiã circuli in pũcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ptes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, q̃m illæ sunt æquales ex hypothesi, & à pũctis sectionũ sunt duæ lineæ ꝑpendiculares sup lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ sunt g k & b c, erit ergo ꝑ 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, sed & linea a b est æq̃lis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, q̃a uterq; rectus, ergo corda k d æqualis est cordæ c a, ꝑ 4. primi, ergo ꝑ 27. tertij, arcus d k æqualis est arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcũ z a cadit angulus



a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimã ſexti angulus l e d maior eſt angulo z e a, ſed ſub angulo a e z, uidebitur linea a b, & ſub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uiſui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod eſt propoſitum.

XXV.

Aequaliũ & æquediſtantiũ magnitudinũ inæqualiter à uiſu diſtantiũ, ꝓpinquior ſemꝑ maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter ſuis diſtãtijs uidetur.

Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo, cuius centrũ ſit e, ſitq́ uiſui propinquior g d q̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d q̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́ g d ſub angulo g e d, qui eſt minor angulo a e b, ut parte ſua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior q̃ linea a b, & hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrũ uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis; ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris ſecundũ apparentiam ad a b minorem, ſecundũ apparentiã ſit ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorẽ, qm̃ ut patet per 11. huius maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiæ minorẽ, q̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d eſt maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior q̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter ſuis diſtantijs, quoniam diſtantiarum maior eſt proportio, & hoc eſt propoſitum.

XXVI.

Om̃e uiſibile obliquatũ à uiſu minus uidetur ſe ipſo ſecundum proximum ſui terminũ directe uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, ſitq́ centrum uiſus a, & ſit uiſibile obliquatũ à uiſu b c, ducanturq́ lineæ a b & a c, & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducatˀ linea c d, æqualis lineæ c d, & æquediſtans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri poteſt per 39. tertij huius, illa ergo directe uiſui opponetur per ſuppoſitionẽ, ducatˀ quoq́ linea a d, & quoniam per 2 huius linea c d ſub maiori angulo uidetur q̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uideˀ linea c b obliquata q̃ ſua æqualis, quæ eſt linea c d directe uiſui oppoſita ſecundum proximũ terminũ ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c, & hoc eſt propoſitum.

XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu niſi auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſſis, anguli qui formantur in centro uiſus, & partes ſuperficierũ uiſus, ſecundũ quas fit cõprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundũ approximationẽ & remotionem eiuſdẽ rei, & ſecundũ eandem directionem uel obliquationẽ ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales. Virtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatẽ ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulũ uel ſolum remotionem, qm̃ neutrũ illorũ per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulũ & remotionẽ ſimul; quãtitates ergo ueræ ipſoꝝ uiſibilium nõ cõprehendentur niſi per diſtinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit ſimul, & erit ipſius baſis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, eſt ſuperficies rei uiſæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Cõſideratio uero uirtutis diſtinctiuæ ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti cum cõſideratione remotiõis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nõ est autem in illa cõsideratione uirtutis distinctiuæ inter remotiõem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cõprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiõis, secundũ quantitatẽ extensiõis istarum linearũ à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ, & quomodo cũ hoc cõprehenderit quantitatẽ remotiõis rei uisæ per 10. huius, tunc imaginabiť quantitatẽ lõgitudinũ istarum linearũ & quantitatẽ spaciorũ, quæ sunt inter ipsarũ extremitates, quæ spacia sunt diametri rei ipsius uisæ, qm̃ ergo uirtus distinctiua imaginabiť quantitatẽ anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitatẽ lõgitudinis linearum radialiũ, & quantitatẽ situs ipsorũ adinuicem, & quantitatẽ spaciorũ quæ sunt inter extremitates eorũ, tunc ipsa cõprehendet quantitatẽ rei uisæ secundũ suum esse, qm̃ tunc nihil eorũ, quibus cõprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incõprehẽsum. Hæc est itaq; qualitas cõprehensionis magnitudinis rerum uisarũ, & fit plurimũ ꝓpter assuetudinem uisus indistinctæ remotionis uisibiliũ, qui quando senserit formã & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatẽ loci & quantitatẽ remotionis, & ex ijs cõprehendet magnitudinẽ rei uisæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominẽ uidentem distantia inter hominẽ & nemus aut parietẽ uisum, quãuis illa distantia secundũ ueritatem sit plurima, tunc uidebiť propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebũtur homo & nemus aut paries eiusdẽ altitudinis, qm̃ sub eodem angulo uidẽtur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinẽ nõ pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatẽ Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & æstimata sunt illa uisa fuisse fantasmata à uidentibus: non accideret autẽ aliquid talium luce existente in temperamento, qm̃ tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundũ terminũ ipsius apparentem mẽsuraretur. Similiter etiã ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̃ si in aliquo loco statuatur aliqđ corpus fortis coloris, nõ latebit uisum: ꝙ si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebiť illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorũ identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positũ effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rem uisam, nõ uidebiť: remota uero albedine spacij interiacentis, statim forma illius albi corpis cõprehendeť, fit ergo tunc occultatio ex cõuenientia colorũ, qm̃ si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, unde uidebiť ipsum trans mediũ dealbatum. Ex intemperata etiam lõgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm̃ tunc uidebiť res multo minor q̃ sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti absconduntur uisui, quia nõ potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniã plura insensibiliter abscõdita faciunt rei sensibilem ablationẽ, quæ nõ fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̃ corpus approximatũ oculo, uidetur maioris quantitatis q̃ sit re uera, quoniam ꝓpter magnitudinẽ anguli corpus uideť maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundũ quantitatẽ enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informať, ut patet per 87. primi huius: unde secundũ quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quan

tita

titatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente ꝓpositione, nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nō sit capax totius quantitatis radialiū linearum, nec potest certitudinaliter mensurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinē. Vera aūt remotio corporis attendit̄ secundum lineam à centro uisus ad superficiē rei præcedentē, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nō facit aliquā sensibilē errorem in longitudinis illius æstimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantiā, tunc fit semidiameter oculi ꝓportionalis distantiæ corporis ꝓportione sensibili, erit enim aliqn̄ maior, aliquando æqualis, aliqn̄ minor ꝓportiōe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi: unde in tali ꝓprietate rei uisæ magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lōgitudinis æstimatæ respectu, uere inducunt sensibilē apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiā situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorū est unum post aliud in ordine dispositū, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qd̄ est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigil stans in turris alicuius eminētia, uidēs homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, ꝓpinquiores sibi æstimat altiorē. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorū unum sit modicū maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipsorum, forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, qm̄ paruitas illius excessus nō sentitur ꝓpter sui paruitatem, nō enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enī angulata corpora angulorū, quia parum solida sunt, qñq; nō uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniā in aëre nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, ꝙ corpus uisum maius apparet q̄ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cū tractatū de ijs quæ uidentur per medium secundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio sæpius per aliquod spacium uelociter mouetur, apparet totum spacium ignitū, quia nō perpenditur quantitas temporis propter uelocitatē motus ticionis, & sic ignis paruus æstimat̄ maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutā, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partiū eius oppositionem ad uisum secundū directionem uel obliquationē, siue dicat ordinationē superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiē ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierū apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciorū, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul cōprehēsa à uisu, semper accepto situ secundū quācunq; istorū modorum: hæc omnia & singula cōprehēdit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semp cōprehendit quēlibet motū situs, cōprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ꝓpositū, qm̄ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est,

cōpo

componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus: comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescētem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua cōprehendet locum rei uisæ & suam remotionē, tunc uisibilis cum illis cōprehendet rei oppositionē: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniā uisus nō cōprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquū uisui & locum propinquū ei: uirtus enim distinctiua cōprehendit omnia loca rerum locatarū per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quā est illa remotio, ut patuit per 14. huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud cōprehensionem rei uisæ, & quoniā uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua cōprehendit q res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorū in superficie membri sentientis, ad qd' perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua, ita loca uisibiliū comprehendūtur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul: situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarū extremitatum auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiē illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus, tūc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatā: & similiter est de sitibus linearum & spaciorū cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionē & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, & ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehendātur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directū, quando scilicet non perfecte cōprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiā in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet secundū modum prædictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamē pars illius superficiei, lineæ uel spacij per se directe opponitur uisui, quoniā

axes

axes radiales ubicunq; extra unum punctũ perpendiculares incidãt, semp incidũt oblique, & secundũ angulos inæquales per 10. primi huius. Si aũt superficies, lineæ uel spacia æquedistẽt axibus uisualibus, nec secent ab illis, opponant aũt uisui, tũc etiã situs ipsorũ in directione & obliquatione cõprehenditur à uisu per remotionẽ suarum extremitatũ, & potest fieri proportio istorũ ad superficies, lineas uel spacia quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquedistant, patet itaq; illud quod proponebatur.

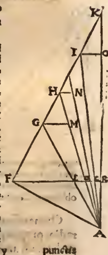
XXXII.

Situs partiũ & situs terminorũ superficiei rei uisæ, aut situs superficierũ eius adinuicem, & situs plurium uisibiliũ simul uisorum ex comprehensiõe diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ puenit ad aliquã partẽ superficiei uisus, ad quã peruenit forma totius rei uisæ: unde cũ superficies rei uisæ fuerit diuersorũ colorũ distinctorũ, tunc erit forma peruenies in uisum diuersorũ colorũ, & erũt partes eius distinctæ secundũ directionẽ partiũ superficiei rei uisæ, tunc itaq; uisus senti et quãlibet partẽ formæ uisæ ex sensu colorũ illarũ partiũ & lucis quæ est in eis, & sentit loca formarũ partiũ in superficie uisus ex sensu colorũ partiũ illarũ & lucis earũ, & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illorũ colorũ ex cõprehensione diuersitatis partium formæ, & ex cõprehensione differentiarũ ipsarũ partiũ, & sic cõprehendit aliqd cõtiguũ & aliquid separatũ, similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionẽ & remotionem, uel secundũ præeminentiã unius ipsarũ super alterã, & profundationẽ unius ipsarũ sub altera cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partiũ secundũ magis & minus: termini aũt superficiei rei uisæ ac superficierũ eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorũ cõprehenditur à uisu per cõprehensionẽ partis superficiei eius, in quã puenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius & p cõprehẽsionẽ terminorũ illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis distinctiuæ, & qm oĩa ppostia secundũ hunc modum cõprehenduntur, patet ergo illud qd ppõebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel sup̃ficies rei uisæ directe uisibus uel uisui opposita pfectius uidetur q̃ obliquata, & secũdum quãtitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.



Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisæ directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f, ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes pducantur ad superficiẽ obliquatam. Incidat linea a e in punctũ g, & linea a d in punctũ h, & linea a c in punctũ i, & linea a b in punctũ k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior q̃ linea f d: & si à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ f d per 31. primi, quæ sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior q̃ linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquedistans lineæ d c, quæ sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior q̃ d c, eodem quoq; modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo ꝙ eidem angulo, qui ſit in centro uiſus, ſemper ſubtendun-tur maiores partes lineæ obliquatæ, q̃ lineæ directe oppoſitæ uiſui: partes itaq; ſuperficiei rei uiſæ directe uiſui uel uiſibus oppoſitæ æqualiter diſtantes à puncto axis, uel à puncto coniũctionis, ſimiliter uiſiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ perfectius tota illa ſuperficies uidetur, & omnes ſubtiles intentiones quæ ſunt in ipſa: ſuperficies nota obliquata uiſibus, acquirit formam dubitabilem, ſiue per unum uiſum uideatur ſiue per ambos, & ſiue illa forma per axes perueniat ad uiſum ſiue extra axes: & etiam ſi diſtantia ſit mediocris ipſius ſuperficiei obliquatæ à uiſu, partes enim ſuperficiei illius æquales partibus ſuperficiei directe uiſui oppoſitæ, ut patet ex prædemonſtratis, ſub minori angulo uidentur, quoniã ſi eſſent directe uiſibus oppoſitæ, quia lineæ ſuarum extremitatum à centro uiſus productæ, minoribus angulis ſubtenduntur, ſic ergo totales illæ ſuperficies inſtituuntur in ſuperficiebus uiſus, quaſi congregatæ propter ſuam obliquationem, angulus enim quem ſubtendit ſuperficies ipſius uiſus, quæ eſt informata ſuperficiei obliquatæ, eſt paruus & ſenſibiliter minor, eo ꝙ faceret eadem ſuperficies uiſibus oppoſita directe, uel ſuperficies aliqua alia æqualis ſuperficiei obliquatæ, quia ergo ipſa ſupeficies uiſus informata ex illa obliquata ſuperficie eſt minor, & partes paruæ illius ſuperficiei obliquatæ incidunt angulis quaſi inſenſibilibus ꝓpter maximam obliquationem, ideo de neceſſitate illa ſuperficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua ſuperficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uiſus ad extremam illius partis, fient quaſi linea una, qua propter ſentiẽs non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq; partem quam diſtinguũt ex ſuꝑficie uiſus: tota ergo ſuꝑficies obliquata uiſui multũ amittit ſenſibilitatis, q̃a ſi in ipſa fuerũt ſubtiles aliq̃ intentiones, non cõprehendenť à uiſu ꝓpter latitantiã ſuarum partiũ paruaꝝ, & q̃m ſuperficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpoſitæ paſſionis, ideo ſecundũ quantitatẽ obliquatiõis ſit imperfectio uiſionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

Exceſſu remotionis nimio exiſtente, res à uiſibus obliquata quandoq; uidebitur directe oppoſita.

Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendiť ſecundũ quantitatem diametrorũ rei uiſæ, ideo & nimietas exceſſus remotionis attenditur ſecundũ quantitatem diametroꝝ rei uiſæ; quæ enim magno uiſibili non eſt nimia diſtantia à uiſu, hoc minori uiſibili eſt nimia, q̃m non eodẽ modo in eadem diſtantia maius & minus percipiũtur à uiſu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq; centrum uiſus a, & res uiſa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui ſit b propinquior ſit uiſu, ſitq; illa res uiſa ſub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor q̃ ipſa res uiſa, quæ b c à proximo ſui termino ad uiſum qui eſt b directe uideretur, ſed per 11. huius, in omnibus uiſis maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minoris, q̃ ſit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ remotione diſtantiarum proportio diſtantiæ maioris unius extremorum rei uiſæ, ut in propoſito ipſius c ad diſtantiã minorem alterius extremorum, ut ipſius b, eſt differentiæ inſenſibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis inſenſibilis eſt differentia ipſorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quaſi directe uiſibus oppoſita cum ſit obliquata, & hoc eſt propoſitum.

XXXV.

Omne uiſum exiſtens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uiſuali, uel ꝑ radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uiſualibus comprehenſum, uidetur axi communi approximare plus eius ſitu uero.

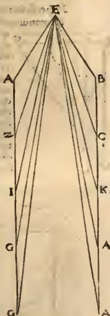
Axis

Axis enim radialis,ut patet per 37.tertij huius,semper defert punctum, cui incidit ad punctũ medium nerui cõmunis,cui semper inhæret terminus axis cõmunis.Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundũ qđ est,& instituitur forma in concauitate cõmunis nerui in uno loco,& cõtinua sibi adinuicem secundũ continuationem rei uisæ,& punctus rei uisæ qui est super radialem axem,licet non fuerit super axem cõmunem,uidetur tamen in loco propinquiori cõmuni axi, ꝗ sit in suo uero loco,tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori cõmuni axi,ꝗ sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quæ est apud extremum axis:& si axes amborũ uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem cõmunem,uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi,ꝗ sit in suo loco uero,hoc tamen raro accidit,quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso,tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc:unde hæc dispositio non est uisibus assueta,quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta, tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus,qđ tamen non est uerum,patet itaq; propositum.

XXXVI.

Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum,quæ sunt à dextris in sinistram,& quæ in sinistris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uisibilia secundũ sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli causa sint æquedistantia,& sint a b & d g,sitq; centrum uisus e, ducanturq; lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinisteriori quidem parte quæ sit a b,ducantur lineæ e b,e c,e k,e a,& in dexteriori quæ sit g d ducantur lineæ e d,e z,e i,e g,dico ꝙ lineæ e z,e i,e g uidenť quasi in partem sinistram productæ,& lineæ e t,e k,e a uidentur quasi ptractæ in partem dextrã,sit eni linea e d ꝑpendicularis sup lineam d g,& linea e b ꝑpendicularis super lineã b a,erit ergo per 19. primi linea e d breuior oĩbus lineis e z,e i,e g,& linea e b breuior oĩbus lineis e t,e k,e a:lineæ ergo e d & e b minimã à uisu denotebũt distantiam linearũ g d & a b,secundũ illas ergo lineas ꝑfectior fit uisio partiũ terũ uisarũ qbus incidũt p 23.h9,linea ergo e d apparebit dexterior oĩbus lineis suo uisibili incidẽtibus,& linea e b sinisterior,illis ꝗ ꝗ lineis ꝑpinquis incidẽtes mutabũt situs dispositionẽ sc̃dm recessum ab illis lineis,eritq; linea e z dexterior ꝗ illa linea e i,& linea e i dexterior ꝗ linea e g:palã ergo, qm̃ linea e g uideť in sinistra à linea e i,& linea e i similiter uideť in sinistra à linea e z,eodẽ quoq; modo uidebitur linea e a in dextrã educi à linea e k,& linea e k uidetur in dextrã educi à linea e t:punctũ ergo z plus approximat ad sinistrã ꝗ punctũ d,& punctũ i plus ꝗ punctũ z,& punctũ g pl9 ꝗ punctũ i:tota ergo linea d g uideť sinistrari,& tota linea b a uideť dextrari, qm̃ pũcto b existẽte sinistro,punctũ t uideť plus dextrũ illo: & itẽ punctũ k plus dextrũ pũcto t,& punctũ a plus dextrũ puncto k,patet ergo ꝑpositũ,qm̃ similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandũ,q enim sub dexterioribus radijs uidenť,dexteriora apparẽt, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora,ut patet per suppositionẽ huius,hæc aũt omnia accidũt,qa lineæ paralellæ sc̃dm remotiores sui à uisu partes cõcurrere uidenť p 21.huius,& hoc est propositum.

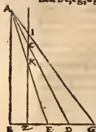


XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium,remotiores à uisu, altiores uidentur.

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatũ, quoniam superficies

cies rei uiſæ in qua ſint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ꝫ lineæ a,b, a e, a d, a g, ſitq́ꝫ cauſa exempli ſitus talis, ut linea a b ſit perpendicularis ſuper lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, q̄m in alijs ſitibus maior eſt diuerſitas, dico ꝙ linea g d altior uidetur ꝗ̄ linea d e, & linea d e altior ꝗ̄ linea b e, ſumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis ſuper lineam b e, quæ fiat altior ꝗ̄ linea a b, quoniam ergo punctorū formæ e g d procedentes ad uiſum, primo pertranſeunt lineam z i, ꝗ̄ perueniant ad punctum a centrū uiſus, ſit ut linea g a ſecet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior eſt puncto t, & pūctus t puncto k, ideo ꝙ linea a t maior eſt ꝗ̄ linea a i, & linea a k maior ꝗ̄ linea a t per 18. primi: & in linea in qua eſt punctum i eſt etiam punctum g, & in linea in qua eſt punctum t, eſt etiam punctū d, & in linea in qua eſt punctū k, eſt etiam punctū e: per cōprehenſionē uero punctorū d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, q̄m cū linea g d eleuatior apparebit ꝗ̄ linea d e, & ſimiliter d e apparebit eleuatior ꝗ̄ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando ſe ad uiſum magis eleuatur, hoc altius apparet uiſui per ſuppoſitionē huius, quia in altiori ſitu offertur uiſui, & ſecundū illum modum figuratur in ſuperficie uiſus, patet ergo propoſitum, & patet ex hoc, ꝙ multum exaltato uiſu ſuperficies planæ iacentes longe à uiſu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctoꝝ ad uiſum per modū circūferentiæ circa centrū uiſus propter æqualitatem uirtutis uiſiuæ, patet ergo propoſitum.



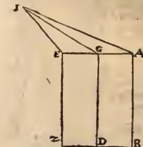
XXXVIII.

Superficierum uiſui ſuperiacentiū remotiores à uiſu decliuiores uident.

Sit centrum uiſus punctus a in inferiori ſitu collocatum ꝗ̄ ſuperficies rei uiſæ, in qua ſint lineæ b e, e d, d g, & ducantur ſicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſuppoſitam uiſui, dico ꝙ linea d g apparebit decliuior ꝗ̄ linea d e, & linea d e decliuior ꝗ̄ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquediſtans lineæ a b, ſecans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur ꝗ̄ forma puncti d, & forma d decliuior ꝗ̄ forma puncti e, & forma puncti e decliuior ꝗ̄ forma pūcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uiſui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorū e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniā itaqꝫ, ut oſtendimus in præmiſſa, linea a t eſt maior ꝗ̄ linea a i, & linea a k minor ꝗ̄ linea a c: & ſecundum harum lineaꝝ diſpoſitionē fit forma illoꝝ punctorū uiſio, palā ergo, q̄m cētro uiſus & ipſo uiſibili ſic diſpoſitis. Remotiora igit̃ à uiſu decliuiora uiſui occurrunt, ꝗ̄ propinquiora, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXXIX.

Aequalium magnitudinū ſub eodem uiſu erectarum remotiores altiores apparent.

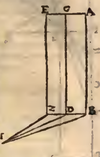


Sit centrum uiſus punctum i, & ſint uiſæ æquales magnitudines, quæ ſub ipſo uiſu ſint erectæ, q̄ ſint a b, g d, e z, ſitq́ꝫ a b remotior à uiſu, & deinde g d, & deinde e z, & ſit centrū oculi punctū i, eleuatius exiſtēs illis magnitudinibus, ducātur q́ꝫ lineæ i a, i g, i e, dico ꝙ magnitudinū illaꝝ a b apparet altior ꝗ̄ g d, & g d altior ꝗ̄ e z, q̄m enī linea i a eſt eleuatior ꝗ̄ linea i g, & linea i g eleuatior ꝗ̄ linea i e, & in linea cui icidūt lineæ i a, i g, i e ſunt pūcta a g e, & p 37. h9 uidenī pūcta remotiora uiſui altiora, pūcta uero a g e ſunt in magnitudinib9 a b, g d, e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior ꝗ̄ ipſa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quàm ipsa e z, quod est propositũ, & quia de qualibet magnitudine lõgiori potest abscindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidẽtur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

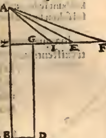
Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.



Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum i, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior quàm e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ i b, i d, i z, quoniã ergo sicut patet per 38. huius, forma ueniens per lineã i b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc est propositũ, est aũt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autẽ idem.



Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrũ uisus punctum e, ducaturq; linea g e perpendicularis super lineã g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pũcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 10. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundũ hoc aũt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamẽ illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secũdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uisu, accidit ecõuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod sit z, per

uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma lineæ z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum: secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso, nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero ꝑ, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g t, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ linea z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.

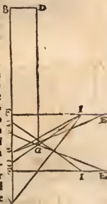
Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f. p 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo, t i f

lo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaque ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducatur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoque per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uisum ergo à pũcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior quàm linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ potest comprehendi, nec enim est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo fit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiõe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepusculaibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cũ aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distãtia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cũ tamen sit obliquatio secundũ uerum. Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione



octo

octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis superficiei rei uisæ comprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ.

Quoniam enim formæ rerum describuntur in oculi superficie sicut sunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ secundum figuram quæ describuntur in oculi superficie sic perueniūt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurātur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima secundum sui dispositionem, tūc patet quod forma circularis superficiei rei uisæ cōprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ, & similiter cōprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisæ, certificatur aūt hæc uisio cū uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unū per totam circumferentiam rei uisæ aut partis eius, sic e m̄ ex certificatione situum termiorū formæ comprehendet figuram superficiei circularem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex cōprehensione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiū rei uisæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiū rei uisæ super inuicem, patet ergo propositum.

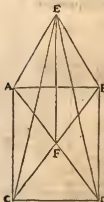
XLVI.

Figura rectilinea cōprehendit à uisu ex suorū terminorū cōprehēsione.

Quoniam enim figura est quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum sunt lineæ quæ comprehendūtur uisu non decepto secundum ipsarum situationē in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisæ, palam ergo quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figuræ in ipsis contentæ, cuius sunt termini illi; & hoc est propositum, sed in his omnibus uisus requirit distātiam mediocrem & alias circumstantias uisui debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

XLVII.

Planicies superficiei secundum mediocrem distantiam directe uisui oppositæ comprehenditur, & ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum.



Sit superficies plana a b c d, & sit centrum uisus e, à quo ducatur super datam superficiem perpendicularis e f, & quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, distantia quæ sunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cōtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipsarum distātiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ super superficiē erectæ sint ppendiculares super lineā e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d sunt æquales, superficies itaq; a b, c d, secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu, sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, centro uisus productis illarum omnium ad inuicem ex præmissis cōcluditur æqualitas, tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distantes ex omni parte à puncto f, consimiliter peruenit ad uisum, tota itaq; superficies uidebitur plana ex comprehensione æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum, & hoc est propositum. Sed & si axes radiales nō incidant ad medium, nihilominus per eandem demonstrandum, semper enim termini cuiuslibet partium superficiei erunt lineæ rectæ, superficies ergo est plana.

XLVIII.

Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partiū mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrẽ distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphæricæ superficiei, si à centro uisus ad centrum sphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producãtur, patet per 73. primi huius, quod so la illa quæ centrũ transit, est ꝑpendicularis super sphæræ superficiẽ: aliæ uero oẽs lineæ à centro uisus ad illã sphæricã superficiẽ productæ, sunt sup illã superficiẽ incidẽtes obliquę, erit ergo p 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrũ uisus & superficiẽ sphæricam omniũ aliarum linearũ breuissima, ergo secundũ illã fit ꝓxima approximatio ad uisum, & oẽs circuli secundũ punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphæræ descripti, erũt uisui proximiores secundũ illa puncta, & secundũ alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, oẽs lineæ à centro uisus ad periferias maioꝝ circulorum productæ sunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipsi perpendiculari, ex cõprehensione ergo propinquitatis partium mediorum in illa superficie, et remotione aliaꝝ partiũ quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partiũ mediarũ quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiũ superficiei uidetur gibbositas, quæ est causa conuexitatis, & qm̃ in omni pũcto superficiei sphæricæ secant se circuli magni trãseuntes per centrũ illius sphæræ, & oẽs lineæ quæ lineæ breuissimæ utrunq; æque ꝓpinquant sunt æquales, ideo secundũ æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omniũ lineaꝝ ad sphæræ superficiẽ à centro uisus ꝓductarũ, & apparet deflexio gibbositatis æqualis secundũ omnẽ differentiã positiõis in sphæricis superficiebus maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarũ, tunc fit eadẽ demonstratio, ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circuloꝝ æquedistantiũ basi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodẽ centro uisus non perpendiculariter per eosdẽ circulos ꝓductis, cõplebitur demonstratio ut prius, & si illæ sup̃ficies quæcũq; obliquatæ sint ad uisum, nihilominus p eadẽ est demõstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partiũ inæqualis distantia propositũ cõcluderet de irregularibus cõuexitatibus per eadẽ fit cõprehensio in uisu, patet ergo ꝓpositum, uniuersaliter enim cõuexitas comprehenditur à uisu ex ꝓpinquitate partiũ mediaꝝ, & æquali remotiõe partiũ extremaꝝ, patet ergo qđ ꝓponebat.

XLIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partiũ mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

Per eadem q̃ in præcedenti demonstrandũ, & similiter per omnẽ superficiẽ transcurrendũ, semp eñ per 8. tertij, linea à cẽtro uisus ad centrũ sphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, est omniũ longissima, & sibi ꝓpinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & oẽs æqualiter ab illa distãtes sunt æquales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales & tota superficies uidebitur concaua, & si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, secundũ arcualitas terminoꝝ fit superius secundũ inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadẽ sup̃ficie existentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis uneæ centrũ a, in eadem existens superficie, cũ circunferentia circuli uisi, ita q̃d plana superficies circuli imaginata ꝓduci, secet sphærã oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli sit g b, & eius centrũ k, & à punctis illius circũferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a, quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundũ quas lineas formæ illoꝝ punctorũ accedũt ad uisum, dico qm̃ arcus b g, apparet uisui linea recta, ducãtur eñ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̃ ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniã

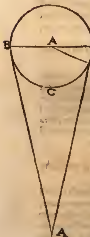
pars eius est, ergo p 20. huius, palā est. quia maior uidebitur linea k b quàm k d, qm̄ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea kd maior quàm k e, & k e maior q̄ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k e, & k e maior q̄ k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̄ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e ꝓpinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctū b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniū breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinē aliqualiter accedens, patet ergo ꝓpositum, & hoc idē accidet cōuexis & concauis partibus periferiæ circuli uisui oppositis, quia si à pūcto z ducat̄ aliqua ꝑpendicularis sup lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, ꝑpe uero existēte uisu, maior percipitur conuexitas uel cōcauitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, qm̄ tunc situs partium lineæ circularis secundū suum sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in sup̄ficie illius, licet quandoq; forma sphærica illius curuitatis secundū aliqđ sui uariet.



LI

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem sup̄ficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b e habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



LII.

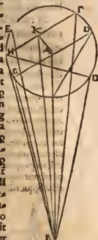
Centro foraminis uneæ existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

Esto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo à quo ad quēlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circūferentiæ ad centrū ad ipsum uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

LIII.

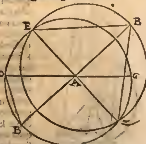
Existente centro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ superficiei circuli insistentis æqualis semidiametro, oẽs diametri in eodẽ circulo ꝑducti æquales uisui apparebũt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq́ linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ centrũ oculi in linea a b in pũcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur eñ à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri æquales apparẽt, imò & ipsi diametri, sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineæ æquedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij, ꝑpendicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebitur maior quàm linea f h, per 20. huius, similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicẽ demonstrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed oblique insistens, sit tñ æqualis semidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cẽtro uisus in puncto b, existente eñ ex hypothesi, z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem, palã quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineæ a e, a z, a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoq; ostẽdetur angulum g b d esse rectũ, & quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oẽs diametri illius circuli quocunq; ducant̃ æquales apparebũt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qđ est propositum secũdum, patet ergo totũ q̃d ꝓponebat.



LIIII.

Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius supficiei in cẽtro oblique est insistens, æquales angulos cũ diuersis semidiametris cõtinentes, illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt.



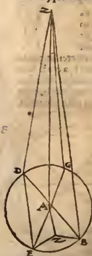
Sit circulus b g d e, cuius centrũ a, & sit centrũ uisus z, sitq; linea a z non erecta sed oblique incidens superficiei circuli maior uel minor semidiametro d a, sit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis angulo

gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a est æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoq; ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a. ergo per 19. uel 20. huius. basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoq; per eadem demõstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebit̃ linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝓpositum, possibile est aũt hoc in quibusdam diametris accidere, non aũt in omĩbus diametris circuli taliter uisui oppositi. nõ ergo oportet qđ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales: nõ eñ illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet linea z a, facit angulos inæquales.

LV.

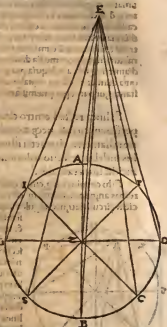
Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, sitq; maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g secũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitq; linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remoriore ab illa. & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distãt ab utraq; parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpẽdicularis super diametrũ a b, & super lineã z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmissa necessario cadet in communem sectionẽ illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducãtur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturq; diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq; alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaq; à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiẽ circuli qui est a b g d, ducant̃ duæ lineæ, una ꝑpendiculariter q̃ est e k, & alia oblique q̃ est e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ sunt k & z copulatur linea z h, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, qm̃ angulus e z k, minimus est omniũ angulorum sub linea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia diametro contentorum, & omnis angulus istorũ angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore: duo q̃q; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur q̃q; lineæ e i, e s, e p, e t, quia itaq; ab angulis duorum trigonorũ d e g & t e i, ad medietates suarum basium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter incidit, & in trigono t e i obliq̃ est, q̃ linea e z maior medietate utriusq; illarum basiũ, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo p 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i,



ergo

ergo ꝑ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut oſtenſum eſt ꝑ 39. primi huius angulus e z i eſt maior angulo e z a, ambabus uero baſibus trigonorum t e i & a e b, quæ ſunt i t & a b, ad medium punctū qd' eſt z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & ſic per præmiſſa de qualibet aliarū diametrorū reſpectu diametri a b eſt demōſtrandū. Oīm itaq; diametrorū circuli propoſiti g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde diſtantes uidentur æquales, ut ſunt i t & s p per præmiſſam, qm̄ propter æqualitatē angulorū aliquorum qui ſunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti ſectio columnaris. Sed & ſuppoſitis ijs quæ per 39. primi huius declarata ſunt, poteſt reliquū aliter demōſtrari. Extra hanc enim figuram ꝓtrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter ſuper lineam l m per 11. primi, & reſecetur linea n x ad æqualitatē lineæ z e, quæ eſt ex hypotheſi maior q̃ linea n m, æqualis ſemidiametro z g, ut patet ex præmiſſis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonū l m x, & per 5. quarti circūſcribat̃ ei portio circuli quæ ſit l m x, eſt itaq; illa portio circuli l m x maior ſemicirculo, ideo quia linea n x eſt maior utraq; linearū n m & n l, & qm̄ trigonorum g z e & l n x latus g z eſt æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̄ ut patet ex præmiſſis uterq; ipſorꝫ eſt rectus, erit per 4. primi baſis g e æqualis baſi l x: & ſimiliter iterata demonſtratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; ſuper punctū n terminū lineæ l n ꝑ 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & ſit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, deſcribaturq; ſupra circa trigonum l o m portio circuli quæ ſit l o m, erit quoq; ſecundū præmiſſum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi conſtituatur ſuper punctū n terminū lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducātur lineæ l p & p m, & circa trigonū l p m deſcribatur portio circuli ut prius, quæ ſit l p m, erit quoq; modo præmiſſo angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctū ſectionis, ubi linea m o ſecat circūferentiā portionis circuli quæ l x m, quæ linea ſit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis eſt angulo l x m, cadunt enim in eundem arcū quē concordat linea l m, angulus uero l q m maior eſt angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior eſt angulo l o m, angulus uero l x m æqualis eſt angulo g e d, & angulus l o m æqualis eſt angulo i e t, pa-



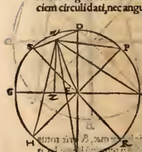


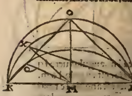
iam ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, q̃m angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, q̃ diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & q̃m de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet q omnib9 illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmissam angulus i e t æqualis est angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã sunt diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui obliquè incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico q diametri propositi circuli apparebunt inæquales, & q totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab istis ambobus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & existẽte ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrũ g a, cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet q angulus z e k est minimus omniũ angulorũ illorũ: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad mediũ basis, quæ est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p, est itaq; linea z e minor medietate utriusq; illorũ basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, q̃m angulus g z a est minor angulo h z p. ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandũ, patet ergo per 36. huius, q̃m omniũ diametrorũ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundũ q plana approximant hinc & inde; duæ quoq; diametri æqualiter distãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo ꝓpositũ. Sed & suppositis ijs, quæ per 39. huius primi, potest reliquũ aliter demonstrari: Assumatur ut in præmissa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũscribatur circuli portio per 5. quarti, quæ sit k o l; est autẽ illa portio minor semicirculo, quia linea



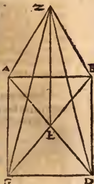


mo o est minor semidiametro, eritq; per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & sit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq; lineis k x & l x, circũscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z, & sit linea m q æqualis e z, ductisq; lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior q̃ diameter h p, & h p maior q̃ g d, diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earũ intersectio sit e, erigaturq; e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq; per 40. primi huius medietates diagonorum inter se sunt æquales, ut d e & g e. & linea e z est cõmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per diffinitiõem lineæ super superficiẽ erectæ, erit per 4. primi basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est æqualis angulo b z e. uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & quoniam linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z. & linea a b est æqualis ipsi g d, quoniã sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales; omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt, & hoc est propositũ, quoniam in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cõtineat cum diuersis medietatibus diagonorũ, diagoni illius quadrati apparebũt æquales.

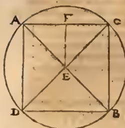
Sit quadratũ a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, quod sit e, & ducantur diagoni a e b & c e d, sitq; centrũ uisus f, & linea f e sit maior q̃ linea e a medietate diagoni, uel minor illa, sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamẽ angulus f e a æqualis angulo f e c, dico quod adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt: circa punctũ enim e describatur circulus ad quantitatẽ semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorũ sint æquales per 40. primi huius, quoniam per 9. tertij circulus iste circũscribet totali quadrato, oẽs terminos diagonorum attingẽs, erũt ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestũ est per 54. huius, quoniam diametri circulorum in hac dispositione omnes uidẽtur æquales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cũ illis, & hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris poligonijs quibuscunq; formæ, & per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ obliquè à centro uisus incidẽte, & inæquales angulos cũ diagonis cõtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semper diagoni quadrati inæquales apparebũt.

Remaneat

Remaneat dispositio proximæ præcedentis, contineatur linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita quod angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, quod si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatũ, fit secundũ modum illic in circulis propositũ, secundũ diuersitatẽ angulorum incidentiæ hinc inde, patet ergo propositũ, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus poligonijs parium angulorum faciliter demonstrari, quod ipsorum diagoni quandoque æquales uidenť, & quandoque inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius scientiæ perscrutator hoc faciliter cõprehẽdet.



LX.

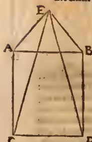
Centro foraminis uneæ in puncto medio superficiei cuiuscunque figuræ rectilineæ existente, semper figura secundũ sui formã propriã uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorum possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, patet quod forma cuiuslibet illorũ punctorum uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo quod totalis forma & figura illius superficiei uidebiť, sicut est propria illi figuratio cuiuscunque sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati quod sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniã alia uisui opponẽtur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis quam oblique uisa: sub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uisibus opposita, quam sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisa altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus eius uero breuius directe opponať uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoque similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoque accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.



LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedẽs, distantia oculorũ uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatẽ lineæ cõnectenti centra oculorũ, hoc est distantiã oculorũ, & applicetur uisibus ut ꝓpius potest, secundũ latus suũ a b, dico ꝙ uidebitur altera parte longius, latera enim eius duo. s. a c & b d directe subijciuntur uisui, quoniam quodlibet illorũ laterum imaginatũ extendi secundũ suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijcitur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebũtur ergo illa sua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidetur oblique, quoniam cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiũ, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratũ a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundũ lineam c d, quàm secundũ lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, quod est propositũ: & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lõgiori, nec est differentia quantum ad illũ, quod etiã per eandẽ potest demõstrari, patet ergo ꝓpositum. Et quoniam figura corporalis quædã figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quo uirtuti distinctiuæ error in uisiõe figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

LXIII.

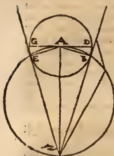
Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundũ trinã dimensionẽ, dico ꝙ ipsa quandoq; cõprehenditur in quibusdã corporibus à uisu per se, quædã enim corpora continentur à superficiebus planis secãtibus se recte uel oblique adinuicẽ, & quædã à superficiebus cõcauis & cõuexis, & quædam à superficiebus cõuexis & planis, & quædã à superficiebus concauis & planis, & quædã à diuersis superficiebus cõuexis, concauis & planis se intersecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaq; cõtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundũ directam oppositionẽ siue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis sectio duarum superficierũ uideatur, & ꝙ ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehendetur, sic ergo corporeitas cõprehendetur. Corpora quoq;, quorũ superficies est conuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundũ directionem uel obliquationẽ, erunt remotiores partiũ eius à uisu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quo comprehẽsio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiũ propinquiorũ sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionũ illorum corporũ. Corporis quoq; concaui concauitas percipi potest à uisu secundũ mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cõprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorũ communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarũ superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiæ, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, ꝙ nihil uidetur nisi corpus. Vnde qando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimẽsio ipsorũ, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto superficiei conuexæ sphæricæ ad uisum accedens, est linea contingens circulum magnum illius sphæræ.

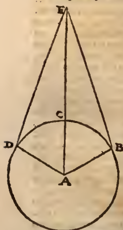
Esto data sphæra d g, cuius centrū sit a, circulus eius magnus d g e b, quæ sphæra sit uisa ab oculo, cuius centrū sit punctū z, & super lineam distā-tiæ centri sphæræ qđ est a, & centri oculi qđ est z, positam ꝓ diametro quæ sit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad sectiones circuloꝝ istorū lineæ z b & z e. dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulū d g e b, qui est circulus magnus ꝓpositæ sphæræ, & ꝙ ipsæ sunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuscunqꝫ punctis superficiei sphæræ ad centrū uisus, ducantur enim à centro sphæræ qđ est a, duæ lineæ ad terminos linearū z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterqꝫ illorū cadit in semicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b sunt contingentes circulū d g e b, protractæ ergo circulū nō secabūt. Si uero dicaꝰ, ꝙ illæ contingentes non sunt longissimæ, quæ perueniūt à punctis superficiei sphæræ uisæ ad centrū uisus z, sint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmissis, si linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo si à puncto z centro uisus in superficie, in qua sunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ sit linea z b usqꝫ ad circulum: palam ergo, quia ista recta cum linea z b superficiem includet, qđ est impossibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulū sunt omnibus alijs lineis longiores, quod est propositum.



LXV.

Sphæræ à remotissimo uisæ supficies conuexa uel concaua uideꝰ plana.

Sit sphæra, cuius centrū sit a, & in ea circulus magnus b c d, & sit centrū uisus e, ducanturqꝫ lineæ e a, e b, e c, e d, palamqꝫ per 50. huius, quoniā forma arcus b c d ipsi uisui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem est de alijs arcubus quibuscunqꝫ uisus incidit in tota data sphæra, totalis ergo portio conuexæ superficiei, cui uisus incidit, uidetur plana, ut sicut arcus circuloꝝ in superficie ipsius descriptibiliū accedūt ad rectitudinem lineaꝝ, sic totalis sphæræ superficies ad planiciem accedat, & per eadem potest fieri demōstratio de cōuexa superficie ipsius sphæræ, cū enim in illa partiū rei uisæ plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis apparere totam superficiē rei uisæ. Cum itaqꝫ totum conuexū corpus uel concauū in remotione maxima fuerit à uisu, tūc uisus nō comprehendet concauitatē uel conuexitatē, sed cōprehēdet ipsum quasi planū, quia situs partiū superficiei sue adinuicem nō comprehendit à uisu in aliqua diuersitate, sed secundū concauitatē æqualem peruenerint ad uisum, & in ipsius uisus supficie secundū diuersitatem situs figuraꝰ, unde plana iudicanꝰ, & plana uidebiꝰ totalis superficies rei uisæ, & ob hoc figuræ superficierū solis & lunæ uidenꝰ planæ, semidiametri enim ipsorū ad lineam suæ distantiæ, quæ à centro uisus ad ipsorum solis & lunæ centra ducitur, non habet aliquā sensibilē ꝓportionē, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uisus productæ contingente sphæras illas per præmissam. Longior enim linea ab aliquo puncto superficiei conuexæ ipsius sphæræ ad uisum accedens, est linea circulū magnū illius sphæ



ræ cō

ræ contingens,& illæ lineæ omnes ſunt æquales inter ſe per 58. primi huius,& q̄m ſenſibiliter nō excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſuꝑficies illarū ſphærarū ꝑductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quaſi æquales ipſis ꝑpendicularibus,quæ tranſeunt centra illorum corporū à centro uiſus productæ,& arcus interiacentes rectitudini accedunt:unde totales ſuperficies uidentur planæ,& hoc idem propter eandem cauſam accidit in omnibus alijs ſtellis,quæ propter remotiōem maximam quaſi quædam ſuperficies paruorum circulorū uidentur,patet ergo propoſitum.

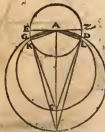
LXVI.

Sphæricæ ſuperficiei cōuexæ illuminatæ uno oculo uiſæ,ſemper minus hemiſphærio apparet,& pars eius uiſa circulo continetur.

Sit ſphæræ uiſæ centrū a,& ſit centrum uiſus b,producaturq́ linea a b,ſitq́ ut ſuperficies plana tranſiens punctū b,ſecet ſphæram,erit ergo per 69. primi huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphæræ circulus,ſit ille circulus g d,& ſuper diametrū a b,quæ interiacet centrum uiſus & centrū ſphæræ uiſæ,deſcribatur circulus qui ſit a g d b,& producantur lineæ g b,d b,a g,a d, quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus,palā per 30. tertij,quia angulus a g b eſt rectus. Similiter autē & angulus a d b eſt rectus, ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulū per 15. tertij,copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuū, quā ſecabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius,ſit ergo punctus ſectionis k,eruntq́ per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula,patet & hoc ꝑ 3. tertij,ducaẽ q́ꝫ ꝑ centrū a linea i t æquediſtāter lineæ g d per 31. primi: erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis ſuper lineā i t, cum ipſa ſit ꝑpendicularis ſuper lineam g d æquediſtantē lineæ i t. ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingēs circulū a g b d,& ipſa eſt diameter circuli d g,arcus ergo d g qui uidetur,minor eſt ſemicirculo,ut etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manēte fixo latere b k,intelligatur circūduci quouſq; redeat ad locum unde cœpit, & palam,quoniā linea b g contingens circulū d g,unūquodq; punctū ſuperficiei ſphæræ,cui ipſa circūducitur,continget,& linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem,fietq́ pyramis,cuius uertex erit punctū b,qđ eſt centrum uiſus,baſisq́ eius erit circulus per motum lineæ k g factus:pars ergo uiſa ſub circulo continetur,palam quoq; , quoniam uidetur minus hemiſphærio:eſt enim,ut præmiſſum eſt,ſphæræ uiſæ diameter i t, & linea g d illi æquediſtās minor diametro,eſt aūt linea g d diameter baſis pyramidis uiſionis,minus ergo hemiſphærio uidetur,quod eſt propoſitum.

LXVII.

Viſu ſphæræ illuminatæ conuexæ approximāte,minus ſuperficiei ſphæræ uidetur,apparet autem quaſi magis uideatur.



Eſto ut in præmiſſa ſphæra,cuius centrum a,ſit quoq; centrū uiſus b,& ducatur linea a b,& circa diametrū a b deſcribatur circulus g b d,& ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter ſuper lineam a b per 11. primi,& quia lineæ a b & e z ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi. Intelligaẽ hæc ſuperficies plana ſecare ſphæram,ipſa aūt per 69. primi huius ſecabit ſphærā ſecundū circulū qui ſit g e z d,eruntq́ puncta ſectionis duorū ꝑpoſitorū circulorū quæ g & d,ducantur lineæ g a,d a,b g,b d,& patet per modū ꝑximæ præcedentis,q̄m lineæ b g & b d contingūt ſphæram, & uideẽ ab oculo exiſtente in puncto b pars ſphæræ g d: ſit ergo ut appropinquet oculus ſphæræ,& fiat in pūcto c, ducaturq́ c a circa quā ut diametrū deſcribaẽ circulus a k d l,ducanturq́ lineæ c k,c l,a k,a l,ergo propter præmiſſam uidebitur ſub circulo exi-

stente in puncto c pars sphæræ, quæ est k l, quæ minor est parte sphæræ g d uisæ ab oculo existente in puncto b, quia arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius attingũt sphærã, minor est arcu g d, qui cadit inter puncta cõtingentiæ lineæ b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, quia appropinquante oculo ipsi sphæræ, minus superficiei sphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt si producãtur uersus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor est angulo g b a, similiter angulus a c l maior est angulo a b d, totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d: pars ergo sphæræ, in qua est arcus k l, sub maiori angulo uidebitur, quàm pars sphæræ in qua est arcus g d, apparet ergo per 20. huius maior uisui pars sphæræ quæ est k l, quàm pars eius quæ est g d. & hoc est propositum.

LXVIII.

Diametro sphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali existente, hemisphæriũ est qđ ambobus uisibus uidet.

Sphæræ datæ sit centrũ a, sitq́ circulus eius maior, cuius diameter sit b g, quæ ex hypothesi erit æqualis distantiæ oculorum, hoc est lineæ connectenti centra uisuum amborũ quæ sunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ sunt æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypothesi erit æqualis & æquedistans lineæ g b, ducatur quoq; perpendicularis à puncto a centro sphæræ super lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniã linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquedistans lineæ g e, ergo per 33. primi patet quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypothesi, erunt oculi in punctis d & e, dico quòd hemisphæriũ est qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota describet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipsa est semidiameter, erit aũt circulus magnus sphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b describit circulus magnus, hic aũt sphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propositum.

LXIX.

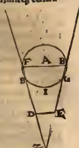
Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, si maior diametro sphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemisphærio est qđ ambobus uisibus uidet.

Sit sphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus sit e c d i, sintq́ centra amborum oculorum b & g, sitq́ linea b g producta maior diametro datæ sphæræ & eius circuli magni, dico quòd a ambobus uisibus maius hemisphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantq́ in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter sphæræ æquedistans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter sphæræ ex hypothesi est maior quàm linea b g, palam, quia lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ scilicet e z & z d, palã, quia portio circuli quæ est e c d est minor semicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiusdẽ circuli reliqua, quæ est e i d est maior semicirculo: hæc aũt portio est illa quæ uidet, & quia idẽ est de oibus circulis magnis in tota sphæra signatis, palã, quia maius hemisphærio est, qđ superficiei sphæricæ hypothesi tali existẽte uidet, & hoc est propositũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uisuum, si diametro sphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemisphærio est quod uidetur.

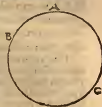
Sit ſphæra data cuius centrum a,& circuli eius magni diameter ſit f h,ſintq́ꝫ centrá oculorum d & e,& producatur línea d e,cõnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h,ducanturq́ꝫ lineæ illum circulum contingentes,quæ ſint d b & e g,dico quod min9 hemiſphærio eſt illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e,& quoniam linea d e, eſt minor diametro f h,palam per 15.primi huius,quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus , ſit ergo concurſus punctus z,palam per 58. primi huius,quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes,quæ ſunt z b & z g,quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo,minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e , ergo ut prius min9 hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e,& hoc eſt q^d ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur .

Eſto centrum foraminis uneæ punctus a,& ſit ſphæra data,cuius maior circulus ſit b a g trãſiens per centrum a,patet ergo per 52.huius,quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g,poterit uideri, & q̃a plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ,quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ,palã quia om̃es circuli magni ſphæræ datæ,qui per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt,tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctũ a,erit ergo punctũ a,quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum,om̃es autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant ,quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie,quem aliquis circulus magnus nõ tranſeat , uiſu ergo taliter diſpoſito tota cõcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur ,&hoc eſt propoſitum .



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cõcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritq́ꝫ uiſum quandoq́ꝫ hemiſphæriũ,quãdoque maior portio quandoq́ꝫ minor .

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua,cuius circulus magnus ſit b c d,& centrum ſphæræ ſit punctum e.Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e,centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d , per diffinitionẽ circuli magni,tũc manifeſtum eſt per 52.huius,quod totus circulus b c d uidebitur , ſed & per eandẽ 52.huius,omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquediſtãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uiſus, omnes quoq́ꝫ lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65.primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemiſphæriũ exhauriunt,patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totũ hemiſphærium uidebitur , quod ſi punctum a,centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ,quod eſt pũctum e, tũc per eadem minus hemiſphærio uidebitur.Si ſit ſupra centrũ e,ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra , tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius,omnes circuli ad quorum circunferentias poſſunt ꝑduci lineæ rectæ uidebuntur,maius ergo hemiſphærio uidebit, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiẽ ſphæræ ducta,oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ,tunc palam,quod etiam ſuperficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis,ſuorum circulorum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurã ſe-

ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, nonne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́; basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circumferentia circuli minoris sit æquedistans circumferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidet aũt superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circumferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi sit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est; euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq́; sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub sup̃ficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq́; sup̃ficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quãtitatis

citatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circumferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circumferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propositũ.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, quod etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, quod ab illorũ axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterq; axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterq; axiũ transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaq; intersectionis axiũ est in centro illius sphæræ, & solũ ille punctus qui est centrũ sphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaq; interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionũ circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmunis itaq; sectio istarũ duarum basiũ est quarta superficiei sphæricæ, & quoniã tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri. axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundũ pyramidem cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palã si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus superficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel aliâs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circumferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminatur per circunferentiã basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illã superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiũ diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

cus

cus ille est minor quarta circuli, & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & ga
nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua
uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum si
tum suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio cõmunis sectionis basium ductarum pyra
midum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem in-
æqualitatis, maxime cum à remotiori spacio fit uisio per 50. huius, certum tamẽ est per
27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminati-
onis est pars maioris circuli quàm arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter
sphæræ corporis illuminantis est maior diametro sphæræ illuminatæ, & distantia
oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus pa
tet, quare forma lunæ fit in recessu à coniunctione nouacularis: in tempore enim cõiun
ctionis luna non uidetur, nisi fiat eclypsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafoni
tatem corporis lunæ propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafonitatem
partium suæ sphæræ uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphæricum lu
næ uisibile; tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed proprio lumine
priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpo-
ri lunæ, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunæ non
uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis il
luminationis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedet à sole, istæ
bases se incipiunt intersecare, tunc ipsorum communis sectio quæ est portio superficiei
sphærici corporis lunæ uidetur, & propter magnitudinem distantiæ uidetur illa portio
sphæræ quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & conca
uum contenta, quæ uidentur æquales propter remotionem, nõ sunt autem æquales, sed
semper illa quæ est in conuexo, quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis
est pars maioris circuli quàm illa quæ est in concauo, quæ est arcus circuli basis pyrami
dis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis sup
corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunæ est auersum soli &
cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secun-
dum situm solis, & secundum latitudinem motus lunæ, Et durat semper in luna hæc fi-
gura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim lu-
na uidebitur in quadratura, quoniã quarta pars suæ sphæræ interiacẽs periferias ducta
rum basiũ uidebitur, & in prima quadratura & secũda semper arcus illuminationis, quia
directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis sem-
per curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in
superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & planæ superficiei p 75.
huius, & hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna
uidetur plena, Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem suppo-
nentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquedistantes in eadẽ
superficie sphæræ lunæ, ut patet per 68. primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ
ex omni parte circunfertur æquale. Et deinde luna mora usq; ad cõcauum circulorum
ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans
tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab opposi-
tione ad coniunctionem, sicut à cõiunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna ꝓ-
pter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus
stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus,
necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundũ hoc
cœlestium influentium aspectus & modi diuersificantur: non apparet autem hoc uisi-
biliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius
accidit error uisui, ut patet p 16. huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ præter lunam
semper rotundæ ꝓpter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à
uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellæ eædem maxime plenæ quandoq; maio
res quandoq; minores, quod nos eidem causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel
multitu-

multitudini credimus ex præmiſſis aſcribendum. De his tamen ſuo loco ſermo erit, ad præſens uero nobis ſufficiat ex præmiſſis ꝓpoſitionibus demonſtrationẽ præſentibus attuliſſe, ſecundum enim ſtellarum diametri ſunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipſarum ſit maior altera, ſemper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuſcũq; ſtellæ eſt maior ꝙ ſit diſtantia oculorum cuiuſcũq; uidentis, & ſic hanc paſſionem uiſibus in ipſarũ illuminatione accidere eſt neceſſe, quamuis illã diſtincte non cõprehendat uiſus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Meſſala, Sed ſuper hoc nullã attulit demonſtrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi ſub uno oculo uiſi minus medietate curuæ ſuperficiei uidentur.

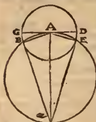
Eſto columna rotũda, cuius una baſis ſit circulus g b, & eius diameter f h, & centrũ a, ſitq; in ſuperficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uiſus cum centro circuli baſis columnæ, & ducãtur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ ſunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter ſuper baſem g b erectæ, per 92. primi huius, ſitq; ut per lineas b e & b d, una tranſeat ſuperficies plana, & per lineas g d & g z, alia ſuperficies plana, neutra ergo iſtarum ſuperficierum ſecat columnam, quoniam lineæ d b & d g, ſunt contingentes circulum baſis, & lineæ b e & g z ſunt lineæ longitudinis in ſuperficie columnæ nõ ſecantes illam: ſunt ergo illæ ſuperficies ipſam columnam contingentes, iſtarum quoq; ſuperficierum contingentium columnam, quia ambæ tranſeunt centra uiſus, ut patet ex præmiſſis, & ipſarum communis ſectio eſt linea recta per 3. undecimi, interſectio fit in quadam linea tranſeunte centrum uiſus æquediſtanter axi columnæ & hoc quod inter ipſas de ſuperficie columnæ intercipitur, hoc ſolum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, ſunt æquediſtãtes per 6. undecimi, palam per 33. primi, quoniã cordæ arcuum baſium inter ipſas cadentes, quæ ſunt g b & z e, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correſpondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipſarum baſium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquediſtantium baſibus ſunt æquales portioni circuli g b, eſt autem hoc minor ſemicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum ſunt minores ſuis ſemicirculis, uidebitũ ergo minus medietate columnæ, quod eſt propoſitũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, niſi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uiſionis quantitatem, quorum uiſionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice præſenti ſuppoſita diligens inueſtigator multa particularia concludet.

LXXIX.

Linea connectens centra amborum uiſuum ſi æqualis diametro baſis chilindri fuerit, ſemichilindri conuexum uidebitur, ſi maior magis, ſi minor minus.

Eſto circulus baſis chilindri, cuius centrum ſit punctum a, punctus uero extra ſignatus ſit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter ſuper lineam z a, per 11. primi, & deſcribatur ſuper lineam a z, ut ſuper diametrũ

circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoq; ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinũ sibi conterminales secabũt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistãtis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio superficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaq; p modum præmissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducantur lineæ cõtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pũcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autẽ ac si magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ

est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc enim ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aūt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ppendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̃ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̄ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cū residui anguli perueniūt ad uisum, quod nō accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis uueæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarū concauarū uisionibus, idē accidit qđ sphærarū cōcauitati.

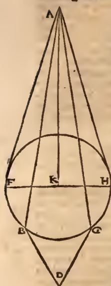
Disposito enim uisu secundum propositū modum respectu cuiuslibet columnæ cōcauæ formæ omniū punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uueæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundū lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantū una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pūctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes p secundam tertij, huius, & quoniam formæ omniū aliarū linearum longitudinū, & omnes puncti basiū directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cōcauitas uidet̄ secundū omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas ppter aliquarum suarū partium obliquationē ad uisum p 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarū concauarum idem accidit quod in sphæris cōcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrū illū totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorū superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pūcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cū centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cētrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d, & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-

cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes resecant & intra se illas continent, cum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet. Sic pars proportionalis ad totũ conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidũt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpositum.



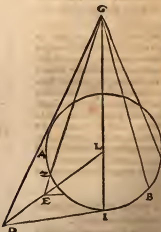
LXXXV.

Centris amborũ uisuũ in eadem superficie cũ base coni existentibus, si linea connectens centra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconiũ uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solũ in eadẽ superficie cũ base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æque distantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & est idẽ demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



Sit circulus a b, basis coni, cuius centrũ l, & sit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a, & ducanť à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo ꝑ ea q̃ prius in præcedentibus dicta sunt, supficies g a b uideť sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui est basis coni, & à uertice coni cõtinuenť lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio supficiei conicæ, q̃ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, su per angulum a d b, & hoc est ꝓpositum.

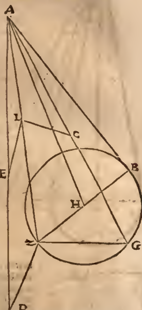
LXXXVII.

Lineis à cẽtro uisus ad basem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, si in cõmuni sectiõe supficierũ ꝑ easdẽ lineas & per centrum

oculi

oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctū a, axis quoq; sit a h, centrumq; oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & quia hoc fit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniā centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cōtactuū z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticē punctum a, quæ sint z a & g a, qđ fiet 10 1. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticem punctū coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & quia eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarū cōmunis sectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico quod si oculus appropinquat cono secundū lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiei portio nisi quam prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut approximando ipsi cono perueniat in punctū e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquā circuli coni æquedistantē basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta linearū a z & a g, ideo quod illæ secant proportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, quia secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingentes terminatur uisio circulorū. Si ergo dicatur quod illæ lineæ contingentes aliquorū dictorū circulorū ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum: & similiter illæ contingentes terminēt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diafoni, qđ est contra quæ demonstrata sunt per 44. & sequētes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qđ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarū duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e i & e c, quia ergo angulus d e i est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c i & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est propositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

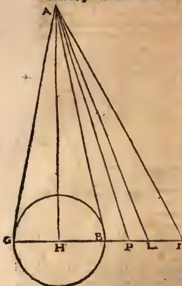


LXXXVIII.

Eleuato uisu respectu superficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qđ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur usq; ad punctum l, & à puncto t, qđ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico quod oculo posito super punctum t, qui est eleuatior puncto k, pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

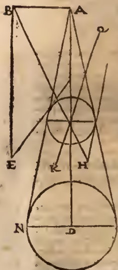
uidebitur, quam uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cõcurrant autem per conuersam secundæ 6. quoniam enim linea t p est minor quàm linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquedistant, patet quod lineæ a t & b l concurrent, sit ergo punctũ concursus i, & similiter lineæ a k & b l concurrent, sitque punctus concursus l: palam itaque, quia magis uidebitur de cono super punctũ i, quàm super punctum l per 86. huius, propinquior enim est ipsi cono punctus l, quàm punctus i: quod autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisu existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed quod uidetur à pũcto t maius est eo quod uidetur à puncto l & minus esse uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius est illo quod uidetur à puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.



LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicæ medietas uidetur.

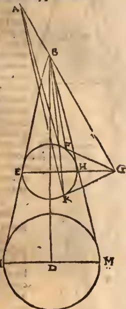
Verbi gratia sit pyramis a e n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, quod punctũ d est centrũ circuli basis ipsius coni, sitque centrũ uisus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico quod conicæ superficiei a e n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a e n æquedistanter basi e n: hæc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundũ circulũ qui sit f g, & eius centrũ, quod sit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, seceturque superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoque cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniã axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrũ circuli. Sit quoque illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedistans lineæ b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoque per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ sint f e & g h, & ab eisdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ sint f a & g a: duæ ergo superficies planæ, in quarũ una sint lineæ f e & f a, & in quarũ altera sint lineæ g h & g a: palam, quàm contingent pyramidem secundũ lineas longitudinis, quæ sunt f a & g a, per 95. primi huius. & quàm linea k l æquedistat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquedistantes lineæ b a: quælibet ergo ipsarum est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ superficies necessario se-



rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraque ergo superficierū pyramidū ppositarū in terminis diametri unius suorū circulorū contingentiū transit per centrū uisus: quare ergo superficiei conicæ inter illas superficies cadit, apparet usui, est aūt hæc medietas pyramidis, qm̄ illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur, quod est propositum.

XC.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulum obtusum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur superficiei conicæ pars maior medietate.



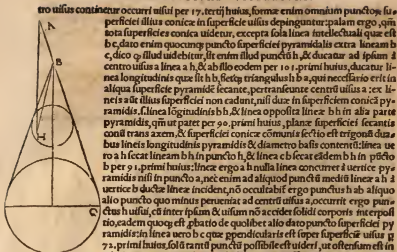
Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamque per 89. primi huius, quod centrū circuli basis est punctū d, sitque punctū a centrū uisus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nō fiat una linea cū aliqua linearū longitudinis coni, sed secet eas utcunque possibile est productas omnes, eritque tunc uisus altior uertice pyramidis. Sitque ut in præcedente circulus e h æquedistans basi pyramidis quæ est i m, & linea cōmunis huic superficiei & circulo, in quo est centrū uisus punctū a, & axis coni qui est b d sit linea e h, eritque linea e h ppendicularis super axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cū linea b a, producta ultra punctū b, concurret aūt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32. primi, & linea e h est ppēdicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g, & à puncto g producātur duæ lineæ g f & g k, circulū e h contingentes per 16. tertij, contingant quoque circulū in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, pducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctū b quæ sint f b & a b: superficies ergo illæ in quibus sunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingūt pyramidem, & in utraque istarū superficierū erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in quem concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi est in utraque illarū superficierū, ergo utraque superficies transit per punctū a centrū uisus, & quoniā per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includūt minorem partem circuli, qm̄ arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarū linearū ab eodem puncto productarū, est minor semicirculo, tunc patet, quod illæ duæ superficies includūt minorem partem superficiei conicæ quam sit medietas: residuū ergo illius superficiei est maius medietate, hoc autem uidetur à uisu taliter ut ponitur collocato, pars ergo superficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc est ppositū, ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.

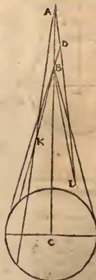
XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicæ latebit, nisi linea longitudinis illa sola.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctū b, & linea longitudinis sit c b, sitque centrum uisus punctū a, & linea c b producta ultra punctū b, concurrat cum centro uisus puncto a, dico quod non latebit uisum totius huius superficiei conicæ pars aliqua, præter quandā lineam intellectualē, quæ est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo est linea à centro uisus ad aliquod punctū axis ducta, secabit pyramidē, excepta tātum illa superficie in qua est linea a b c, hæc enim contingit pyramidem secundū lineā b c per 95. primi huius, & qm̄ illud qđ sub superficie contingente pyramidem, & transeunte centro ui-

tro uisus continetur occurri uisui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctoꝝ superficiei illius conicæ in superficie uisus depinguntur: palam ergo, qm̃ tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quæ est b c, dato enim quocunq; puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c, dico ꝙ illud uidebitur, sit enim illud punctũ h, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit h b, fietq; triangulus h b a, qui necessario erit in aliqua superficie pyramidẽ secante, pertranseunte centrũ uisus a: ex lineis aũt illius superficiei non cadunt, nisi duæ in superficiem conicã pyramidis. s. linea lõgitudinis b h, & linea opposita lineæ b h in alia parte pyramidis, qm̃ ut patet per 90. primi huius, planæ superficiei secantis conũ trans axem, & superficiei conicæ cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ: linea uero a h secat lineam b h in puncto h, & linea c b secat eãdem b h in pũcto b per 91. primi huius: lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nõ occultabit ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrũ uisus a, occurrit ergo punctus h uisui, cũ inter ipsum & uisum nõ accidet solidi corporis interpositio, eadem quoq; est ꝓbatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis: in linea uero b c quæ ꝑpendicularis est super superficiẽ uisus ꝑ 72. primi huius, solũ tantũ punctũ possibile est uideri, ut ostensum est in 4. huius: omnia uero alia puncta lineæ b c necessario occultantur, patet ergo ꝓpositũ. Patet itaq; ex ijs, qm̃ in hoc situ nulla superficieꝝ pyramidũ contingentium peruenit ad centrũ uisus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidẽ contingit, & omnes superficies aliæ conũ contingentes, secant lineam productam à centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni & centrum uisus.





XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.

Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoq; punctus b, & sit uisus centrũ punctũ a, sitq; ut axis b c ꝓducta currat in punctũ a, dico ꝙ in hoc situ oculi tota conica supficies pyramidis occurrit uni uisui, nullus enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultat, dato enim quocunq; puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b, fietq; trigonũ l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo ꝙ linea a c ducta à centro uisus intrat in ipsam pyramidẽ secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, qm̃ linea a b est in linea superficie: linea uero a l secat lineã b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nõ sunt nisi duæ tantũ lineæ in superficie pyramidis. s. linea longitudinis quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quæ sit b k, ut patet per 90. primi huius: hæc ergo linea b k producta ultra punctũ b, cum sit in eadem superficie cũ lineis a b & b l, necessario secabit angulũ a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l: sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidẽ in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitũ, non concurret cum aliqua illarũ lineaꝝ: nõ interponat ergo solidum punctum

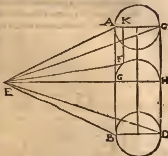
qđ

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrum uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demõstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaq; ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrum uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam à centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidum, quàm in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis à centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiẽ quæ sit a b & c d, dico quod si à centro uisus quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, secabit propositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidẽ secans ipsam in puncto f æquedistanter basi, eritq; per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g f h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est c d in pũcto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e b, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadẽ superficie cum lineis illis existens secat circulum g f h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redijt, patet ergo propositum.

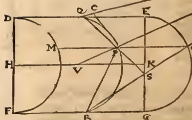


XCIIII.

Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secãtibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere: & ecõuerso superficiem per æqualia illã uisam superficiẽ diuidentẽ axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cẽtrum uisus punctum a, sintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ superficies transeuntes centrum uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulũ super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imagine tur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p s, tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus qui sit b q & eius centrum sit u, ducãturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uisus circulũ

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq; lineã illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducãtur intra columnã lineæ bu & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; fit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cõtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiẽ uisam p æqualia secat. Sed etiam superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trãsit p axem. Sit



enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam lineã m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquitr ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniã in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cõmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secãs columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandũ, & hoc ꝓponebatur.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulũ est minus quàm circa alias sui partes,

tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distantiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonijs figuris. Oxigona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.

XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quandoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quód supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cẽtrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiẽ, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximã & minimã, ꝓpinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aũt duæ æqualiter distantes ab altera diametroꝝ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ & oĩbus alijs quibuscũq; figuris & hoc est ꝓpositũ.

XCVII.

In figuræ uisiõe uirtuti distinctiuæ error accidit ex intẽperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enĩ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiã sphæra sub luce ualde debili uisa æstimaĩ supficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultãtur uisui partium prominentia in supficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiã lõgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet ꝑ 59. huius, qñ etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur. Tunc ꝓpter ipsam remotionem quadratũ altera parte longius uidetur, ut patet ꝑ 62. huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet ꝑ 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana ꝑ 65. huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicũ super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigo

 niæ uel

niæ uel columnaris figuræ, & similiter propter æqualitatem oppositionis unius latentur ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabũtur uisui, unde forte forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphærica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquæ prominentiæ latebunt uisum, & æstimabitur eorũ superficies plana, ut hæc patere possunt in athomis solis, quorum certa figura nõ cõprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui à minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam soliditate accidit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur sphærica, forte et sphæricitas illorum corporũ uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aëre nubiloso obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphæricitas, & si in ipso fuerit sphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nõ est taliter dispositũ ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumẽ, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & æstimatur planicies. Et si fuerint res figuræ angularis subito uisæ, forte sphæricæ apparebunt. Visus quoque debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidẽtur res sphæricæ planæ & angulares sphæricæ, sic ergo patet propositum in omnibus circunstantijs uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt idem illis qui in situs & figuræ accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accidit ex errore prouenẽte circa species figurarum, ut si superficies sphærica conuexa uel concaua æstimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uisu non comprehendet uisus corporeitatẽ, quando non comprehendit obliquationem superficierum, & hoc totum accidit propter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cũ certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cõprehenditur corporeitas, & cũ comprehenditur figura indistincte, cõprehenditur etiã corporeitas indistincte, & hoc accidit in omnibus modis quibus error accidit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarũ, ideo etiã errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum.

Distinctio quæ est inter quælibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, hæ enim sunt principiũ distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus, quandoque autẽ lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quæ distinguũtur, quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundũ situm distinguentibus corpora, quorum formæ distinguũtur in uisu, & tũc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, nõ est in corpore continuato cum utroque corporum quæ sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoque fit distinctio uisibiliũ ex hoc,

quia

quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus, in loco indistinctionis, sed est inæqualis obliquitatis, aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui, quàm alia, quæ non est uisui oblique opposita, uel quæ sibi opponitur plus oblique, & secundum hoc comprehēdet uisus distinctionem uisibilium formarum, si ipsorum distinctio secundum spaciū interiacens sit ampla siue stricta, dum tñ sit sensibilis respectu remotiōis corporū uisorū & respectu quantitatū corporum distinctorū, quia forte quādoq; distinctio formarum est quantitatis unius capilli, & illud diminutū non aufert distantiā sensibilem in uisu, patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium cōprehenditur à uisu ex distantiæ priuatione.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuū, & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu, comprehendet uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & cōtiguationem ex comprehēsione aggregationis duorū terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrunq; duorum corporum cōtiguorum est diuersum ab altero & distinctum ab eo, tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem quæ est continuitas, patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur à uisu per hoc, quod unum uisibilium cōprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & in illorum distinctione comprehendet quodlibet ipsorum est ab altero diuisum; comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus distinctiua comprehendet numerū ex multitudine illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorū unitatem, & per hunc modum omnium rerum uisarū numerū cōprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propositum.

CII.

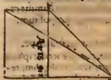
Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uisibus secundū æqualitatem angulorū obliquius incidentes plurimū à se distant.

Quod hic proponitur satis patet, quando enī linea radialis superficiei uisus oblique incidit, tunc ipsa per 47. secundi huius, refringitur à superficie oculi, & ad cōcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens propter suæ incidētiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutū, unde tunc linea refractionis intersecat lineam directe incidentem, & à superficie oculi æqualiter refractam, & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uisam, & si ambæ formæ oblique incidant secundum eundem suæ obliquitatis modum, ita ut utrobiq; sit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam per quam directe incidens ad mediū punctum concauitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medij puncti concauitatis nerui, sit dextra, & sic quandoq; accidit illas formas à se plurimum distare, & quoniam qualibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ, quoniam secundum luces & colores quæ sunt in ipsa forma, quæ est extra, depingitur ipsa forma in superficie organū membri sentientis in duobus locis secūdum neruum oculorū quibus incidit & à quorum superficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propositum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

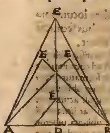
Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, quoniam forma illius puncti incidit uisui secundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio superficiei alterius uisus uenit ad punctũ aliud quam ad mediũ punctum concauitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficiei uisus, & sic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorũ uisuum a & b, sit linea e f, quod uisum directe oppositum centro uisus a. sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, quod forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem lineæ e f tota oblique incidit superficiei uisus b, palam per ea quæ declarata sunt in eadem 3. tertij huius, quod forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formæ, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.



CIIII.

Omnis forma rei uisæ intra axes radiales constitutæ, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitque axis d c, & sit res intra axes uisa, quæ e, dico quod forma rei uisæ, quæ est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidebitur esse duæ, quod autem oblique semper incidat ambobus uisibus, patet. cum enim à puncto c, ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 134. undecimi, quoniã ab aliquo puncto superficiei rei uisæ, quæ est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non possunt, omnes ergo lineæ à superficiei corporis e ad superficiẽ uisuum productæ, sunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, sed ultra, & plurimum à se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duæ per præcedentem. Cum itaque axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axium uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoque exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisorum incidit duobus uisibus, in duobus locis diuerse positis, & peruenit ad loca diuersa concauitatis communis nerui à duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formæ non superponuntur sibi, erunt ergo duæ formæ, & ita semper forma rei taliter ad uisum disposita uidentur duæ formæ, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.



CV.

Lineæ rectæ uicinæ uisibus in superficie axis communis erectæ super tri gonum

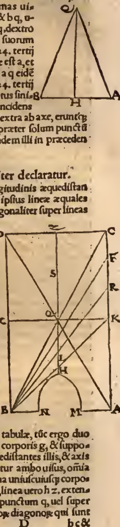
gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebũtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia; ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis.

Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b. & sit linea recta h z, quæ secundum medium punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est ꝙ ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicũq; punctus cõiunctionis qui est q, lineæ h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & sic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cõiunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis quod est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uisum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro ueæ respicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum fiunt dextri, perueniunt enim utriq; radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis ueæ complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriusq; anguli axium & istorum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem sint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidistante lineæ a b per 31. primi, quæ sit c z d, producatur linea a q in pũctum d, & linea b q in punctum c, patet quòd secundum illas lineas fit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quòd fit obliquatio uisionis, qui sunt t q z, & d q z, sunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uisuales, quæ exempli causa sint lineæ b q, & q c, coniunctæ sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad mediũ punctũ concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut ostendimus in præmissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte sectionis partes linearũ sunt æquales, & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & secũdum elongationem à uisu fiunt minores, quousq; circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterq; apertus reseruetur, sic uices mutando quantum placet.

Si à

ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut ꝓponitur, uel si ita ut trigoni a b q. basis a b, sit bassior centris oculorũ, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico ꝙ laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præsentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uueæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidẽ uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctũ q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Assumatur tabula lignea planæ superficiei, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistãtes, sintq; a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducanturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q, & à puncto q, qđ per 40. primi huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquedistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorũ colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisuũ, & sit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita ꝙ corpus g sit sup punctũ q, & corpus p sup punctũ k, & corpus e sup punctũ c, & applicentur illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita ꝙ nõ cadant, & tũc applicetur tabula uisibus ut supra ꝓmissum est, deinde expimentator inspiciat forti intuitu corpus g, qđ est in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uisuum concurrent in aliquo puncto superficiei corporis g, & supponentur duobus diagonis tabulæ, qui sunt b q, & a q, aut erunt æquedistantes illis, & axis communis supponetur lineæ h q, & si in hac dispositione intueantur ambo uisus, omia quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuscuiusq; corporum, quæ sunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q, uel super ꝗdcũq; aliud punctum, cõcurrãt radij uisuales, & etiã quilibet duorum diagonorum qui sunt

b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior quàm sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, quòd duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterque uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde instituuntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ, in figuntur enĩ in duabus partibus contrarijs respectu puncti medij nerui cõmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, quòd si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z, æquedistanter à puncto q, & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q: & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, quamuis secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarum duarum linearum. Idẽ quoque accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui quàm alterum, quia enim tunc uterque diagonorum apparebit duo, unde super utramque linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, quòd si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k, quàm sit punctũ r, sitque puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoque accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionẽ dirigantur ad quodcunque punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraque ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquod punctũ lineæ t k, tunc reuertetur prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inscribat omes ipsas una scriptura manifesta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cera ut stent erecte, & applicata tabula ipsis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cõprehendet eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cõprehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k repo

sita

ſita tertia cedula ponatur penes primam, quæ eſt in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in ſuis ſcripturis æqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas: & ſi tertia cedula moueatur plane ſuper lineam q k, axibus illorum uiſuum cadẽte in punctum q, uidebitur tunc diminui diſtinctio ſcripturæ cedulæ motæ ſecundum diſtantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur ſecundum lineam latitudinis a k protenſam, tunc ſemper minuetur ſcripturæ diſtinctio, ita quòd tandem nulla erit diſcretio ipſius. Peractisq; circa lineam c d, eiſdem quæ cum his cedulis facta ſunt circa lineam k c, eadem tunc uiſibus apparent quæ prius ſeruata diſtantiæ proportione, & etiam ſi elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his paſſionibus ambobus uiſibus accidunt, plus accident uni uiſuum ſi alter fuerit coopertus. Deinde aſſumatur ſchedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius ſignetur per 40. primi huius, & alia ſchedula ſcribatur ſcriptura aliqua diſtincte, & erigatur hæc ſchedula ſuper lineam k t, & dirigatur uiſus ad medium illius ſchedulæ, tunc enim uidebitur ſcriptura bene diſtincta, ſed ſcriptura quæ eſt circa medium ſchedulæ uidebitur diſtinctior, quàm quæ in extremis.

Deinde parum obliquetur ſchedula ſuper lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uiſuũ cadentibus ſuper medium punctum ſchedulæ, inuenietur ſchedula minus diſtincta q̃ prius, cum ſchedula fuerit ſuper lineam k t, & ſi ſchedula plus obliquatur, indiſtinctior uidebitur ſcriptura, & quanto magis obliquabitur ſchedula, tanto magis latebit utrumq; uiſum uel alterum ipſa ſcriptura. Et ſi ſchedula ſecundum alterum ſuorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur ſuper ſuperficiem tabulæ ſecundum lineam k q, tunc patet quòd medietas ſchedulæ cadet extrà tabulam: uiſui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur ſcriptura circa punctum q diſtinctior, minus autem ſecundum partes remotiores ab illo, & ſi obliquetur ſchedula ſuper lineam q k, apparebit latentior ſcriptura ſecundum quantitatem obliquationis & diſtantiæ à puncto q, & ſi ſchedula ponatur ſuper lineam c d, tunc uiſibus directis ad medium punctum ſchedulæ erit litera legibiliter diſtincta, & ſi obliquetur ſchedula ſuper punctum z, & tunc erit ſcriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum eſt circa lineam t k, idem accidet in diſtinctione ſcripturæ proportionaliter illi ſpacio diſtantiæ, etiam ſi elongetur ſchedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uiſibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uiſuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorũ quæ p plura theoremata proponuntur, & patet manifeſte, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propoſitum.

CIX.

In uiſione diuiſionis, cõtinuationis & numeri error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmiſſorum uiſione, quia ſi de nocte uideatur tabula, in qua ſint linearum obſcurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuiſiones eſſe uel ſciſſuras, & ita continuum etiam putabitur diuiſum, & partes eiuſdem continui plura putabuntur ut diuiſa, cum tamen tabula ſit continua & tantum una. Similiter exiſtente uiſu in forti luce reflexa, ſi ipſi uiſui adhibeantur corpora modicum diſtantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum diſtantiam diſcerni. Ex intemperata etiam diſtantia

ſtantia ſit error in præmiſſorum uiſione. Pariete enim aliquo à longe uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus, forte putabitur facta eſſe diuiſio illius parietis ſecundum ſpacium illius coloris. Similiter etiam ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, ut conſueuit in talibus creſcere hædera, uidebitur forte paries ſecundũ hæderæ ſpacium diuiſus. Et ſimiliter luce ſolis ſuper uiſum album parietem ſplendente, ſi fortis umbra aliqua lucem parietis diuiſerit, æſtimabitur paries diuiſus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc poteſt accidere, ut continuum æſtimetur diuiſum, & ex conſequenti unum plura. Sed & quandoq; ipſa ſecundum ueritatem diuiſa æſtimantur continua, & plura æſtimantur unum, corpora enim à longe uiſa in colore ſimilia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel ſcamni apparẽt quãq; cõtinuæ, cũ modica diuiſione ad inuicẽ ſunt diuiſæ, & ſic diuiſa æſtimanť ꝓpter remotionem à uiſu eſſe continua, & plura æſtimantur unum. Ex inordinato etiam ſitu oppoſitionis oritur error in præmiſſorum uiſione, ſi enim alicuius corporis magna fuerit à uiſu obliquatio, in quo fuerint puncta ſenſibilia, nigra uel ualde tenebroſa, illa quidẽ diuiſiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuiſio & pluralitas, licet in eis ſit continuitatis unio, & ſi in hoc corpore fuerint lineæ tenebroſæ ſenſibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuiſæ, cum ſint continuæ, & plures, cum ſint unum. Similiter etiam ex obliquatione ſitus plurium parietum ad uiſum, quorum unus eſt ordinate poſt alium modicum diſtans ab illo, ita quòd uno aſpectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti ſpacium quod eſt inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum ſint diuerſi & plures: qualiter autem propter ſitum eius erret in numero, ſatis patet per propoſitionem præmiſſam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uiſione præmiſſorum; adhærente enim capillo uaſi uitreo, apparebit uitrum fiſſum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non ſentitur eſſe corpus. Si enim lateret ſuper uas uitreum calamus aut corpus aliud ſenſibile, non propter hoc ſentiretur uitreum eſſe fiſſum. Similiter etiam accidit error in continuitate, ſi enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana ſuperficie conſtituta, & bene cõpreſſa, & uidens ignoret eſſe folia, iudicabit ipſa eſſe continua, & unam ſuperficiẽ ipſorum: huius autem error cauſa eſt paruitas quantitatis ſpacij & aeris, ſecundum quòd ſe illa folia contingunt, & ſic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; ſoliditatis ſit error in præmiſſorum uiſione, in corpore enim magnæ raritatis ut in criſtallo pura, ſi in aliqua parte ſuperficiei ſuæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fiſſum ſecundum locum in quem cadit illa linea, & ita æſtimatur uitrum diſcontinuum & plura, & hoc accidit propter perſpicuitatem quæ accidit ex defectu ſoliditatis, Et ſi duo corpora talia fuerint modicum à ſe diſtantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmiſſorum uiſione idem, qui ex defectu ſoliditatis, augmentatus tamen propter exceſſum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmiſſorum uiſione. Si enim corpus in quo ſit linea nigra ſubito à uiſu diuertatur, putabitur illa linea eſſe partium diuiſio: & ſi corpora contigua aut ualde propinqua ſubito uidentur, æſtimabuntur continua, ſicut accidit in tabulis ſcamnorum ſubito inſpectis, & ſit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uiſus error accidit in uiſione præmiſſorum, & ſecundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim ſano uiſui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte ſemper durante uiſus debilitate, & etiam ſtrabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uiſa habet diuerſitatem ſitus reſpectu talium duorum oculorum, quæ diuerſitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos ſanos & æqualis ordinationis, ut ſatis demonſtratum eſt ex præmiſſis, patet ergo propoſitum.

CX.

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secũdum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tũc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ respectu alterius uisibilis qđ est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisæ motæ respectu illius uisibilis non secundum se totũ moti, & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia cõparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uisui per motũ, quia ut patet p 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tũc sentitur, quod si mobile mouet tantũ circa uisum circulariter, tũc enim superficies uisiua oculi non sit tota sphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis uueæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisæ motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationẽ eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, cõprehendet tamen motum secundum quẽlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiẽdo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quãdo ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, ad huc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quæ accidit rei uisæ motæ propter motum ipsius rei, uel propter motũ ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium nõ motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte perueniat in uisum forma rei uisæ motæ, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisæ non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quælibet duo instãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa cõprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquedistantem illi, siue etiam nõ sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij super quod mouetur res uisa secundum se totum motu recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ spacij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehẽsione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquedistante ipsi aut erecta super ipsam, motũ enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spacij tortuosi super quod fit motus. Comprehendit etiã uisus diuersitatẽ & æqualitatẽ motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

unum spacium pertransitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, est maius alio spacio pertransito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uisus senserit æqualitatem duorũ spaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim stante auxilio uirtutis animæ distinctiuæ & cognoscitiuæ sentiet uelocitatem unius mobilis super alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propositum.

CXII.

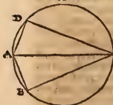
Quies comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisæ in eodem loco, & situ tempore sensibili permanente.

Cum enim uisus comprehendit rem uisam in eodem loco, & secundum eandem sitũ in duobus instantibus diuersis, inter quæ cadit medium tempus sensibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuisse motam, per 11b. huius, quoniã si illa res in illo tempore fuit mota, mutatus est situs eius, comprehendet ergo illam rem quiescentem: comprehenditur aũt situs rei uisæ quiescentis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus, secundum hunc ergo modum fit comprehensio quietis uisorum corporum à uisu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Est locus in quo oculo manente & transposita re uisa, res semper æqualis apparet.

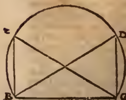
Sit res uisa b g, & sit centrum uisus in puncto a, & accedant ad uisum formæ pũctorum b & g ad uisum a, secundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod est locus in quo non mutato centro uisus à puncto a, & transposita magnitudine b g, semper eiusdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono eñ a b g, circumscribatur circulus per 5. quarti, & super punctum g, terminum lineæ a g, constituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui sit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, est corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui est residuus semicirculi, est æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui sunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales sub æqualibus angulis qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uisui apparent per 20. huius, patet ergo propositum. Idem quoq; contingeret si centro oculi in centro circuli manente fixo res uisa sup circuli periferiam moueatur, tunc enim uisibili transmutato res uisa semper uidebitur æqualis uisui non transmutato, quoniam sub eodem semper angulo uidebitur, ut potest patere secundum præmissum modum, patet ergo propositum.



CXIIII.

Est locus in quo oculo transmutato re uisa non mota semper res uisa æqualis apparet.

Sit res uisa b g, & sit oculus in puncto z, dato in aêre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uisæ lineæ b z & g z, & circumscribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmissa, sitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroq; situ magnitudo b g, semper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uisui per omnia puncta arcus b z g, transmutato, & hoc est propositum.



CXV.

Quantitas erecta super aliquam planã superficiem in qua

in qua ſit cētrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.

Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiem planam datā, in qua ſit cētrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſuꝑ illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, q̃d ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia enī linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam ꝑ diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualē cū linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibijpſi, cū ſit diameter circuli, & linea a b ſempꝑ eſt æqualis ſibijpſi: ducatur itaq; linea a g, palamq; ꝙ ꝑ totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibijpſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorū, ducatur itemq; linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecūdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod adhuc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet ꝑ 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibijpſi, cum enim angulus b g e, ſit ſempꝑ æqualis ſibijpſi, erit baſis b e ſibijpſi ſemper æqualis, & angulꝰ e b g æqualis ſibijpſi ergo etiā angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibijpſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibijpſi, ergo ꝑ 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibijpſi, patet ergo ſecundū propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

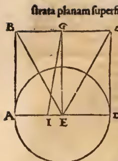
CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrū uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiā quandoq; æqualis q̃nq; minor quādoq; maior uiſu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoq; linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trāſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibijpſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cētro circuli a d, cuius ſuꝑficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturq; per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitq; exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquādo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, ꝑ 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuꝑficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq; linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad ſub-

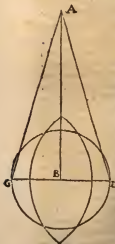
ſtrata

strata planam superficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in substrata superficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z transpositarum secundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e est æquedistans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, quā linea g b est æqualis lineæ e a & æquedistans eidē, sunt ergo duæ supficies palellogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a est acutus, ut patet ex præmissis, pter obliquationē lineæ g e, super superficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtusus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius, angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e, est ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, sed tamen linea e z sit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod angulus d e z est medietas g e d anguli per 4. primi, & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z est maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmissa cum angulus g e a, sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea g e, & aliqua linea in superficie circuli a d e producta, palā quia medietas anguli g e a est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquedistantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc est propositum.



CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res uisa superficiei cōiungitur, res semper æqualis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferiā oxigoniæ sectionis.



Sit a b, magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b, sit'q; centrum oculi in puncto g, in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spacium b g lineæ, describatur circulus qui sit g d, dico quod si transponaē centrum oculi à puncto g, super totum circuli g d periferiam, apparebit uisui linea a b semper æqualis, quoniam enim angulus a b g est semper rectus per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, sunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigoniæ sectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ super ipsius sectionis pūctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circunferentiam ductæ sunt inæquales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

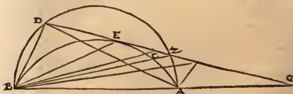
feriam accidebat, qđ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totũ quod proponebatur.

CXVIII.

Re uisa fixa manente oculo uero moto secundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uisæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uisui apparet.

Sit res uisa quæ a b, & sit centrum uisus punctum e, incidatq; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, sit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo transmutato secundum lineam d g, quoniã linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. sexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝑportionalis, quæ sit exempli causa linea e g, hoc autem est possibile per resectionem lineæ d g per 3. primi, ponaturq; centrum oculi in puncto e, producaturq; linea e b, & producatur in superficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis super lineam b a, quæ sit b d, quæ per 14. primi huius, cõcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d, dico quod moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & describatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ similiter sit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g, ut patet per 16. sexti, & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniã linea g e est contingens circulũ b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadatq; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritq; b a z d, quadrilaterum inscriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, sed angulus z a g, ut patet ex præmissis est æqualis angulo g d b, sed angulus d b g, rectus cũ angulis b d g & d g b, ualet duos rectos p 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, est ergo quadrilaterũ z d b a circulo inscriptibile, circumscribatur ergo ei circulus p 31. tertij, & per 9. quarti, & sit circumscripta portio circuli quæ sit b d z a, ducaturq; linea b z, secans arcum e a in puncto t, secabit enim ipsam ideo, quia ut patet ex præmissis punctũ z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco, sed angulus a t b est æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui est b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior est angulo a z b, angulus uero a z b æqualis est angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui est a b circuli maioris qui est b d z a, angulus itaq; a e b maior est angulo a d b, centro uero uisus existente in pũcto d, uidetur linea a b sub angulo a d b. Ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pũcto e quàm in pũcto d per 20. huius, mutato ergo oculo secũdum puncta lineæ e d, semper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam semper minor se ipsa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemq; modo uisu murato super pũcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̃ super punctũ e, qm̃ lineæ ductæ super pũctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a, qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis p 21. primi, maior erit illo cõstituto sup aliquod punctoꝝ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero terminoꝝ lineæ a b ꝑductam, et p lineã à reliquo

eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam ostendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit linea a b, imò tota linea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas, ꝑpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si linea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ est demonstratio. Sit enĩ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumscribaẽ portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducanẽ lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d intersecat circũferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æq̃lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.

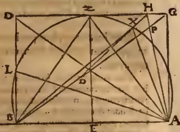


CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens sit a b, diuidatur'q; ꝑ æqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãtur'q; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, ꝑ 5. quarti, ducatur'q; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueatur'q; centrũ oculi in punctũ d, & ducanẽ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur linea a l: palã ergo ꝑ 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed ꝑ 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebiẽ magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc enĩ cõcluditur ꝑ 34. & ꝑ 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus enĩ b g a æqualis est angulo b d a, & similiẽ patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo ꝑ 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, semꝑ sibiꝑsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝑducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo ꝑ 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo ꝑ 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo ꝑ 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, q̃d angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo ꝑ 19. primi, linea b h est maior q̃ linea a h, ergo & linea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se intersecant, sit pun

ſit punctus ſectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a eſt æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, ſed per 15. primi, angulus a p g eſt æqualis angulo b p h, ergo per 14. ſexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, ſicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, ſicut lineæ a p ad lineam b p, ſed linea a h eſt minor quàm linea b g, ut patet ex præmiſſis, ergo linea a p eſt minor ꝙ linea b p, linea ergo b p eſt maior quàm linea a p, quæ eſt ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem ſit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmiſſis linea p o minor quàm linea p b, abſcindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducatur linea h o, quia itaq; per 3. undecimi quinti, & ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, ſicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o eſt æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. ſexti, quoniam trigono h p o & g p a ſunt ad inuicem æquiangula, eſt ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit baſem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipſa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, eſt ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, ſcilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uiſus exiſtente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h ſecet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, quoniam angulus b z a eſt maior angulo b h a, & quoniam quibuſcũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, ſiue linea d z ſit maior quàm linea z g, ſiue minor, ſemper eodem modo poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitũ, angulus enim b z a, ſit maximus omnium illorũ angulorum, & ei ꝓpinquiores ſiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo diſtãtes ſiũt æquales, & ſecundũ illorum angulorum quãtitates per 20. huius, mutatur quantitas reiuiſæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo tranſpoſito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, quãq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca ſua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipſas, neq; ſecũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; ſecundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & ſint uiſæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b ſuper ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ ſit b z, ſitq; oculus diſpoſitus in tali ſitu, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo eſt centrũ uiſus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, poſito cẽtro uiſus erunt ſemper per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uiſus æquales, manifeſtum ergo per 20. huius, quoniam ſecundum quemcũq; punctũ lineæ d z poſito centro uiſus d, ſemper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, tranſponatur autem oculus, & ſit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & deſcribatur circa a e g, trigonum circulus qui ſit a e d g, per 5. quarti, & adijciantur lineæ e b, linea recta b ſ, attingens in parte oppoſita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z eſt æqualis arcui z g, per ultimam ſexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, ſiue punctum ſit centrum deſcripti circuli ſiue non, ſemper enim ex hypotheſi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,



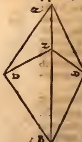
 palam

palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g, sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo existente centraliter in pūcto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circunferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparēt magnitudines a b & b g, quod est propositum.

CXXI.

Sunt loca in quibus posito uisu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

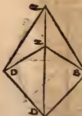
Esto centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines æquales uisæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit si super utranq; illarū linearum b g & g d semicirculus describatur, & à puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tūc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed est etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ sunt b g & g d, uisui inæquales apparent, ad quā inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineā g d portio maior semicirculo quæ sit g d z, possibile quoq; est hoc super g d, describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, est rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20. huius. Est itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pūctus sectionis portionis maioris semicirculo cōstitutæ sup unam magnitudinum, & semicirculi sup alteram cōstituti, & hoc est quod proponitur.



CXXII.

Est locus in quo inæquales magnitudines cōmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.

Sit ut in præcedente centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cōiunctæ secūdum angulum d g b, qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q oculo existēte super quodcūq; punctū lineæ z g, semp magnitudines b g & g d uidebūtur inæquales, & b g maior: ductis em̄ lineis b z & d z, anguli ad punctū z fiunt inæquales, & maior cui maior basis subtenditur, p 26. primi, qm̄ si detur q illi anguli sint æquales, erūt trigoni b z g & g z d æquiāguli & æquilateri, quod est cōtra hypothesim, palā ergo q illi anguli erūt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipsa g b, qm̄ sub maiori angulo uidebitur. Sed & quādoq; illæ magnitudines uidentur æquales, describatur em̄ sicut in præmissa circa lineā b g maiorē ipsa portio maior



maior ſemicirculo quæ ſit b z g,& ducanẽ lineæ b z & z g,& circumſcribantur lineæ g d,minori portio ſimilis portioni b z g,hoc eſt angulum æqualem angulo b z g,capientem,ſit quoq; communis punctus iſtarum ſectionum punctus z,& ducantur lineæ z b, & z g,z d,quia itaq; angulus d z g,eſt æqualis angulo b z g, quoniam in ſimiles cadũt portiones,oculi itaq; centro poſito in puncto z,qui eſt punctus communis ſectionis illarum portionum,magnitudines b g & g d æquales apparent, qđ eſt propoſitum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito æquales magnitudines erectæ ſuper ſubiacentem planam ſuperficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

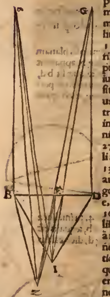
Sint duæ magnitudines a b,& g d,æquales & erectæ ſuper ſubiacentem ipſis planam ſuperficiem,dico φ eſt locus ubi poſito centro uiſus magnitudines a b & g b, apparent æquales. Ducatur enim inter ipſas in ſubiecta plana ſuperficie linea recta,quæ ſit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e,per 10.primi,& à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z,ſuper lineam b d,in eadem ſuperficie per 11.primi, dico quòd ſuper lineam e z,perpendicularem ſuper lineam d b exiſtente centro uiſus ſuper magnitudines a b,& g d,æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineæ z a, z b, z g,z d,quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z,latus b e,eſt æquale lateri d e,& latus e z eſt cõmune, anguli uero z e b,& z e d,ſunt æquales, quia recti,palam per 4.primi,quoniam linea z b eſt æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, eſt æqualis lineæ d b ꝑ hypotheſim,& anguli g d z, & a b z, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, erit ergo per 4.primi linea z a,æqualis lineæ z g,& reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis eſt angulo g z d,ergo per 20.huius æquales apparent magnitudines a b,& g d, dico etiam φ quandoq; inæquales apparent ipſæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmiſſa diſpoſitione in eadem ſubſtrata ſuperficie transmutatur centrum oculi extra lineam e z,& fiat in puncto i,& ducatur linea i e,ad medium punctum lineæ b d,& ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24.primi linea i b, maior ꝙ linea i d, ideo quod angulus b e i,eſt maior angulo d e i, æquis inter ſe lateribus cõtento, abſcindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3.primi, ſitq; linea b t,æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a,& i d g ſunt æquales,quia recti,erit per 4.primi angulus b t a,æqualis angulo g i d.Sed angulus b t a, per 16.primi,eſt maior angulo b i a,quia eſt extrinſecus trigono a t i;angulus ergo g i d,maior eſt angulo b i a,ergo per 20.huius,uiſu exiſtente in puncto i maior apparet linea d g, ꝙ linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato,demonſtrandũ:uariantur autẽ magnitudines in uiſu ſecundum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium, patet ergo propoſitum.

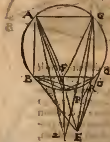
CXXIIII.

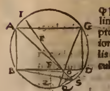
Sunt loca in quibus centro uiſus poſito in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia,quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g;cuius duo latera a b & g d,ſint æqualia,dico φ ſint loca in quibus centro uiſus poſito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumſcribatur enim illi rectangulo per 49.primi huius,& per 9,tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

sunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrũ uisus. Sit autem exempli causa posi tus in puncto medio arcus b d,qui sit o,& copulent̃ lineæ quæ o a,o g,o b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,sunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b,& g o d æquales, ergo per 20.huius latera a b, & d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,semper enim centro uisus in quorumcunq; illorũ punctorum existente uidentur a b,& g d,magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10.primi,& in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4.primi,& 20, huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si a puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis super lineam b d,quæ sit f,& secans periferiam circuli in puncto o,tũc ad huc secundum præmissa in quocũq; puncto lineæ f z, ponatur centrum uisus,semper per 4.primi, & 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi sit extra circulum a b g d,ut in puncto e,ꝙ sit exempli causa propinquius lineæ d g,q̃ ipsa b a,dico ꝙ uidebitur linea a b,maior q̃ linea g d,protrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,seceto; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulẽtur lineæ b t, & d r,& quoniam,ut supra patuit lineæ a b,& g d,sunt æquales ex hypothesi, ergo per 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t, & g r d,æquales propter duorum arcuũ æqualitatem,ergo per 13.primi anguli b t e & d r e sunt æquales, q̃a uero arcus b t, est maior arcu d r,propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo per 28.tertij latus b t,maius latere r d,linea uero e t est minor q̃ linea r e,ꝙ patet ex penultima tertij,& 15.sexti,protracta prius a puncto e, per 16.tertij,linea e q,circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e,sit maior q̃ linea e g, ex hypothesi,patet etiã per 8.tertij, lineã a r,esse maiorem linea e t,quia uero linea b t,est maior q̃ linea r d,& linea e t,est minor q̃ linea e r,fiat per 3.primi huius, ut quæ est proportio lineæ b t,ad lineam t e,eadem sit lineæ r d,ad aliquã lineam quartã, quæ necessario,ut patet ex præmissis, erit minor q̃ linea r e, abscindat ergo per 3.primi æqualis illi a linea r e,quæ sit r p: copuletur quoq; linea p d,ergo per 6.sexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt,eritq; angulus r p d,æqualis angulo b e t. Sed per 16.primi angulus r p d,maior est angulo p e d: angulus ergo a e b,est maior angulo g e d,ergo per 20.huius,uidebitur linea a b,maior q̃ linea g d. Si autẽ centrum oculi consistat intra circulũ,tunc immutetur figura, sitq; ut prius circulus a b d g,circũscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d,diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur a puncto f,ad periferiam circuli perpendicularis super lineam b d,quæ sit z f, cõsistatq; centrum uisus intra portionem z f d,ut in puncto o,dico ꝙ linea g d,apparebit maior q̃ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e,ducanturq; lineæ o a,o b,o g,o d,producatur linea a o,usq; in punctũ circumferentiæ,ꝙ sit g,& linea g o, usq; in punctum q,& linea e o,usq; in punctum l,& copulentur lineæ q d, & g b,cum itaq; linea a s,sit maior q̃ linea g q,per 7.tertij,propter hoc ꝙ punctus o,in q̃ est centrũ uisus,datus est in portione z f d, ꝓpinquior lineæ d g q̃ lineæ q b,& ꝓpinqior puncto g,q̃ puncto a,linea quoq; a s,est propinquior centro e,q̃ linea g q,est ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b,æqualis est arcu g d,per 27.tertij,& ex hypothesi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus,remanebit arcus b s,maior arcu q d,ergo per 28.tertij erit







erit corda b s, maior ꝙ corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor ꝙ linea o q, cum linea o s, sit propinquior diametro e i, ꝙ linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoq; b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmissis superius usi sumus, patet ꝙ angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior ꝙ linea a b, centro oculi existente in puncto o, qđ est propositũ. Similiter ꝗꝗ si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior ꝙ linea d g, hæc ergo latera trianguli quãq; uidentur æqualia, quãq; inæqualia in diuersis locis cẽtro uisus posito, quod est propositũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

Sit duarũ magnitudinum datarũ b g maior, & d g minor, & circa utrãq; semicirculus describatur, ut circa lineã d g semicirculus d z g, & circa lineã b g, semicirculus g k & tertius semicirculus describatur circa totã lineã d b, q sit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a, pal, àquia, pductæ lineæ secant minores semicirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k & linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaq; centro secundum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositũ.

CXXVI.

Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportione secundum quam propositus angulus diuidetur.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidatur'q; angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpendicularis super diametrum a b, & incidet centro semicirculi, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pũcto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, erit'q; angulus a k b, duplus angulo b e g, cadat'q; pũctus e in medio arcus b e g, quia itaq; linea a b & b g, uidentur directæ uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam ꝙ accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi. s. præmissi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit super eadem, uisu itaq; existente in pũcto communis sectionis ipsarũ, ꝙ sit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuersificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiso angulo per aliũ numerũ quẽcũq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secũdum aliquã proportionẽm per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portionẽ circuli capientem

capientem angulum alicui diuidentium æqualem,& superposito centro uisus ad illum angulum,uidebitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud,hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineā protensæ à puncto cōcursus linearū illū angulū cōtinentiū, qm in omnibus uisis ex inæquali distantia,maior est proportio distantiæ maioris ad minorem,q̄ anguli ad angulum,ut patet per 11.huius:idem quoq; accidit,si angulus a k b.secundū aliā proportionem fuerit diuisus,& ei æqualis in portione circuli,super lineam b g,constituatur angulus,& eadem est demonstratio,patet itaq; propositum.

CXXVII.

Sunt loca in quibus posito uisu eadē magnitudo qn̄q; totius suæ quātitatis,qn̄q; medietatis,qn̄q; quartæ,uel secūdū datam proportionem uidetur.



Esto a b magnitudo uisa,dicoq; ipsa transmutato cētro uisus ad diuersa puncta,quandoq; ipsa apparet suæ ꝓpriæ quātitati,quandoq; in alia quacūq; portione:describatur erit circa lineam a b,circulus a e b,ita q; linea a b non sit diameter illius circuli,qd' potest fieri sumpta diametro circuli aliqua linea maiore,q̄ sit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g,& ducantur lineæ a g,b g,a e,b e,palā ergo per 19. tertij,quoniam angulus a g b,duplus est angulo a e b,oculi itaq; centro existente in centro circuli g,linea a b apparebit duplo maior q̄ appareat centro oculi existente in arcu a e d,per 20. huius,qm̄ omnes anguli cōtenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij,& cuilibet illorū duplus est angulus qui ad centrum g,per 19.tertij, patet ergo propositum.

CXXVIII.

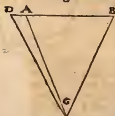


Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ,quantitas augmentari.

Sit linea uisa b g & sit oculus in puncto 3,ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ,& sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundū lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d,& quia per 21.primi,angulus b d g,est maior angulo b 3 g,res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20. huius,uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo super d existente, respectu eius quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



Sit magnitudo a b,quæ uidetur,& centrum oculi sit in puncto g,& ducantur lineæ g a & g b,& augmentetur b a,magnitudo ita ut fiat magnitudo b d,maior q̄ b a,& ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d,maior est angulo b g a,ut patet per 29.primi huius quia est maior sicut totum sua parte,palam per 20. huius, quoniā maior apparet magnitudo b d,q̄ b a, maiora uero se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodū aucta, & in eo uero q maiora sunt sub maiori angulo uidentur,& quoniam tale uisum uidetur idem ei qd' prius uisum est,& æstimatur æquale sibi ipsi,omnium autem æqualiū q̄d appropinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7.huius,uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angulum sub quo fit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare,& hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non in directo

in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quãdoq; concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.

Verbi gratia, uideatur magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediũ qđ est b, nõ sit in directo suorũ extremorũ, sed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu, accedat uero medius punctus rei uisæ, qđ est b, ad uisum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico ꝙ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quoꝝ formæ secundũ ipsoꝝ sitũ & distantiã describunt in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex sup̃ficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundũ diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ꝓpositũ.

CXXXI.

Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineã a g, & sit b remotius à uisu ꝙ̃ c, quare ergo linea a b, est maior ꝙ̃ linea a c, palam per 7. huius, qm̃ secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio ꝙ̃ secundũ lineã a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, ꝙ̃ quæ fit in puncto c, & similiter per eandẽ 7. huius, sub minori angulo uidetur spacium qđ in aliquo tempore pertransit mobile b, ꝙ̃ illud spaciũ qđ in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebitur ergo b tardius moueri qđ sub maiori angulo uidetur mobile b, ꝙ̃ mobile c, & similiter spaciũ qđ pertrãsit mobile b, sub minori angulo uidebitur ꝙ̃ spaciũ, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebitur spacium per quod motũ est mobile b, spacio qđ pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus. minus autem ad huc uidebitur moueri b, qđ est remotius à uisu ꝙ̃ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in una axe uisuali, & aliquod ipsoꝝ fuerit intra concursum axium propinquissimũ uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit: unde æstimabitur tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

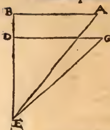
CXXXII.

Omnium mobilium æqueuelociũ super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarũ remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico ꝙ mobile a, ꝙ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius ꝙ̃ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor ꝙ̃ linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri ꝙ̃ mobile b, ꝙ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, ꝙ̃uis ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, ꝙ̃ mobile a, remotius uisui: quãdo e m̃ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior ꝙ̃ linea a d mobile ergo a, æstimatur tardius moueri ꝙ̃ mobile b, quod est propsitum.

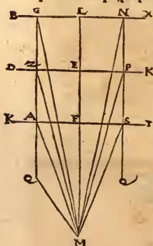
CXXXIII.

Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existētia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq; centrū uisus e, & sit ut axis uisualis trāseat ex puncto d, ad punctū b, erit ergo punctū b remotius à uisu, q̃ sit punctū d, palā itaq; per 7. huius, qm̃ linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet, q̃ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet maior q̃ linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatē anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, q̃ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, qm̃ uiso g uidebit a retro illud, quod est propositum. CXXXIIII.

Mobilium secundū lineā cui perpendiculariter insistunt æquedistantē lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorū, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineā quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secūdum puncta g 3 a, sitq; mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctū m, & sit mobile a k, uisui ꝓpinquius, ducaturq; à uisu à puncto. s. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq; lineæ k a, d 3, b g, ad lineā m l, incidatq; linea k a lineæ m l, in punctū f, & linea d 3, in punctū e, & linea b g, in punctū l, & qm̃ lineæ g a & m l sunt paralelæ, palam per 21. huius, qm̃ ad partē l, cōcurrere uidenf, propinquior igitur uidebitur g, ad pūctū l, q̃ 3 ad punctum e, uel a ad punctū f, uidetur igitur ꝑcedens b g, subsequens uero d 3, & ultimū ipsoꝝ k a, protrahatur itaq; linea g a, ultra punctū a, ad punctū q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pūctum g, q̃ linea m 3, ad punctū 3, uel linea m a, ad punctum a, qm̃ anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebif præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundū lineā rectam, quæ est g a, ad lineā m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quousq; linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundū lineā rectā m l, mobile k a ꝓpinquius uisui uidef q̃ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aūt transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecōtrario, tūc mobile remotius uisui uidebit seq, & ꝓpinquius præcedere, ꝓpter eandē causam quā præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, q̄d est remotius à centro uisus m, pertrāsita linea m l, perueniat ad locū lineæ n x, & mobile d 3, ad locū lineæ p r, et mobile k a, q̄d est ꝓpinquius uisui perueniat ad locū lineæ s t, ducatur quoq; à centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia,

ideo

ideo quod sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctũ l, q̃ linea p r ad punctũ e, uel q̃ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit̃ sequi, & linea a k, quæ fuerit prius subsequẽs sup̱ lineam s t, uidebitur præcedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum. CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & sit centrũ oculi punctũ a, sit aũt inter hæc mobilia b, tardissimũ, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius q̃ c, et oĩa moueantur ad eandem partẽ uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motũ est cum oculo, nõ ergo mutat sitũ respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebit̃ a, mobile uero b, quia est tardissimũ, patet quod moto uisu ipsum est pertransitũ per motũ uelociorẽ ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp̱ magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelocissimũ est præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp̱ fit plus distans à uisu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpositũ. CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint eñ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & sit c, aliquid nõ motũ. Sitq; centrũ uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, q̃a itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã q̃m ipsum fit ꝓpinquius ad illũ q̃ corpus c, quia nõ mouetur, sed & mobile d, æqueuelociter motũ est mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare sitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat sitũ respectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est ꝓpositũ, & ex hoc apparet quare motis ueIociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariã moueri, quia eñ partes nubiũ æque ueIociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uisu ꝓpter remotionẽ in paruo tp̱e nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cũ eñ talia mobilia sic signata mouent̃ circulariter, q̃dlibet suoꝝ punctoꝝ motu suo describit circulũ, q̃m q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tp̱e sensibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã super quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiẽ uisus per modũ circũferentiæ circuli, q̃m eñ motus circularis est totus unus, nõ diuidens tempus, nõ potest uisus cõprehendere formã puncti signati nisi secundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tp̱e cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & si plura sunt pũcta secundũ ordinẽ unius sub altero signata, plures uidebunt̃ circuli subalternatim & ordinate cõtenti, & hoc est ludus pueroꝝ in trochis sup̱ planas superficies circulariter exagitatis, q̃m q̃n trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aspexerit q̃s ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebunt̃ plures circuli æq̃distãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uisus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersoꝝ coloꝝ sibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uisus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab oĩbus colorib. q̃ sunt in illis punctis, q̃si sit color cõpositus ex oĩb. coloribus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuersitatẽ coloꝝ, & si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi q̃escẽs & circulariter figuratũ, ideo q̃ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tp̱e sensibili, sed in minimo tp̱e giratur tota circũferẽtia sup̱ quã reuoluit̃, & similiter mota linea uidebit̃ secundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiusdã sup̱ficiei rotũdæ descripta in sup̱ficie ipsius uisus, & si linea illa

fuerit colorata, tūc ꝓpter motus uelocitatē, motus facit totā superficiē rotundā appare re coloratā, & hoc est propositū.

CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intempe rata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intēperata eñ luce accidit error in uisione motus & qetis, si eñ de nocte cōprehēdit uisus hoiem añ aliqđ nemus, forte occultabiẗ ei distātia hois ad nemus. Si itaq; uidens moueaẗ uersus hoiem uisum, quāto magis ad illū accesserit, tāto distantiā illā certius uidebit, unde cū pri9 simul una cū nemore appareret ei homo uisus, & q̄to ad eū pl9 accedit, pl9 uideẗ à nemore remotus, & certū est ei nemus immotū remanere, æstimabit ergo hoiem ad partē cōtrariā nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hoiem uisum immotū & qetū esse, & etiā si homo de nocte uisus nō plene cōprehēdiẗ, q modicū moueaẗ nō discerneẗ motus eius, & uidebiẗ quiescēs, hi aūt errores nō acciderēt in tēperata luce. Et intēperata etiā remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si qs.n. ad partē in qua lunā añ solē aut stellā aliquā uiderit moueri, cū post plurimū motū lunā añ se uiderit elōgatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipam lunā ad eādē partē secū moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elōgatiōes durare, & euenit hoc etiā i luna ad partē cōtrariā ꝓpe rāte, acciditq; hic error ideo, qa notū est hoi, qđ in his naturis inferiorib9 existētib9 duobus corpibus, q̄ꝶ unū moueaẗ in partē aliquā, si tūc permāserit identitas situs respectu alterius corpis, tūc necesse est etiā aliud corpus i eandē partē æq̄li motu fuisse motū, hoc tñ nō oportet sic æstimari i luna uł stellis, qm̄ magnitudo uiæ q̄ ꝑagit qs motu suo, nō est ꝓportionalis magnitudini corpis lunæ uel alterius stellæ, ergo neq; excessus postremæ ꝓpinqtatis ad stellā sup primā ꝓpinqtatē est sensibilis respectu totalis remotiōis. Idē etiā error accidit i motu nubiū, crediẗ.n. uelocissimus eē motus lunæ, qa ꝑtes nubiū, ꝑ quas uideẗ luna, subito mutanẗ, et luna nec cū his partibus nubiū, nec cū illis uideẗ esse sita, & qa luna est corp9 luminosum uisibilius q̄ nubes, æstimaẗ luna moueri motu, qđ secundū ueritatē nō moueẗ. Similiter etiā accidit error in qete, aliqs .n. à lōge uisus nō ueloci motu motus, qescere uideẗ, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueanẗ, uiæ eñ q̄s incedūt i tꝑe paruo, nō sunt ꝑceptibiles uisui à tanta remotiōe, unde durante situ ipsaꝶ, respectu uidētis identitate qescere putanẗ. Similiter etiā accidit hic error, si i eadē linea uisuali uel axe corpus aliqđ uisum uel à uisu moueaẗ Tūc eñ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabiẗ imotū, qa nō ꝑcipiẗ an ꝑtes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̄ prius, uia eñ q̄ icedit, est iꝑceptibilis à tāta remotiōe. Ex intempata etiā situs oppositiōis obliqtate accidit error uirtuti distinctiuæ in p̄missoꝶ uisione, unde aliq̄ uelociter nauigāte i flumine, & obliq̄ ispiciēte arbores in ripa fluminis, tūc arbores ab axe uisuali multū elongatas æstimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uisualis icidet qescere uidebūẗ. Similiter rota aliq̄ mota, ut molendini obliq̄ uisa uideẗ quiescere. Est aūt hic error ꝓpter solā obliq̄tionē situs rei ad uisum, qm̄ talis rota directe intuita moueri uideẗ. Ex intēperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissaꝶ. Si eñ moueanẗ duo, q̄ꝶ unū sit paululū uelocius alio, putabit uidēs esse æqualē ipsoꝶ motū, cū insensibile sit uisui unius motus sup aliū excrementū, & similiter quātitas excessus uiæ quā trāsit alius, iꝑceptibilis est uisui, unde iudicaẗ æq̄litas motuū & uiaꝶ & similiter res ꝑua mota forte æstimabiẗ nō moueri, etiā si distātia à uisu fuerit tꝑata. Ex intēperata etiā raritate accidit error in p̄missis. Si eñ in aere nubiloso obscuro duo corpora moueanẗ, q̄ꝶ unū alio paululū uelocius moueaẗ, iudicabunẗ forsitā æquales ipsoꝶ motus, cū ꝓpter intēperiē diafonitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū alterius excessus, uideẗ eñ tūc perpēdiculariter à uisu excessus uiæ ꝑtrāsitæ ab uno à uia ꝑ transitæ ab alio. Similiter etiā in tali aere à lōgitudine media nō tñ parua si qs uideat aquā fluentē, aut iudicabit eā imotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabiẗ minus mota q̄ moueaẗ. Ex intēperata etiā tꝑis fit maximus error in uisione motus & qetis, q̄ per se tꝑe mensuranẗ, cū eñ duoꝶ mobiliū unū paulo uelocius alio mouebiẗ, tunc motus in tꝑe modico cōprehēsi æq̄les iudicabunẗ, qa nō est tā subito cōprehensibilis ipsoꝶ excessus, & si aliqd tarde moueaẗ hoc in tꝑe modico in respectu nō uidebiẗ moueri, qm̄ uia ꝑ quā moueẗ in modico tꝑe, est iperceptibilis uisui ꝓpter sui paruitatē, sed & uelocissime

motũ circulariter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æstimatᷣ moueri, locus eñ trochi nõ mutatᷣ, & partes uelocissime redeũt ad priorẽ situ. Ex intẽperantia etiã dispositionis uisus accidit error uisioni p̃missoꝝ. Cũ eñ qs sæpius in circuitu fuerit reuolutus & post quiescit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueantᷣ, ideo qa spiritus uisibiles iterius moti discurrunt ex motu corpis ipsius facto, nec statim qescente corpe exteriori spũs intrinsecus moti quiescũt, eo q̃d leuiores corpe grosso sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti distinctiuæ repsentãt, uidetᷣ eñ oĩa moueri, q̃rũ formæ motis spĩtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã post qetẽ ipsius uidentis, & huius simile ẽ etiã ĩ alijs motis, trochus eñ diu post qetẽ manus motricis mouetᷣ, & nõ qescit q̃usq; uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiã q̃dã corpis & oculoꝝ infirmitas, in q̃ uidentᷣ oĩa circũuolui. Si etiã corp9 similiũ ptiũ uolua tᷣ tarde, ut accidit in qbusdã rotis horologioꝝ, tũc uisus debilis nõ pcipiet motũ eius, neq; etiã sanus uisus pcipiet motũ pui tpis. Si uero sit corp9 dissimiliũ ptiũ, ut ĩ rotis molẽdini, tũc forte etiã uisus debilis cõp̃hendet motũ, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio, qa ꝓpter uelocitatẽ motus forte dissimilitudo ptiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet itaq; illud q̃d proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas cõprehenditᷣ à uisu ex cõprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, p quã cõprehenditᷣ diuersitas situũ partiũ supficiei corpis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficiei corporis, palam per 11. secundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit superficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiscentes lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod non accidit in superficie plana, eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis, uisus itaq; cognoscit formã lucis in superficiebus asperis & planis diuersam propter frequentationem uisionis superficierum asperum & planarum, & secundum hoc dijudicat asperitatem superficierum uel planiciem in corporibus asperis quibuscunq;, sed si superficiei asperæ partes fuerint ualde præminentes, potest etiam uisus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehensione distantiæ quæ est inter partes, & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi cõprehendet etiã asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximæ diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si præminentiæ partium superficiei rei uisæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uisus illam asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur à uisu, patet ergo propositum.

CXL.

Lenitas siue planicies cõprehenditᷣ à uisu ex cõprehensione lucis supficiei lenis corporis incidentis illis, etiã per suarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficiei, patet quod partes corporis lenis sunt consimilis situs, lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uisu ex scintillatiõe lucis in superficie illius corporis, & ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uisus quandoq; planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisæ æqualitatem, quandoq; etiam comprehẽdit ipsam planiciẽ superposito uisu in una parte illius superficiei uisæ, & cum formæ partium extremarum illius superficiei quæ sunt remotiores à uisu secundum lineas rectas ꝑueniunt ad uisum in ipsa superficie productas, tũc uisus sic ipsius superficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpositum.

CXLI.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intẽperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem distantiæ æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponaẽ uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distãtia nõ potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si eñ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cũ non sit nisi lenitas in illis: hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tũc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimã corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorũ, æstimabitur hoc corpus quod est rarũ & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, quia in aëre nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa re polita cũ non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorũ, cũ enim subito uidetur aliquod asperum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiã debilitate fit error in uisione præmissorũ, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmisimus, illa corpora diafona, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cũ ergo uisus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehensi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni: quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corpoꝝ ualet spissorũ talibus corporibꝰ diafonis, ipsorũ cõprehensio à uisu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLIII.

Spissitudo siue densitas cõprehendiẽ à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & nõ sentiet in ipso aliquã diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinẽ, quia cũ statim ad illud corpus terminaẽ operatio

tio uisiua, nec aliquid penetrat. ꝑ illud uero uisus exercetur ad uidendū ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partiū compactarum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CXLIIII.

In raritatis & soliditatis uisiōe error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena fit comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarū prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, q̄ remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non ꝑcipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinū esse in uase uitreo, tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi cōprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus ratum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum infimæ raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitū, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera, & cū fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidū, patet ergo uniuersaliter in oībus illud qđ proponebatur. CXLV.

Vmbra cōprehendit̄ à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera ꝑsente.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus existēs in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationē illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionē radiorum, percipiet tamen secūdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domū sui diffusione illuminātis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarū lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locū & nullam lucem in illa, tūc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositū.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albū lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lōge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabūtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̄d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiā situs oppositiōis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primū positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albū, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pūcta illa singula esse foramina in quibus sit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pūctorum paruitate: quod si illa pūcta sunt maximæ nigritudinis, tūc æstimabūtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorū paruitas est causa apparitionis tene

braꝝ

brarum. Ex intemperãta etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domũ ꝑ foramẽ aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quãto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram projcit super proximã partem aquæ inferiorẽ, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes sẽp superior projcit umbram super inferiorem usq; ad fundũ aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciũt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aũt quærit in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriũ maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiũ paucæ peruenĩẽtes ad uisum, & comprehẽdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendũtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur oĩs tenebra & umbræ apparẽtia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotũdæ nigræ, tũc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstãtia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatã raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorũ. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendẽtes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiã debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multũ nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circũstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̃ à uisu ex comprehensione simplici formarũ uisibilium placentium animæ, uel cõiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quãdoq; ex cõprehensione simplici uisibiliũ formarum, ut patet per omnes species uisibiliũ discurrendo, ut em̃ exem-

plariter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formã sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uisu, in quibusdã eñ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uisum apparent, & faciũt formã uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidenť pulchræ nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oẽs quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi ꝑ cõpetentem sibi sitũ, quamuis enim figuræ linearũ sint oẽs ꝑ se bene dispositæ & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna & alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde uidetur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pulchritudinem, motus eñ hois in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uillositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum sericorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, ꝙd non accidit in aëre condensato ꝓpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, qñ enim partes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuersæ ꝑtes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum, & diuersæ partes aĩaliũ aĩalia: eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à

uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ,quodlibet.tamen istarum uisibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum:quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma,& similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarũ uisibilium ad inuicem,& nõ solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu,ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili,& similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quàm unum sine altero,& mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cõiunctio,quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per se:facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis,quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione adinuicem consistũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutẽ sentientẽ,& cõprehendet uirtus distinctiua pulchritudinẽ rei uisæ in qua est illa intentio,& sic cõiunctio diuersarum intentionũ fit causans pulchritudinẽ,cũ peruenerit illa coniunctio ad sentientẽ,tũc uirtus distinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem,& tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uisæ cõpositæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omniũ formarum sensibilium pulchritudo:in pluribus tamen istorũ consuetudo facit pulchritudinẽ,unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cõsuetudinis formã,sicut illud quod per se æstimat pulchrum in fine pulchritudinis:alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus,& inter hæc extrema & ipsis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & sicut unicuiq; suus ꝓprius mos est, sic & ꝓpria æstimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter sit dictum,& patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uisu, cum intentiões sensibiles neq; per se neq; ex cõiunctione ipsarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ sunt causantes.

Turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis:iam autem præmissum est, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis,sed in quibusdam tantum,formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consueta proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine,& sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudo,sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa,licet in ea sint maculæ,sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius informantes,cum illæ in nocte uisum lateant,uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum,est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint

in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quòd apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis, cum propter solam sui paruitatē aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferētes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquæ particulæ, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocūq; breuitate error accidit uisioni præmissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cū aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tūc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum, minuta enim quæ sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum, patet ergo ꝓpositum. CLI.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensiōe cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatiōe alterius illarum ad alteram, uisus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex cōprehensione cuiuslibet formarū intentionū secundum suum esse & ex cōprehensione illarū ad inuicē. CLII.

Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuersitas ut hic accipitur non sit aliud q̃ differentia formarū sensibiliū cōprehensarum à uisu, hæc diuersitas cōprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarū diuersarū, & ex cōparatione alterius illarum ad alterā, & ex cōprehensione priuatiōis cōsimilitudinis in eis: diuersitas ergo cōprehendit̄ ꝑ sensum uisus ex cōprehēsione cuiuslibet formarū & intentionū ꝑ se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CLIII.

In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secūdum speciem, uel eiusdem figuræ secundū speciem in quibus partialis diuersitas ꝑ latentia signa distincta est, tūc em̄ illa in luce debili nō uident̄, & ob

& ob hoc īter illa corpa oīmoda iudicabit̄ similitudo: & si aliq̄ corpa solū, ppter aliq̄ minuta signa ipsis cōmunia pticipent similitudinē, tūc ppter lucis debilitatē illis causis cōsimilitudinis nō pceptis iudicabit̄ diuersitas totalis, q̄d nō accideret in luce tempata. Ex supflua etiā elongatione accidit error in pmissoꝝ uisione, ut patet in pmissis exēplis. Minutæ eñ causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauā huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26. huius. Accidit etiam error in præmissorum uisione propter causarum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatē, propter quam cæteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiā soliditatis error accidit uisioni præmissorum. Si enim duo uasa multum rara conueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositiōe, tūc uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebūt causæ diuersitatis, & reputabuntur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cū sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. In aere enim nubiloso & obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causæ paruissimo temporē inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum .s. similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CLIIII.

Virtuti distinctiuæ error quandoq; accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumstantiarum octo omnium uisibilium cōcurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarū per se sufficeret ad causandum errorem, si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subito uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiā subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentē tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiā quādoq; concurrunt intēperantiæ plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret, Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum coloꝝ motum tardo motu, tunc forte uidebitur quiescere. Sed motus eius qualibet illarum causarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumstātiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quæ plus experientiā q̄ rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ in intēperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisæ.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet q̄ sit in rei ueritate, tunc fit error uia scientiæ in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiā cuiuslibet octo circunstantiarum rerum uisibiliū. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uisæ, unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis, unde etiam noctilucа uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari. & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quā-

doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei: uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius error is est causa, uitro em̄ colorato uisui & rei uisæ coloratæ īterpositæ æstimabit̄ color corporis oppositi mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non ꝙ secundū ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisus superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannū laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectū diafonitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempis etiā intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq;, forsan enim æstimabit equum fuisse mulū, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnē colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias 8. circumstantiarum rei uisæ, ut patet. his autem & eorum similibus non duximus multum insistendū, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cū tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate, Si enim corpus in quo sit multa colorꝝ diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrūq; extremorū. Distantia etiā uisibiliū errorē inducit uisui, qa ꝓpter impro

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ, & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuersi coloris euadũt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solã carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem prætendit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente leditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus lesio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod secundũ omnes circũstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebatur.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositũ est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti firmantur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & horum multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginẽ quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idẽ in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cãdelas uidenť, ꝓpter grossitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

CLVIII.

Visum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totũ ipsum fore unũ corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiã uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannũ coloratũ, in quo est minuta colorũ diuersorũ cõspersio, ad quos ꝓportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, quoniam extra temperantiã est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibilẽ rei circũstantiã uisus ꝓtensus nõ perspicit, palã quia debilitatur ex ꝓtensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobatur quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uisum ꝓtensum longe debiliorem fieri patens est, ut præmissum est, ideo accidit quod ea quæ longe uidentur ꝓpter uisus debilitationẽ omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora quàm sint, uisibus apparent, quoniam eminentiæ suarum partium asperitates & tumores in ipsis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorum distantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto enim magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uidentur quàm in loco suo uisui in eodẽ loco existẽte, quoniam reflexio facta in aqua auget distantiã: nihil autem differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionẽ rei cõplere: semper enim fit iudicium uirtutis uisiuæ secundum quod forma est in uisus organo recepta: neque latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebitur nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde sicut uisus colorẽ nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaque albã existentem uidet uisus propter distantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & quoniam coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo à quibuscunque speculis exquisitius pertractemus. Primo itaque in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus, quælibet illorum quæ æstimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculorum planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorum speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtamen sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorum

rum ſuperficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium ſuperficiebus accidunt. Nec intelligimus quod ſolum hæc reflexio fiat ad uiſus animalium, ſed etiã ipſis uiſibus non præſentibus fit reflexio formarum, & accidit uiſibus, ſi in locis reflexarum formarum diſponantur, quod fiat reflexio ad ipſos, quod manifeſte patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uiſum à ſpeculo quocũq;, eſt tñ in receptione haꝝ formarum reflexarum in uiſibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uiſu, ꝗuis aũt ut in procemio huius ſcientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in ſenſum, qm̃ unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculoꝝ. quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directe uiſibus occurrit, nõ poteſt tñ in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculoꝝ quoꝝcũq; cõprehendi ueritas formæ, ſicut cõprehendit̃ in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus em̃ à qbuſcũq; ſpeculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cũ tñ ſecundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis niſi ſemper miſcentur cũ colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uiſus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uiſæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus ꝙ in directa ſimplici uiſione, quæ uero ad hunc uiſionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuſcũq;, & à planis maxime ſpeculis præmittimus, ſunt iſta. Politio corpoꝝ, eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate poroꝝ uel diuiſionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis, uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundũ quã forma rei incidit ſupficiei ſpeculi. Linea reflexionis dicit̃ illa ſecundũ quã forma reuerberata propter ſoliditatẽ ſpeculi quã penetrare nõ poteſt reflectitur ad uiſum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi, & idem eſt punctus reflexionis, qm̃ formaꝝ reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana: quod ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam illam ſuperficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ, pductam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectã cõtingentem cõmunem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uiſus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni ſectione. Imago dicitur forma in ſpeculo cõprehenſa. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ. ſ. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema qñquidem. Item quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq; figuræ ſint, ſuperficies à quolbiet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

H Quoniam

Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori tersò polito, quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planarum superficierũ, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formarum reflexio, & ob hoc opposito speculo lumini forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectã ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã secundũ rectitudinem linearum reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita superficie cuiuscunq; sit figuræ, à quolibet suorum punctorum fit reflexio secundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politi, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis politi: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundũ lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminant̃ ad bases pyramidũ præmissarum, per quascũq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundũ illarum ꝓprietatem reflectit̃, siue sint perpendiculares siue obliquæ, patet ergo propositũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis; nõ aũt à corporibus non politis asperis, quĩa in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtũ cũ umbra illorum corporum, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præsente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tñ fenestræ descendat lux solis super corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaq; mixtum cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum sit rarum & lucidũ actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia, tunc reflectunt̃ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, q̃ ab his corporibus densioribus q̃ sint illa, & etiã circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uident̃ formæ lucis & coloris incidentes superiori superficiei istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principij secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongat̃, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet q̃ cũ secũdũ aliq̃d corpus corpis luminosi ꝓcedit lux ad sup̃ficiẽ corporis polit in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongatione ẽ à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secundum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores q̃ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio q̃uis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsorum colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debilior q̃ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipo colore reflexo debilitat ipsum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponit̃. Tunc em̃ in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ sensibilis. Idẽ quoq; accidit si in radio incidẽtiæ ipsius speculi ponat̃ corpus diafonũ coloratũ, per q̃d transeat radius incidẽs ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponat̃ uitrum coloratũ, uel si modo simili ut experimentanti uidebit̃, disponat̃. Cadente itaq; luce forti super speculũ argenteum & ipsa reflexa super parietem albũ, notabiliter uidebit̃ lux parietis debilior q̃ speculi, eflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus est debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis q̃ luces. Colores .n. debiliori modo incidunt q̃ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitant̃. Color enim debilis cũ ad speculũ peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores q̃ sint ĩ loco à quo reflectunt̃. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibiliter in luce, licet em̃ lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tñ debilior est lux reflexa. Opponat̃ em̃ in aere radio solis intranti per fenestrã domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculũ minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ nõ icidit in speculo cadat in terrã super corpꝰ album, & lux à speculo reflexa cadat similiter sup̄ corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaq; super corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, q̃ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in colorum reflexione faciliter demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debilior sit luce prima, est tamen fortior quàm lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idẽ est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor q̃ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit em̃ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã igreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radij incidentis per illam fenestrã, quã lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc em̃ fiet palam, quòd erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, q̃ super aliud corpus simile positũ extra illum locum eũdem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi nõ suscipiat radium directe sed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratũ, sed debilius ualde q̃ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores.

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales sic fiunt, descendunt eñi grauia perpendiculariter sup superficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori secundum angulum suæ emissionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter est motus: et quia ut in principio secundi libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; deficit in necessarijs, palam quod necessario agit secũdum

A B C

lineas breuiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c est frustra, quoniam consecuta est finem in puncto b, non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia quorum motrix est anima secundum breuiorem lineam mouent ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ & si non nunq; inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & instamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmissis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores sunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propositum prout possibile nobis fuit.

VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3. secundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ est linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet situm in loco reflexionis, quẽ habet linea media mathematica, quæ est linea media lineæ incidẽtiæ sensibilis in loco incidentiæ, & similiter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundẽ retinet situm, quã sua compar in linea incidentiæ sensibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propositum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuscũq; speculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuersitatem situs, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum.

Vniuersaliter enim quibuscunq; modis contigit decipi uisum circa intentiones uisibilium per simplicem uisionem uisarum, eisdem etiam modis cõtingit uisum decipi in uisione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uisio est quædam uisio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilium ipsi uirtuti distinctiuæ præsentatur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifestius fit hoc in speculis, uel propter debilitatem lucis uel ꝓpter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus, uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi, uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota sit reflexio à supficie ipsius speculi. In alijs uero quibuslibet modis licet similiter causeẽ error in uisione formarum reflexarum à quibuscunq; speculis ad uisum, non est ille error tam sensibilis, ut in istis modis positis, nec tamen fit totalis excusatio ab illis, patet ergo propositum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

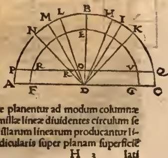
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nō poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non poſſunt eſſe niſi corpora plurimū planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei concauæ uel conuexæ: ſicut autem patet ſenſui, licet corporum planarum ſpecies ſecundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ, cum nec enim in ipſis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aūt patet per 118. primi huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula, quorum unum eſt planū cuiuſcunq; figuræ, & tria ſunt cōuexa, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, nec eſt poſſibile plura eſſe ſpecula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propoſitum.

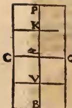
IX.

Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularibus ſpeculis inſtrumentaliter declarantur.

Aſſumatur ſemicirculus æneus conuenientis ſpiſſitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter ſupra diametrū a c, per 5. primi, eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per ultimā ſexti: abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per undecimam ſexti, q̄ ſit b e, & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat ſemicirculus qui ſit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit ſecundū puncta h i k. & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundū puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n. deinde iterū à ſemidiametro b d, inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o, & à puncto o ducatur linea æquediſtans diametro ſemicirculi quæ eſt a c, per 31. primi, quæ ſit p o q, hanc itaq; interſecabunt omnes lineæ ad partes diuiſionis à cētro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipſam interſecat ſit r, & in quo linea d k ſit s, & puncta in quibus interſecat ſemicirculus f e g ſint t & u, deinde à totali ſemicirculo abſcindat̄ pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime ſuperficies, & acuatur d, centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctum d maneat in eadem ſuperficie ſemicirculi cum lineis productis: nos aūt quātitatem lineæ b e, quæ eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitū appellamus, eſt ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14. præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & ſpiſſitudo eius ſit 7. digitorum, & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40. primi huius, & ſuper ipſum fiat circulus ſecundū quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniā eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum ſuper idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpōdeat primæ, & ſecūda ſecūdæ & ſic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pūcta diuiſionis lineæ rectæ, & rotundet̄ tabula lignea ex trinſecus ſecundū circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædā armilla lignea cuius latitudo eſt duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ ꝓfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius ſuperficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis ſuper planam ſuperficiē



latitudinis ipſius:ponatur enim pes circini ſuper terminū lineæ diuidētis circulū,& fiat
ſemicirculus in ſuperficie conuexa armillæ,qui diuidatur per æqualia per 29.tertij,& ꝑ
ducatur à puncto ad punctum linea,palam per 105.primi huius, quoniam illa linea eſt
perpendicularis ſup ſuꝑficiē latitudinis,quæ pars eſt baſis columnæ,& eodē modo à ter
minis illarum diuidentium producantur perpendiculares in ſuperficie armillæ conca-
uæ. In qua etiā ſuꝑficie ex parte planæ ſuperficiei nō diuiſæ ſumatur altitudo duorū di-
gitorum,& in perpēdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis, fiant ſigna,
& ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ, immiſſa ta-
bella ænea,ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ im-
miſſa tabella ænea quantitatis circuli f e g,uel alio modo prout conuenientius poſſit fie-
ri,& ſecundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia ſigna intra illos duos digi
tos,& circumducatᷣ circulus æq̄diſtans priori circulo ſecundū quantitatē ꝓmiſſam me-
dietatis grani ordei,& ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorum illorum digi-
torum,ſecundū profunditatem ſemicirculi ænei a b c,ſignentur alia pūcta in prædictis
perpendicularibus,& iterū fiat circulus ſecundū illa pūcta, & excepto per aliqua inſtru
menta illo corpore ligneo inter hos duos ſecūdos circulos exiſtente, fiat concauitas uni
us digiti profunda, & coaptetur huic cōcauitati ænea ſemicirculi portio,quæ eſt p b q,
quæ intrabit concauitatē uſq; ad portionē minoris circuli quæ eſt t e u, ideo quod di-
ſtantia iſtorum duorum arcuū eſt unius digiti,& eadem eſt profunditas cōcauitatis fa-
ctæ in tabula lignea,fiat aūt taliter ut ſuperficies circuli f e g,diuiſa per lineam à centro
d,ad circumferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ, diuiſæ; lineæ itaq;
perpendiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ, tangent lineas diuiſionis circu-
li f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in conuexa
ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpen
dicularium productarum ſecundum diſtantiā duorum digitorū ab ipſa plana ſuperficie
nō diuiſa,& poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorū, fiant circuli, quo
rum cuiuslibet diameter ſit æqualis quantitati grani ordei,& ſecundum illorum circulo
rum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipſorum coapte-
tur baculus ligneus,qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget ſe-
micirculi f e g ſuperficiem,quoniam ut patet ex præmiſſis centrū cuiuslibet illorū circu-
lorum paruorū, erit in circūferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillæ,
à quo diſtat ſuperficies circuli ænei qui eſt f e g,ſecundum quantitatem medietatis gra
ni ordei.Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata,cuius diameter ſit æqualis diame



tro armillæ ligneæ, & perquiſito puncto medio ipſius p 40.primi huius,ab
illo puncto medio circūducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e,
& hic circulus erit æqualis circulo f e g,& baſi concauitatis armillæ. Item
ſuper centrum huius circuli fiat quadratum,cuius latera ſint quatuor digi-
torum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ,
quod poteſt fieri per 41.primi huius,& fodiatur hic quadratum ad ꝓfundi
tatem unius digiti,& planentur omnes ſuꝑficies concauitatis ſuæ, ut fiant
rectangulæ,& fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur im-
mobiliter baſis armillæ,ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur con-
cauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum ſpiſſa,
cuius baſis diameter ſit æqualis quātitatis grani ordei, ſicut diametri fora-
minum,& ponatur illa columna in prius factis foraminibus,quæ cū peruenerint ad con
cauum armillæ,continget lineas in circulo f e g productas, fiat aūt in capite columnæ
quodcūq; artificium, non permittens columnam intrare niſi ad locum determinatum,
& ut firmius ſtare poſſit,modicum ceræ ſibi circumponatur,etiā tantæ longitudinis co
lumna,ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g,contingere poſſit latus quadrati cō
caui in tabula lignea,quod eſt æquediſtās lineæ r s,ductæ in ſuperficie circuli ænei. De-
inde fiant ſeptem regulæ ligneæ planæ æquediſtantiū ſuperficierū orthogonaliū,æqua-
les & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex, latitudo quatuor,& ſpiſſitu

do com-

do cõmunis, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit, & una ipsarũ adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat super fundũ quadrati concaui, & ut faciliter intret sine compressione, ducatur'q; taliter ut punctus d, centrum scilicet circuli a b c, contingat unam superficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à pũcto signato x, producatur in extremitatẽ regulæ linea æquedistãs longioribus lateribus regulæ, quæ sit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pũcto x signato, sumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pũctum z, erit itaq; z medius pũctus longitudinis regulæ, centris'q; foraminum oppositus directe, centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & distant à base armillæ per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadẽ base per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unũ, & quia ab extremitate regulæ usq; ad punctũ z, sunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ est tantum sex digitorum, patet quod punctum z, est medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctũ z, lineæ æquedistans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ sit c q, est itaq; linea longitudinis regulæ quæ est b p, diuisa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ sunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pũctis k & y, semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y, perpendiculariter super lineam longitudinis b p, æquedistanter lineæ c q, sic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuisa in quatuor partes æquales, & hoc modo om̃es aliæ sex lineæ diuidantur, et factum est quod proponebatur.

X.

In speculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partẽ reflexio: semperq; angulum incidentiæ æquale esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmisso sit trium digitorum, & concauetur regula præmissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulæ circulariter ad quãtitatem diametri speculi, & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, aptetur'q; taliter, ut una fiat superficies speculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis speculi directe superponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem superficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam superficiẽ speculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod est acumen tabulæ æneæ cadat super speculum, & tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obstruentur om̃ia foramina instrumẽti præter unum, quod oblique super regulæ superficiem declinet, & sit exẽpli causa foramẽ correspondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio solis, & melius est si radio solis per fenestram domus intranti. Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & si foramen illud puncti h aperiatur, & cũ foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur recte radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autẽ b d l est æqualis angulo b d h, ut patet ex hypothesi in præmissa, ergo angulus l d a est æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a est æqualis toti angulo b d c, quia uterq; est rectus. Si etiam imponatur foramẽ aperto columna ferrea concaua, de qua præmisimus, descendit lux per columnæ cõcauitatẽ ad speculum, & reflectetur in foramine respiciens æqualem angulum ut prius. Et si ad secũdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, semper tamen erit debilior lux per columnam descendens quàm sine columna per ipsum foramen descendẽs, & illud est experimentandi modus, si aliquod foramen cum cæra obstruatur, & circa centrum eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in simile spacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate respicientis, & si concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo secũdum centrum suæ basis, descendet lux p axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, & reflectetur semper æqualitate angulorum in omnibus obseruata. Et si aptetur instrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, semper enim declinatio linearum reflexionis est æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ est linea media longitudinis regulæ, est orthogonaliter sup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquedistantem lineæ c q, quoniam illa est cõmunis sectio superficiei regulæ & superficiei fundi quadrati concaui æquedistantis superficiei a b c circuli ænei, & linea media superficiei fundi æquedistat lineæ d b, quæ est media diameter circuli, & quia linea quæ est communis sectio semicirculi a b c, & superficiei regulæ in qua est linea latitudinis regulæ & æquedistans communi sectiõi superficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, est erecta super superficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquedistanter superficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ diameter d b est perpendicularis super lineam b x p, cũ secent se in puncto d, est ergo linea d b erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum, quia superficies circuli a b c est æquedistans superficiei circuli transeuntis per centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminũ à superficie circuli a b c, est eadem scilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero transiens centra omnium foraminum secat columnã ferream per axem, est ergo axis columnæ in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in superficie circuli a b c à centro d, ad circumferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearum, palam per præmissa, quia axis columnæ æquedistat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcũq; foraminũ columnã descendẽte, semp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, linea uero z d b, semper est perpendicularis super superficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipsius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n, est æquedistans lineæ d n, & similiter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, signatis in circumferentia a b c, omnes enim semidiametri foraminum sunt æquales & æquedistantes lineæ z d, per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendiculares super superficiẽ circuli a b c, quoniam sunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, sunt æquedistantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod est z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficiebus æquedistantibus contenti sunt æquales, & si à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquedistans lineæ d b, diuidens angulum linearum secum concurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propositum.

XI.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ipsum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est speculum planum erecta super fundi quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui respondet semidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat solus pũctus qui est terminus axis eius qui immittat ur foramen ad speculum, signeturq; incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, cadetq; radius super pũctum signatũ, & circa ipsum efficiet circulum, signetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & secundum quantitatem lineæ interiacentis puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux descendens per axem reflectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totalis reflexio luminis

inci-

incidentis,quamuis autem uideatur lux circularis circa basem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio,& quamuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo,palamq; fit illam lucem apparere per reflexionē, nō tamen accidit hoc p reflexionem radij perpendiculariter incidentis,qui est axis illius pyramidis luminosæ; sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique speculo incidentiū, qui etiā secundum modū suæ obliquitatis ad partes oppositas,& nō in se reflectunt, qđ patet,si obturetur per cærā utraq; basis foraminis,facto modico foramine secundū axē, tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem basem foraminis,patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod si regula in qua situm est dictum speculum planū aliquantum retrorsum inclinetur, tūc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi,uidebiturq; lux reflexa à medio foramine remora secundū medium declinationis speculi,semper tamen centrum lucis cadet super lineā ductam in concaua superficie armillæ perpendicularem super superficiem a b c circuli ænei, & descendentem per centra basis foraminis medij,hoc enim secat semper lucem circularē reflexā & diuidit circulum eius per mediū,& si regula ad latus dextrum uel sinistrum declinet, semper radius secundū hoc obliquabitur,regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem basem foraminis ut prius,patet ergo propositū, semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissum.

XII.

In sphæricis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis,ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphæricum conuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphæræ,cuius diameter sit g,sex digitorū assumptorū ut prius,& inscribatur ei linea æqualis semidiametro per primam quarti huius, itaq; erit corda trium digitorum,ducatur quoq; à centro sphæræ semidiameter perpendiculariter super illā cordam per 12.primi,& producatur ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4. primi,& p 27.tertij,eritq; suus uersus minor medio digito,abscindatur itaq; illa minor portio circuli,& secundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur speculum,qđ liniatur & poliatur planissime extrinsecus, assumaturq; regula lignea simul penitus prius sumptæ in omni lineatione & creatione,& facta concauitate in linea ad modum speculi,applicetur speculum regulæ ita ut mediū punctū conuexi speculi cadat super z medium punctū regulæ,& sit in superficie ipsius regulæ quod potest sciri per applicationē alterius regulæ uel alicuius ut placuerit.Erigatur quoq; regula cū speculo orthogonaliter super fundum quadrati,ut in speculis planis,& operatione priori reperitur,& luce p foramē obliquādo uel mediū descendente fiat reflexio ut prius,& similiter fiet si regula declinetur.Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico conuexo incidentes,per diuersas lineas obliquas reflectuntur,& quæ secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt reflectentur in se ipsas, & semp angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis,qđ proponebat.

XIII.

In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphæricum ut supra,& secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planissime intrinsecus,& assumatur alia regula lignea similis priori,& coaptetur ei speculum taliter,ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ,& centrum illius circuli cadat in punctum z,& linea c q, quæ diuidit superficiem regulæ per æqualia,continuetur diametro basis speculi,& fiat istorum diligens inquisitio per artificium quod industriæ experimentantis committimus. Immittaturq; regula cū speculo ipsi instrumento ut prius,& fiat operatio similis omnino priori,sic tamen ut semp pun-

 ctus d,

ctus d, qui est centrum semicirculi ænei, cadat super medium punctũ speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concauis obseruandum. Declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & resecetur portio circuli basis illius columnæ ut prius in speculis sphæricis, fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum, & secundum cõcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utrasq; bases, eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti: hoc itaq; speculum optime politum uisui conuexæ, applicetur uni regularum simili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctũ regulæ qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per æqualia sit in superficie regulæ, & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per æqualia diuidatur & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio similis priori. Demonstrabiturq; angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut supra, nec est in aliquo à passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur secundũ partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo ꝓpositũ.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculũ pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi colũnaris, erit ergo corda illius basis triũ digitoꝝ, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit aũt linea lõgitudinis speculi quatuor digitoꝝ & dimidiũ, & hoc optime exterius politũ, applicetur uni similiũ regularũ taliter cõcauatæ, ut medius pũctus eius sit sup pũctũ z medio pũctũ regulæ, & ut acumẽ eius sit in termino lineæ b p, & linea diuidẽs portionẽ pyramidalẽ p æqualia q̃ scilicet à uertice pyramidis ad mediũ pũctũ arcus basis ꝑducit, sit in sũpficie regulæ. Immissa quoq; regula cũ speculo in instrumentũ fiat opatio ut prius, & accidũt oia quæ in speculis colũnaribus cõuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiõis, & radius sẽp reflectitur in seipsum, ut patuit in pmissis, patet ergo ꝓpositũ.

XVI.

In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreũ speculũ colũnare cõcauũ, cuius cõcauitas sit omnino æqualis prioris columnaris speculi cõuexitati, sitq; optime secundũ cõcauitatẽ arcus portiõis basis interius politũ, & hoc applicetur uni lineaꝝ similiũ cõcauatæ ut prius, taliter, qđ cordæ arcus utriusq; basis cũ extremis lineis lõgitudinis sint in sũpficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq; oia q̃ in speculis columnaribus cõuexis accidebãt, & ꝑ hoc patet ꝓpositum.

XVII.

In pyramidalibus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius cõcauitas sit omnino æqualis

præmissi

præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, applicetur que uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctũ z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorũ & dimidij, restat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoque regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accidentque omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in se ipsos. patet ergo propositum, palam itaque ex præmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunque speculis politis regularibus, ut sunt hæc septem specula, semper radius super lineã rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquẽ demonstrationis modum ad ipsius scientiã perueniri, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunque, sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu.

Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoque uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quòd lineæ f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficiei speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neque æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad superficies speculorũ est naturalis, quĩ fit operæ naturæ, sicut et oĩs alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum à superficiebus speculorum ad uisum est puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totũ quartũ huius nostræ scientiæ librũ. Est aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffusio formæ & reflexio & cõprehensio quæ fit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositũ, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cũ possit melius & certius fieri secundũ lineas breuiores.

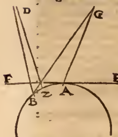
XIX.

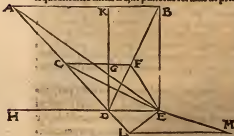
Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oĩbus lineis ab eisdem terminis super eandẽ superficiem speculi, pductis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic pponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, potest demõstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quæcũque, in qua sit pũctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit aũt nũc exempli causa speculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoque contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistãte lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nõ. Esto itaque punctũ oculi f, & protrahatur linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis sup speculi superficiẽ p 12. undecimi, q̃ ptracta, quia secat angulum c d f, patet p 29. primi, quoniam ipsa secabit lineam c f, est enim in eadem superficie cũ illa. huius ergo perpẽdicularis, pducta ad lineã c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam e f & æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

 æqua

æqualis f d e angulo, dēptis illis angulis æq̄libus à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniā trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctū g sunt recti, palam per 32. primi, q̄m angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latus d g æquale est sibiipsi, erit latus f d æquale lateri c d, ductisq; lineis f e & c e super punctum e punctū lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ c f, patet quod linea c e est maior quàm linea f e, p 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d, restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quod linea c e sit maior quàm linea f e, et quia super eandem basem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatur enim linea c d ultra punctū d, in cōtinuum & directū ad punctū l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigoni c f e, pducatur ultra punctū e ad punctū m, donec linea e m sit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cōmunis, ergo per 4. primi, est linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m est maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur linea b a æquedistans lineæ h d e, q̄ est in speculi superficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cōtinentes æquales angulos cū linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erūt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, pducta perpendiculari d k à puncto d, cōparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut patet secundū præmissa.





Cū enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erūt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iūctis, ergo cū a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, sint lōgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̄ sunt a d & d b, ergo dēpto hincinde ipso a c cōmuni, remanebūt lineæ c e & e b maiores q̄ lineæ c d & d b, quod est ꝓpositū. Et eodē modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis cōuexis, sit ergo speculū nō planum cuiuscūq; figuræ cōuexæ placuerit, & sit nūc exempli causa sphæricū conuexū, quia idē accidit in alijs, & sit h a b sitq; centrū uisus g & punctū uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cōtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliū speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b, dico quòd lineæ g a & a d

& a d ſunt minores lineis g b & d b, quõ enim angulus cõtingentiæ quæ eſt h a e æqualis eſt angulo b a f, uterq; eſt eñi minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g eſt æqualis angulo f a d, ſit punctus in quo linea g b, ſecat lineam contingentem, quæ eſt e f punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, eſt maior angulo e z g, ergo angulus d a z, eſt maior angulo g z a. Sed angulus d z f, eſt maior angulo d a z, ergo angulus f z d, eſt maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, ſunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, ſunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, eſt maior q̃ linea g z, ut totum parte, linea uero d b eſt maior q̃ linea d z per 8. tertij, patet ergo ꝓpoſitũ uniuerſaliter in ſuperficiebus quorumlibet ſpeculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, poteſt per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonſtrari, q̃ in alijs oſtendimus, ꝙ lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, poſſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis, & hoc propoſuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiuſdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuſcunq; ſpeculis facta, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uiſa per quodcũq; ſpeculum planum uel conuexũ uel concauum, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eiſdem punctis utpote à puncto rei uiſæ, & centro uiſus ad ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi productæ breuiſſimæ ſunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus ſuperficies ſpeculorum, & cum perpendicularibus à punctis ſui cõcurſus productis ſuper ſuperficies ſpeculorum, ut patet per præmiſſam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uiſæ producta, eſt angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uiſus producta, eſt angulus reflexionis, patet ergo quod angulus incidẽtiæ ſemper eſt æqualis angulo reflexionis, à quocunq; ſpeculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis ſpeculis quibuſcunq;, ſit enim aliquod ſpeculum conuexum, in quo ſit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinſecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & ſit punctus rei uiſæ b, cuius forma à puncto b, ſpeculi conuexi reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto k, eritq; per præmiſſam angulus h b f, æqualis angulo k b g, ſed & angulus a b f, eſt æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam ſunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui eſt angulus incidentiæ in ſpeculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui eſt angulus reflexionis, patet ergo propoſitum. Vniuerſaliter enim in omnibus ſpeculis cõcauis hæc demonſtratio poteſt coaptari, eſt aũt hoc rationale, ſi enim linea incidentiæ quæ ſit exẽpli cauſa a b, lineam rectam c b d, protractis in ſuperficie plani ſpeculi, uel contingentem ſuperficiem conuexam uel cõcauã alicuius ſpeculi ſine reflexione penetraret in puncto b, uſq; ad punctũ e palã p 15. primi, q̃d angulus icidẽtiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, ſi ergo fiat reflexio ſecũdũ lineã b f, couenietius eſt ut fiat ſecũdũ angulũ æqualẽ illi contrapoſito q̃ ſecũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si eñi pũctus c & d, exiſtẽtibus ĩmotis linea c d, imagineť reuolui, tunc eñi linea e b, ꝓpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet ſuper lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propoſitum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiuſdem lineæ remotiora à puncto reflexionis poſſunt reflecti ad uiſum, ſicut puncta eiuſdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuerſaliter enim oĩa puncta eiuſdem lineæ ſecundũ æqualẽ angulum reflecti poſſunt, & hoc ꝓpnebať.

XXI.

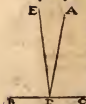
Omnes formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscunq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiei speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit secundum eandem lineam d a: dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio, tūc cum angulus incidentiæ semper sit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam & in proposito angulus incidentiæ sit rectus, infiniti quoq; sint anguli recti ordinales super punctum d, nec sit declinatio formæ plus ad unum punctum superficiei b c, q̄ ad aliud, æqualiter enim se habet linea a d, quæ est linea incidentiæ ad punctū b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta superficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiā positiōis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quòd fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

Inter puncta formæ superficiei cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiē, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

Declaratum est enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, omēs enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiei totius speculi, eo q; ad omnem positionis differentiam fit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficie: quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiem formæ corporis terminatæ, quæ superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot fiunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatæ, quæ fit basis omniū illarum pyramidum, & sunt omnes istæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis superficiebus existentium potētia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formæ speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum æqualem distantiam, omnes puncti alij circumstant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propositum.



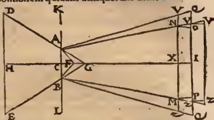
XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum à speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur à speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentq; ipsas formas à speculis ad uisum, tunc quælibet imago uidetur loco suæ rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut præostensum est secundum secūdam huius, ab omni corpore colorato præsente luce, color ad corpus oppositum politū mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflectentur ab illis ad res ipsas, & deferent

secum

rerum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuscuiusque rei, quorum unam offerret uisui ipse uisualis radius reflexus, & aliam ipse radius formæ rei incidens speculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à speculo ad uisum, quod totum est impossibile sensui. Sed sermo ad eius oppositionem quidam antiquorum demonstrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præsenti proposito applicamus. Sit itaque exempli causa speculũ planum erectum super superficiem horizontis orthogonaliter, in quo sit linea diuidens superficiẽ speculi per æqualia, quæ sit a b, & sit centrum uisus g, à quo ducatur linea g c, perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi. Sit itaque ut linea g t, cadat super lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis super



lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, ergo per 26. primi, & per hypothesim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaque lineæ g a & g b, ultra speculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, sint æquales, & coniungatur linea d e, producaturque linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmissa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, sunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, sunt æquedistantes, & lineæ h e & t h, æquedistantes, producaturque linea t h, ultra uisum g, donec linea t i, sit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquedistanter lineæ a b, & sit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, est æqualis ipsi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis est sibi ipsi, erit superficies a b & d o, æqualis superficiei a b d e. Supposita enim nec excedit nec exceditur, linea ergo u a, est æqualis lineæ a d, & z b est æqualis ipsi lineæ b e, & angulus a u z, æqualis est angulo a d e, & angulus d z b, est æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmissis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & similiter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, est æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, est æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaque centrum uisus quod est g, appropinquet superficiei speculi, & lineæ a b, ut si perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui est g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uisu superficiei speculi non uidebuntur extremitates rei prius uisæ, quæ sunt u & z, secundum extremitates speculi, quæ sunt a & b. Sed & uisu persistente in puncto g, & linea u z, approximante speculo usque ad punctum x, quod sit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ sunt u & z, sed solum aliqua puncta ipsius, in quibus radius g a, uisualis reflexus à superficie speculi secat u z, quæ sint puncta m & n, erit enim linea n m, minor quam linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquedistantibus, & perpendicularibus, quæ sint n o & m p, & si linea u z elongata fuerit à superficie speculi, nullum eius punctum uidebitur secundum radios a b & u z, quia alij radij uisuales à punctis extremis illius speculi, quæ sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, sed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquedistantibus quæ sint u u & z z, non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquod punctorum lineæ u z, quod est contra experientiam & sensum; accidit enim extrema rei approxima

tæ &

tæ & elongatæ in speculo qñcũq; uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscũq;, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIIII.

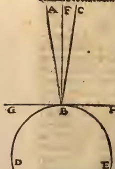
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quòd autẽ forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscũq;, intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam; & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodẽ puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem speculi non possunt simul informare, uidetur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum; multa quoq; alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidẽtes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoq; uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiẽ, uel sup superficiẽ illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineã incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscũq;, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundũ lineam perpendicularis super superficiem speculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiei reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillã instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiei circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus: reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, fiunt



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis sup lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidētis, & linea d b, est erecta super superficiē regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoq; speculorū, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

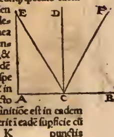
In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel superficiei in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit ēm ut forma puncti a, incidat superficiei alicuius speculi secundū punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitq; aliqua superficies plana contingens speculum secundum punctum b, cōmunis aūt sectio huius superficiei & superficiei reflexionis, sit linea d b e, angulū uero a b c, diuidat lineā b f, per æqualia. Dico φ linea f b, est necessario ꝑpendicularis super lineā d b e, qa enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus ēm incidentiæ a b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palā φ totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionē lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sicut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cōtingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquitr qd' anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idē linea f b, ꝑpendicularis sup lineā g b, & sup lineam d e, cū itaq; linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est recta super superficiē speculi, uel sup superficiē speculū in puncto incidentiæ contingentem, & cū ipso sit sup ipsaꝝ cōmunem sectionē perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiē speculū in illo puncto cōtingentem, continet ēm cū omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & qm̄ eodē modo potest fieri declaratio in sectionib. patet ergo ꝓpositū.

XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq; centrū uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriusq; cōsistere est necesse: ex quo patet lineā ꝑpēdicularē à pūcto reflexiōis ductā, omibus supficieb. reflexionis illi pūcto incidētib. cōem esse.

Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis; sup superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est sup superficiē speculi, à quo fit reflexio: cū aūt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cōprehensæ, & terminatr in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palā quòd hæc tria puncta sunt in eadē superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quam per 25. huius supficies reflexiōis est erecta, qm̄ & in illa supficie est tota ꝑpendicularis, cū. n. ipsa ꝑpendicularis in puncto reflexionis secet lineas incidētiæ & reflexionis, cū qbus ipsa ex diffinitiōe est in eadem supficie, ergo ꝑ primā 5. terminus ꝑpendicularis supior necessario erit i eadē supficie cū



punctis prædictis. Si enim illa perpendicularis ad punctũ alium extra ſupficiem reflexionis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qđ eſt contra diffinitionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſſibile, linea enim à puncto reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem puncto producta continet angulũ rectum & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminanĩ, fit rectus maior recto. Sed per eundẽ modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̃ oẽs ſupficies reflexionis quæ tranſeũt idem punctũ reflexionis, & aliquẽ punctũ formæ cõprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuũ terminenĩ, ſemp̃ tranſeunt eundẽ terminũ ꝑpendicularis, qm̃ oẽs ſunt erectæ ſup̃ ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſup̃ ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto reflectionis cõtingentẽ, palã qm̃ oẽs ſecant ſe in ꝑpendiculari, eſt ergo ꝑpendicularis ab oĩbus cõmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandũ, Sit.n. ſupficies ſpeculi cuiuſcũq; a c b, in cuius punctũ c, incidat radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineã f c, & reflectaĩ ad centrũ uiſus qđ ſit e, per lineam c e, extrahaĩ ꝗq; perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c, quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligiĩ ꝗq; à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſup̃ ſuperficiem b c a, ut ei cõtinuã per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritq; linea e a, æq̃diſtans lineæ d c per 6. undecimi, qm̃ ambæ ſunt orthogonales ſup̃ eandẽ ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b d, & qm̃ lineæ d c & e a, ſunt æq̃diſtantes, palã per primã primi huius, qa ſunt in eadẽ plana ſupficie, & linea recta a b, cũ utraq; illaꝝ lineaꝝ. ſ. d c & e a, cõtinebit angulũ rectũ, & erit in eadem ſupficie cũ utraq; ipſaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cũ his ambabꝰ lineis q̄ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionẽ anguloꝝ rectoꝝ, & qm̃ linea incidentiæ & reflexiõis cũ perpendiculari d c, ſunt in eadẽ ſupficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuperficie cũ ductis perpẽdicularibꝰ, oẽs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadẽ ſuperficie, quatuor ergo p̃miſſa puncta ſunt in eadem ſuperficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̃ inſpecto ꝗcũq; alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemp̃ accidit idem ſitus lineaꝝ radialium cũ ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſq; kathetis & incidentiæ & reflexionis per primã 5. patet ergo ꝓpoſitũ, & ex hoc patet 9. corrella. ſatis manifeſte.

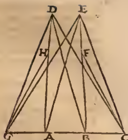
XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidẽtis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

Sit ſuperficies cuiuſcũq; ſpeculi, in quo cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua, & ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrũ uiſus punctũ e, ſitq; kathetus incidentiæ g d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quòd in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cũ linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Similiterq; deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impoſſibile, non ſit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neq; ab aliquo punctorũ lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in

puncto

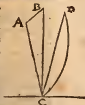
puncto f,erit ergo per præmissam linea e f, perpendicularis super lineā a c,trigoni ergo b f c,duo anguli sunt recti,quod est impossibile,ut prius,& eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineæ a b c, ultra punctum a, ut à puncto g,ducta linea g h,angulum d g e,per æqualia di uidente,patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet refle xio ab aliquo punctorum lineæ a b,uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis,quod est propositum in speculis planis,& patet uniuersaliter in omnibus reflexioni bus à speculis,quibuscunque,quia danti oppositum eadem im possibilia sequantur,ducta corda arcus interiacentis,ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum,& ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies spe culorum,uel lineas quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierū reflexionis,patet ergo propositum.

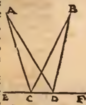


XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cu iuscunque speculi reflecti ad idem centrum uisus,uel à duobus punctis specu lorum planorum uel conuexorum,formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiei speculi inci dente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem,uel perpendiculariter alterius duci su per eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi,quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eo dem puncto speculi ad idem centrum uisus reflecti perpendiculariter. Sed neque est hoc possibile fieri linea incidentiæ obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secun dum lineas breuiores per 18. huius,& om̄is talis reflexio ad uisum & ipsa rum comprehensio fit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24 huius,illæ ergo duæ formæ si ad unum punctum quod est centrū oculi incidunt,& ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus fo rum formarum fit incidentia,quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas inci dentiæ,quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uisum, uidebūtur unus punctus,& sic erit confusio formarum in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum re flecti,qui est centrum uisus,& uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuer sitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi:Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uisus terminantur,ut si à duobus pun ctis formæ incidentiæ speculo,quæ sunt a & b, incidunt eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c,& b c,& ab illo reflectentur ad idem centrum uisus quod sit d, sequitur ad huc si ab uno puncto reflexionis c,diuersæ formæ punctorum a & b, ad centrum uisus d perueniant,duas lineas rectas quæ sunt c d,superficiem includere, quod est impossibi le,patet ergo propositum. Sed neque à duobus punctis alicuius speculi plani uel conue xi ad idem centrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uisus b, à duobus punctis specu li plani uel conuexi cuiuscunque, quæ sit c & d, signata super lineam quæ est communis





sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexũ quæ sit e f, cum ergo per 14. huius, secundum dispositionem linearum reflexionis uisus semper informetur, tunc forma puncti a, quæ est indiuisibilis occurret uisui ut forma lineæ c d, quæ est diuisibilis linea, non ergo occurret uisui nisi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto speculi, neq; unum punctũ formæ a duobus punctis speculi plani uel conuexi possibile est reflecti, quod est propositum.

XXX.

Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunq; formam unius puncti rei uisæ, ad duos uisus non est possibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uisum ꝓcedens si cum perpendiculari erecta a puncto reflectionis super superficiem speculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam ꝙ non potest in eadem superficie alia linea sumi, quæ æqualem angulum efficiat cũ ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiusdem pũcti ad uisum alium, oportet igitur ut a diuersis punctis speculi cuiuscunq; fiat ad uisus diuersos reflexio, & quoniam duo tantum sunt uisus, oportet ad minus ut a duobus punctis superficiei speculi cuiuscunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus, patet ergo propositum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuscunq; speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti, & a diuersis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, solum formæ unius pũcti incidentis ab uno tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus, est tamẽ possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidũt, & secundũ diuersos reflectũtur, ergo ad puncta diuersa terminanẽ lineæ reflexæ, in quibus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehẽdit ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa, & si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existente immoto, tunc etiam secundum situs sui diuersitatem ab eodem puncto speculi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandem formam uidebũt a diuersis punctis speculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali superficiei speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur, & secundum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuersantur, & quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, quæ sunt eiusdem formæ, accidit ut a diuersis uisibus una forma a diuersis punctis sup̃ficiei speculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum, patet ergo propositum.

XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunq; speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat, & ab eo solo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiei.

Sit centrũ uisus punctũ a, & sit linea quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi cuiuscũq; plani uel cõuexi, & sit nũc exẽpli causa speculi plani data linea b g, sitq; ꝑpendicularis ducta a pũcto a, sup lineã b g, linea a g, sit quoq; ut linea a g, secet sup̃ficiẽ sphæricã cõuexã oculi in pũcto d, dico qđ in tota ꝑpẽdiculari a g, quã tumcũq; ꝓtracta nõ est pũctus q reflectaẽ ab hoc speculo ad cẽtrũ uisus a, nisi solus pũctus d. Si. n. alius pũctus ductæ ꝑpẽdicularis ad uisum reflectiẽ ꝑter pũctũ d, aut ille pũctus est ultra cẽtrũ uisus a, aut sub uisu, si ultra uisum sit ille punctus h, palã ergo ꝙ non

perueniet

peruenict forma eius ad speculum super perpēdicularem h a, propter solidi corporis interpositionem, quod est ultra uisum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pūcti h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad uisum a. Sit illud pūctū b, & sit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est perpendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est ducere duas perpēdiculares super lineam h g, & sup ipsam supficiē speculi quod est impossibile. Sequetur eñ trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qđ est contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d, potest reflecti ad uisum nisi solum punctū d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest dici quòd aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a, quoniā puncta inter centrum uisus, & superficiem eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma in uisum, neq; ab aliquo speculo reflectit̄ ut sentiatur, sed neq; forma alicuius punctoꝝ lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g, ut forma pūcti f, quoniā si illud pūctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impediet reflexionem ad uisum per lineā d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum peruenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherebit sibi, neq; perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto alio speculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idem impossibile quod prius .s. lineas l k & l g, ppendiculares esse sup supficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē, qđ est cōtra 20. primi huius, oīm itaq; punctorū lineæ h g, nō reflectit̄ aliquis ad uisum a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est linea h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū rectum, quoniam omnia puncta circunstantia punctum d, concurrunt in centro uisus a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, linea h g, est semp̄ perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super speculi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quòd hæc quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibuscunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisuum perpendiculariter incidat, potest alij uisui oblique incidere secundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ reflexionis, in speculis uero concauis quibuscunq; est secus.

XXXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineā suæ incidentiæ ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

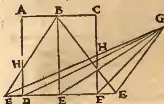
Esto in speculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflectitur in se ipsam propter inæqualitatem angulorū, cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, sed neq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a, fiat enim ut reflectatur secūdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, sed angulus c d b maior est angulo e d a, erit ergo angu-

sus e d a maior angulo c d a, pars suo toto, quod est impossibile, semper ergo secundum angulum maiorem qui in proposito est angulus e d b fiet reflexio, & hoc est propositum.

XXXIIII.

In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisæ reflexio fit inter pūcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisæ.

Sit res uisa per reflexionem à quocunq; speculo, quæ a b c, cuius extrema puncta sint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c sit punctus b, & sit superficies illius speculi siue plana siue conuexa uel concaua fuerit, in qua sit cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f, & sit centrum uisus punctum g, reflectiturq; forma puncti a ad uisum g, à puncto speculi quod est d, & forma puncti c à puncto speculi quod sit f, et forma puncti b, quod sit alius mediorum pūctorum lineæ a b c, reflectatur ad uisum à puncto speculi e, dico quòd punctus e necessario cadit inter puncta a & c, quæ sunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: si eī cadat punctū e extra pūcta d & f, linea ergo b e quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, secabit aliquam linearum quæ sunt a d & c f, quamcunq; illa uero secuerit, sit punctū sectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uisum g, à duobus punctis speculi, quæ sunt e & f, uel e & d, quod in speculis planis & conuexis potest esse impossibile per 29. huius. In speculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur, quod totum est impossibile. patet ergo propositum.



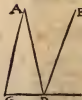
XXXV.

Figura superficiei corporis incidentis & speculi, & situ simili existēte, erit in omni speculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem, ut si utraq; illarum figurarum sit plana & æquedistent, tunc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi pūcto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Si ergo in superficie speculi sit totalis figura superficiei corporis uisi, quod non accidit in speculo alterius figuræ, similiter quoq; sumpta quacunq; speculi parte cuius figura sit similis figuræ corporis, & situs æquedistans erit semper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ sint tales speculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis speculo incidentes, quæ semper ad diuersa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodem speculo comprehendūt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis, sed maxime euidens est in planis, cum enim quolibet puncto superficiei planæ superficiei speculi plani incidente figura partium circunstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis simul reflexio & simul & in eodem modo, & sic fit complementum in speculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.

XXXVI.

In speculis quibuscunq; unumquodq; punctorum conspectorum in katheto suæ incidentiæ uidetur.



Sit speculum quodcunq;, & sit nunc exempli causa planū, quod sit g d, punctusq; uisus sit a, & centrum oculi sit b, & ducatur à puncto rei uisæ quod est a, kathetus incidentiæ quod sit a g. Dico quod imago puncti a, semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri, quod uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi à qua eius forma reflectitur, sic solum

ſolum ſecũdum kathetum ſuæ incidentiæ, forma autem quæ in ſpeculo uidetur eſt imago rei uiſæ, ut patet per diffinitionem, neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum, quoniam aliàs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo neceſſario in ipſo katheto incidentiæ ſuæ, quod eſt propoſitum. In alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe.

Huius exemplum eſt, ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;, tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cũ pyramide extrinſeca quaſi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi, & ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad verticẽ alterius, palam quoniam ipſa erit perpendicularis ſuper baſem uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis uel baſis uiſæ pyramidis æquediſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorũ ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquediſtans ſuperficiei cõtingenti ſuperficiem ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculũ æquediſtat ſuperficiei planæ ſpeculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquediſtanter axi, ſemper incidet ad punctum ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, ſemper orthogonalis ſuper baſes dictarũ pyramidũ, & ſuper ſuperficiem ſpeculi uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum ſpeculo oppoſita cadit in perpendiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicũq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculũ contingentem, uel ſuperficiei cõtingenti æquediſtantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex eſt pũctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem uel una baſium eſt alteri æquediſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad ſpeculi ſuperficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis eſt in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmiſſam, ſed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia qualibet talium linearũ eſt recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis perpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra ſuperficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi, concurrit autem linea reflexionis protracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis. Sed in ſpeculis planis illa perpendicularis æquediſtat katheto incidentiæ per 6. undecimi, ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiem perpendicularis, manifeſtum ergo per 2. primi huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum perpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi. De ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur, & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago, eſt ergo locus imaginis ut proponebatur, hoc autem eſt neceſſario, ideo quia cum medium diſtantiæ inter punctum uiſum comprehenſum & ſpeculi ſuperficiem non ſit uacuum, ſit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formæ corporis medij & reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus retinent essentialem ordinem suarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt sub speculi superficie uel inter uisum & speculũ, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadẽ uniuersalis causa quæ præmissa est, deferens solũ secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarũ diffunduntur p medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiã, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores à speculi sũpficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarũ confundãtur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aëris in situ suo respectu formæ rei per mediũ aẽrẽ uisæ oĩm suorũ pũctorũ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus pquisitæ. Videtur itaq; res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia à sũpficie speculi à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficiẽ ei cõtinua, & secundum hanc fit rei uisæ respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem suæ propriæ quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum suã propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in pũcto concursus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uisus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procemio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarũ linearum, & est quælibet formarum reflexarum à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiæ ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem factam à superficie alicuius speculi, figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter similari.

Quoniam enim ut patet per præmissam locus imaginis cuiuscunq; pũcti formæ uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aũt linearũ concur-

sus di-

ſus diuerſificatur ſecundum figuram ſuperficierum ſpeculorũ à quibus fit reflexio, qm̃ ſecundũ illius figuræ diſpoſitionẽ, fit diuerſitas concurſus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis ſup ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculi cõtingentem in pũcto reflexionis ſuperficiei ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, quarũ perpendiculariũ concurſus diuerſificat concurſum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concurſu fit locus imaginũ ut declaratũ eſt in præmiſſa, habet itaq; ſuperficies ſpeculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uiſarũ quæ ab ipſis reflectuntur, non tamen fit ſemper hæc aſſimilatio ſecundum totã diſpoſitionẽ formarũ, niſi cũ loca imaginum cadunt in ipſis ſuperficiebus ſpeculorum non intra ſpecula uel extra ipſa. Sed & tunc ſecundum aliquod ſimilantur formæ uiſæ ipſis formis uel figuris ſpeculorum, quoniã in ſpeculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & ſic aliqualiter accidit in alijs ſpeculis, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Diuiſa cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, accidit formam unius pũcti rei uiſæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ eſt, quando per diuiſionẽ ſuperficiei alicuius ſpeculi ſenſibilis accidit diuerſitas ordinis & ſitus partialium ſuperficierũ uiſæ, & reſpectu ipſius uiſus ut plurimũ accidit in ſpeculis uitreis plumbatis, ꝑ diuiſionem ab unitate ſuperficiei defacili recedunt, quod nõ accidit in alijs ſpeculis tam faciliter: qm̃ itaq; aliorũ ſpeculorum, ſuperficies ꝓpter diuiſionẽ in ipſis factam ab unitate ſupficiei ſecundũ ſitum & ordinem præmiſſo modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uiſæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuerſi fiunt katheti incidentiæ formæ eiuſdem pũcti rei uiſæ reſpectu illarum diuerſarum partialiũ ſuperficierũ, & ſimiliter diuerſa fiũt puncta reflexionum & diuerſæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiuſdẽ uiſus, & quia locus cuiuslibet imaginis ſemper fit in pũcto cõcurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet ꝑ 37 huius, ideo patet, quod ſecundum numerũ iſtarum linearum, & ſui concurſus formæ eiuſdem puncti imagines numerantur. patet ergo propoſitum.

XL.

In omnis ſpeculi ſuperficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine ſecundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in ſpeculis quibuſcunq; artificio politis. Si em̃ fabricanť in longum ut accidit in ſuperficiebus enſium, tunc facies intuentis uidebiť oblongata reſpectu ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, & ſi fabricanť aliquæ ſupficies ſecundũ ipſarum latitudinẽ, ſi longitudo fabricata ſecundũ ſui latitudinẽ opponitur uiſui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm ſit eius ꝓprietas uera ſecundũ illã diſpoſitionem, & quandoq; uidebitur imago tranſuerſalis ꝓpter tranſuerſalitatẽ fabricatiõis, in oĩbus uero his cauſa eſt unitio maior ſuperficieꝝ ipſarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formaꝝ reflexarum, & ſecundũ illud peruenit ad uiſum, & em̃ ut in principijs huius libri diximus, politio eſt cõtinuitas partiũ ſupficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis, unde cũ ad aliquã differentiã poſitionis illi pori cõplanantur, neceſſe eſt ſecundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & ſecundũ illũ modũ formam uiſam ſecundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, ſecundũ alias uero poſitionũ differentias neceſſe eſt ipſam uideri ſuæ diſpoſitionis ꝓpriæ, uel circa illã, & ſic accidit quædã menſtruoſitas in imaginibus formaꝝ taliter uiſaꝝ, quia ipſarum reflexio eſt æq̃lis hinc inde, & fit irregularis ſecundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens diſpoſitioni formaꝝ reflexarũ, neceſſe eſt ipſorũ ſupficies fabricari ſecundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãſuerſum, ne ſecũdum illos modos formarum ꝓpria diſpoſitio difformetur, patet ergo propoſitum.

XLI.

In omĩ ſpeculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uiſibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocūq; speculorum reflexæ, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerũ uisione, cũ eædem causæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiusdem rei forma ab eodẽ speculo reflexa uni uisuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrit oblique. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secũdum modũ suæ uisionis ad uisum ab aliquo speculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in simplici uisione dictũ est, nõ eñ accidit illud ꝓpter diuersitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiusdẽ pũcti ad ambos uisus, quoniã illa diuersitas aut nulla est, aut nõ est sensibilis, unde nullũ sensibilẽ inducit uisibus errorẽ, sed ambo uisus secundũ illũ unde ꝑueniũt ad uisionem unitatis eiusdem formæ ut posterius declarabitur, patet ergo propositum.

XLII.

Imago rei uisæ motæ in omni speculo moueri uidetur.

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis à quolibet puncto speculi, sup quam fit motus, & quia omnia pũcta rei uisæ à diuersis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisæ secundũ quod ꝑ eius motũ puncta à quibus facta est reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet secundũ ueritatẽ nõ moueatur, sed potius noua imago mutato situ rei uisæ generet̃, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexiois in sup̃ficie speculorũ, patet ergo ꝓpositũ. His itaq; cõmunibus omniũ speculorũ passionibus præmissis, restat ut ad planoꝝ speculorũ passiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

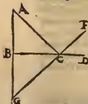
In omni reflexione à speculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales sunt kathetis à punctis suorum terminorũ demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis.

Sit speculum planũ, in cuius superficie sit linea d c e, & sit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducant̃ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b e, dico quòd quæ est ꝓportio a d ad e b, eadem est a c ad b c & d c ad c e, quoniam eñ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c est æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, ꝗ est angulus incidentiæ ꝑ 20. huius, æqualis angulo b c e, qui est angulus reflexionis, erit necessario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum æquales angulos respicientia sunt ꝓportionalia, quæ est ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem est proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam semper manet eadem proportio resultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Forma puncti rei uisæ superficiei plani speculi incidente, locum in quo uisu constituto ad ipsum fiat reflexio inuenire.

Esto punctus cuius forma speculo plano incidat a, & sit linea b c d communis sectio superficiei reflexionis & speculi ducta in superficie speculi, incidatq; pũctus à speculo secundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis super lineam b c d, ꝑ 12. primi, & ꝓducatur usq; ad punctum e, donec ꝑ 3. primi, linea b e fiat æqualis ipsi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uisu existente in quolibet puncto lineæ c f, semper fiet reflexio ad ipsum, et uidebit formã puncti a, copuletur eñ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmissis ambo illi anguli sunt recti, qm̃ ergo per 4. primi, cũ ex hypothesi linea b e sit æqualis ipsi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e sint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, sed per 5. primi, angulus f c d est æqualis angulo b c e, ergo angulus



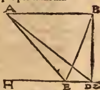
f c d est

f c d est æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c sit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uisu ergo in illa posito fiet reflexio ad uisum, quod est propositum.

XLV.

Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundẽ uisum nisi ab uno puncto tantum.

Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico q̃d ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim à duobus pũctis sit possibile illã reflecti, sint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quæ sit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ sunt b uel a, aut concurrit cum superficie speculi aut æquedistat. Si cõcurrit siue sit perpẽdicularis sup superficiẽ speculi à quo fit reflexio siue non, semper ipsa erit necessario in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficiẽ speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superficiem speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, necessario sunt in una superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie, quoniam si in duobus talibus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus orthogonalibus super superficiem speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam communem huic superficiei & superficiei speculi, erit hæc linea erecta super superficiem speculi per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eandem superficiem speculi, quod est impossibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una sola superficie reflexionis erecta super superficiẽ speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficie reflexionis in qua est linea a b, & similiter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem superficie cũ lineis d a & d b, per secundam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi, extrinsecus em̃ est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus incidentiæ qui est a e h est æqualis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & angulus a d e est æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est angulo a d e, ergo & ipsius æquali, scilicet angulus b d z, quod est contra 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angulus a d h maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile, à solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficiẽ speculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur secundũ ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto, quod si linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in superficie speculi, sed sint æquedistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit æquedistans cuilibet æquedistanti illi lineæ in speculis superficie productæ. Sit ergo æquedistans lineæ b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineæ a b & h z in eadem superficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinsecus angulus erit maior extrinseco, quod est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.



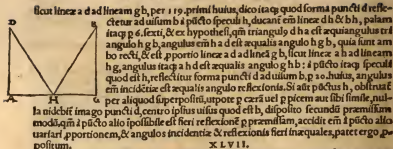
XLVI.

In speculis planis dati puncti uisi ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrũ uisus b, punctusq; rei uisæ sit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiẽ speculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

 sicut

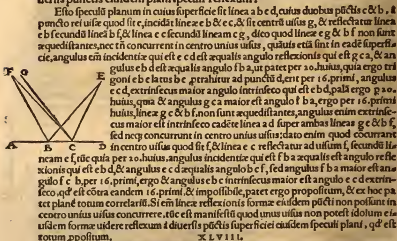
sicut lineæ a d ad lineam g b, per 19. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b à puncto speculi h, ducantur enim lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. sexti, & ex hypothesi, quoniam triangulus d h a est æquiangulus triangulo h g b, angulus enim h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est proportio lineæ a d ad lineam g b, sicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est æqualis angulo g h b: à puncto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, p 20. huius, angulus enim incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Si autem punctus h, obstruatur per aliquod superpositum, utpote per ceram uel per picem aut sibi simile, nulla uidebitur imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundum præmissum modum, quoniam à puncto alio impossibile est fieri reflexionem per præmissam, accidit enim à puncto alio uariari proportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo propositum.



XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quod unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

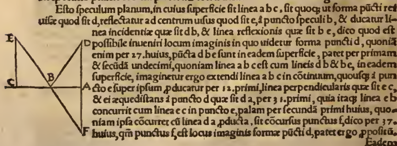
Esto speculum planum in cuius superficie sit linea a b c d, cuius duobus punctis c & b, à puncto rei uisæ quod sit e, incidant lineæ e b & e c, & sit centrum uisus g, & reflectatur linea e b secundum lineam b f, & linea e c secundum lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non sunt æquedistantes, nec tamen concurrent in centro unius uisus, quamuis etiam sint in eadem superficie, angulus enim incidentiæ qui est e c d est æqualis angulo reflexionis qui est g c a, & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c protrahitur ad punctum d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palam ergo per 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non sunt æquedistantes, angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadente linea a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod concurrant in centro uisus quod sit f, & linea e c reflectatur ad uisum f, secundum lineam c f, tunc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui est f b a æqualis est angulo reflexionis qui est e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, sed angulus f b a maior est angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b d intrinsecus maior est angulo e c d extrinseco, quod est contra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc patet planè totum correlarium. Si enim lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti non possunt in centro unius uisus concurrere, tunc est manifestum quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis punctis superficiei eiusdem speculi plani, quod est totum propositum.



XLVIII.

In speculis planis forma puncti ad centrum uisus reflexa locum imaginis inuenire.

Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c, sit quoq; ut forma puncti rei uisæ quod sit d, reflectatur ad centrum uisus quod sit e, à puncto speculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ sit d b, & linea reflexionis quæ sit b e, dico quod est possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniam enim per 27. huius, puncta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secundam undecimi, quoniam linea a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in continuum, quousq; à puncto e super ipsum producatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ sit e c, & ei æquedistans à puncto d quæ sit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum linea d a producta, sit concursus punctus f, dico per 37. huius, quoniam punctus f, est locus imaginis formæ puncti d, patet ergo propositum.



Eadem

XLIX.

Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisi ab eadem superficie super speculum planum existentis.

Sit punctus rei uisæ a, & sit centrum uisus b, & sit c d e linea cõmunis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi, quæ sit a c, quæ producatur ultra speculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ sit a d, & linea reflexionis quæ sit b d, patet ergo per 27. huius, quõ lineæ a d, f d, b d, sunt in superficie reflexionis. & cum linea f d, sit æq̃distans lineæ a c, p 28. uel p 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, est æqualis lineæ a c. quoniam enim angulus b d e, est æqualis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d e, est æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, est æqualis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, sed latus c d æquale est sibi ipsi, erunt ergo cætera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi a g, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & linea c g, est æqualis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c resecari, semper erit in puncto g locus imaginis tñ distans à superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.

L.

In omni reflexione à speculis planis facta, linea à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ reflexionis simul iunctis.

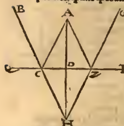
Esto in speculo plano linea a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisæ sit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uisum d, à puncto speculi plani quod sit b, erit ergo linea incidentiæ quæ c b, & linea reflexionis quæ b d, sitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ, Sit ergo ut kathetus e g productus secet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f. sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum æquos angulos continentia sunt proportianalia. Sed latus b f, est æquale sibi ipsi, ergo g b est æquale ipsi b e, ergo linea d g, à centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

LI.

In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cõprehenso, idem erit imaginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisæ, & sit q d z e, linea in superficie speculi plani ducta, sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, super superficiem speculi,

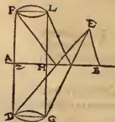
& quia per 30.huius,ab uno puncto speculi ꝓpositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio,sed ad minus à duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c,a c,a z,z g,palam ergo per 25.huius,quia linea b c & a c,& a d,sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi,& similiter lineæ a d,a z,z g,sunt in eadem superficie,& linea d c,est communis sectio superficiei reflexionis,quæ est a d,c b, & superficiei ipsius speculi,& linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d & z g,& superficiei speculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z,fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta,ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunq; super ipsam erectæ est linea una recta per 3.undecimi,tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis,quæ c b & g z,aut erit in eadem superficie cum illis,aut extra illas in alia superficie, quodcũq; istorum fuerit super linea reflexionis,quæ b c ꝓtracta secabit ex perpendiculari,quæ est a d, ultra speculum ꝓtracta partem æqualem ipsi a d,per 49.huius,quæ sit d b,quoniam semper lineæ b c & a d,sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum est,& similiter per 49.huius,linea g z,ꝓtracta ultra speculum secabit ex ꝓtracto katheto ad lineam æqualem ipsi lineæ a d,secabit ergo ipsam in puncto h,imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari,qđ est h, ꝑcipietur ab utroq; uisu,& idem erit imaginis locus,una ergo tantum erit imago,& in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uisibus,in quo puncto uno tantum uisu ꝑcipietur.Si uero puncta c & z,non fuerint in eadem superperficie reflexionis,adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur,& unus tantum erit imaginis locus,ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis secabit ex perpendiculari ꝓtracta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h,qui per 37. huius, erit semper imaginis locus.& hoc est ꝓpositum.Quoniam si centra ambarum uisuum quæ sunt b & g,fuerint ex eadem parte rei uisæ,quæ est a,semper eodē modo est demonstrandum,concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto,& erit idem imaginis locus,& eadem imago uisibus occurret.



LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur,ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

Sit speculum planum,in quo sectio communis sup̃ficiei illius speculi,& sup̃ficiei reflexionis sit linea a b,& duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l,erigaturq; kathetus ꝑpendiculariter sup̃ sup̃ficiem speculi à puncto l,qui sit l h,& à puncto f, kathetus qui sit f z,& erunt z & h,duo puncta in sup̃ficie reflexionis per 27.huius,ꝓducanturq; taliter sup̃ speculum, ut linea h g,sit æqualis ipsi l h,& linea z d,æqualis ipsi f z,sit quoq; centrum uisus e,ducaturq; per 11.undecimi à puncto e, kathetus sup̃ speculum qui sit e b,palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e,ab aliquo puncto speculi lineæ h b,& locus imaginis suæ per 44.huius,est punctum g,tantũ distans à sup̃ficie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum. Similiter forma puncti f,reflectit̃ ad uisum e,ab aliq̃ pũcto lineæ z b,& locus imaginis est punctum d,ducta quoq; linea f l,& linea d g,palam,quia quodcunq; punctum lineæ f l,reflectitur ad uisum e. Similiter locus imaginis suæ est tantum distans à sup̃ficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup̃ speculum,quilibet ergo punctus lineæ f l,tantum uidetur distare sub



re ſub ſpeculo, quantum ipſe punctus in ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g, arcus circuli, & ſemꝑ eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis, linea ergo f l, ſemꝑ apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum, quoniam ſi ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt.

Eſto altitudo uiſa quæ a b c e, ſitq; centrum uiſus d, linea uero communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i, incidatq; forma puncti a, ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineam h d, & forma puncti b, incidat ſecundum lineam b g, & reflectatur ſecundum lineam g d, & forma puncti c, incidat ſecundum lineam e f, et reflectatur ſecundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuerſa, ꝓtracta enim linea e a, quæ perpendicularis eſt ſuper lineam e i, ſuꝑ ſpeculum, & ꝓtractis omnibus lineis reflexionis ad concurſum, cū ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctū l, & linea d f, in punctum l z, palam per p̄miſſam, quoniam linea l z e, æqualis eſt ipſi lineæ e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora ſuꝑficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo, quoniam enim quod eſt ſuperius in altitudine uidebitur inferius, quoniam ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur, & quod eſt inferius in altitudine uidebitur ſuperius, quoniam ꝓpinquius uiſu uidetur, & eodem modo demonſtrandum, ſi linea a b e ſit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propoſitum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent.

Sit d e longitudo oblique diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius qđ eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi, communis quoq; ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſit linea l z a q g, centrūq; uiſus ſit punctus b, & incidat forma puncti d, ipſi ſpeculo ſecundū lineā d a, & reflectatur ſecundū lineam a b, ad centrū uiſus, & incidat forma puncti e, ſecundū lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundū lineam g b, protrahaturq; kathetus e l z, ꝑpendiculariter, & linea reflexiōis quæ eſt b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cū linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, & enim pūctū e remotius eſt à ſpeculo q̃ punctū d, erit linea e q, longior q̃ linea d l z, ergo & linea q l, longior q̃ linea l z m, pūctū ergo illius obliquæ magnitudinis qđ eſt remotius ſuper ſuperficiē ſpeculi, hoc ſimliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur, & qđ ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc qđ ſub ſpeculo etiam uidetur eſſe in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quēadmodū ſe habent, & hoc eſt quod proponebat̃.

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Eſto ſpeculum planum g s t, & uiſa res ſit d b, ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p, lineæ quoq; reflexiõis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g, concurrat cũ katheto incidentiæ quæ d b in pũcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s, concurrat cũ katheto b t, in puncto e, producaturq; linea f e, quæ eſt per 52. huius imago rei uiſæ, quæ d h, apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. qm̃ eni p 33. huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ; patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebiť ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partẽ imaginis, & ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram. Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̃ imago rei uideť ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquẽ alium: tunc eñ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ, & ſemp cum aliqs homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus; ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, fit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum, patet ergo propoſitum.

LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b, lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti, uel aliter quõcunq; diſpoſitæ, quæ ſit b g, ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b, & ſit quadratum, & quia lignum a b, eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28. primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b, ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autẽ conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur, ad idem peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angulꝰ a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d, in continuũ & directum uſq; ad punctũ quod ſit e, & qm̃ linea g b, eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cũ linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, q ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem, ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e, per 12. primi, quæ ſit g e, angulus igitur b e g, erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g, à quo ad punctum d, protrahatur linea g d, à pũcto quoq; d, producať linea cadens ſuper lineam b g, quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g, conſtituto ſuper terminũ lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d, æquediſtans lineæ g e, per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea z d, erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi, & perpendicularis ſup communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d, angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis, & etiam per 29. primi, à puncto quoq; z, ducať linea z h, perpendicularis

dicularis ſuper ſuꝑficiem g b, per 11. undecimi, & ſuper punctũ d, terminum lineæ z d, conſtituatᷓ angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i. & q̃m per 2. primi huius concurret linea d i, cũ linea z b, ideo quia linea d l, producta ultra punctũ d, concurret cũ linea a b, ut patet ex præmiſſis, & per 14. primi huius, ſit ergo linearum d i, & z b, cõcurſus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d. per 31. primi, quæ ſit linea i t, & à puncto b, extrahatᷓ perpendicularis ſuper ſuꝑficiem ſpeculi per 22. undecimi, quæ ſit b q, eritq́ꝫ linea b q, æquediſtans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b, ſuper punctũ ergo b, terminum lineæ q b, conſtituatᷓ angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t: concurret ergo linea b t, cũ linea æquediſtanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2. primi huius, ſit concurſus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaq́ꝫ in tabula in qua eſt linea i t, imago quæcunq́ꝫ placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundũ medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i, & ꝑforetur ſuperficies g b, ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b, cũ itaq́ꝫ centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ꝓpriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16. primi, q̃m angulus g d b, eſt obtuſus, & ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, q̃m nunq́ꝫ erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrũ uiſus, ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33. huius, nunq́ꝫ ergo uidebit quis exiſtens ſecundũ centrũ uiſus in puncto g. propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundũ ſitum, & ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundũ quodcũq́ꝫ punctũ ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam q̃m angulus b e f, eſt maior recto, ſed & angulus f d b, eſt maior angulo f e b, per 16. primi, nunq́ꝫ ergo fiet reflexio ad punctũ f, ſed ſemper ad aliũ punctũ ſub linea. Similiter quoq́ꝫ accedente uiſu ad ſpeculũ ſecundũ quodcũq́ꝫ punctum lineæ g z, præter q̃ꝫ ſecundum ipſum punctum z, nunq́ꝫ uidebit uidens ſui ipſius imaginem, ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex p̃miſſis per 21. huius, reflectitᷓ in ſe ipſam, & ita in pũcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuẽs formã ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã, nõ aũt aliã partẽ faciei, q̃m ſola ꝑpendicularis q̃ eſt linea unica reflectitᷓ in ſe ipſam, & ita ſolius illius puncti fit reflexio, nõ aũt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pũcto g appropinquet ſpeculo ſecundũ punctũ k, cadentẽ inter puncta g & z, ſi à puncto k, ducatᷓ linea ad punctũ d, q̃ ſit k d, palã ꝑ 14. primi huius, & ex p̃miſſis qđ lineæ d k & e g, cõcurrant ultra lineã g k, ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, eſt rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctũ ſub puncto k, à puncto uero z, ut p̃dictũ eſt, fiet reflexio in ipſum punctũ z, ideo q̃a linea z d, æquediſtans lineæ g e, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã d b, per 29. primi, et ex hypotheſi. Similiter q̃q́ꝫ poſito uiſu in quocũq́ꝫ puncto lineæ z b, q̃m à q̃libet pũctoꝝ illoꝝ eſt ducere ꝑpendicularẽ ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ lineã k q, reflectitᷓ illarum q̃libet in ſe ipſam ꝑ 21. huius, palã itaq́ꝫ q̃m cõſtituto uiſu in linea g z, nõ uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius, & q̃a ut dictũ eſt ſola ꝑpendicularis ſecundũ unicũ punctũ reflectitᷓ ad uiſum, nõ aũt alia puncta formæ. q̃a uero angulus i d x, eſt æqualis angulo z d g, & linea z d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d, reflectitᷓ ad uiſum in puncto g exiſtentẽ, & q̃a angulus t b q, eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex p̃miſſis, & linea b q, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, palã per 20. huius. q̃m forma puncti t, à puncto ſpeculi b, reflectitᷓ ad uiſum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectitᷓ à ſpeculo d b, ad uiſum in pũcto g, nõ uidebitᷓ aũt ipſa tabula depicta i t, q̃m eſt ſub ſuꝑficie cui ſuperſtat ſpeculũ & uiſus. Poteſt aũt ſic fieri ut ſecundũ longitudinẽ lineæ z b, ſit factus murus ſuper terrã ad altitudinẽ uidentiũ, q̃ interius ſit cõcauus, ſuperius uerſus ſpeculũ apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

secundum situm puncti g, & sit ꝓhibitus secundũ aliquod mediũ, ne possit propius accedere, tunc enim omnes formæ punctorum depictæ imaginis incident uisui, disponatur ergo taliter per ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur, & sit speculũ situm uersus lumen, ita ut aer circa ipsum sit luminosus, sitq́ tabula depicta similiter lumen habens, quia aliter in tenebris latens non posset uideri, mediante enim lumine formã suam multiplicat per medium, & peruenit ad speculum, & reflectitur ad uisum, palam ergo propositum.

LVII.

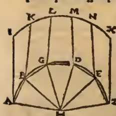
Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sisti, ut in ipso uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud quod alibi agitur, qui locus cameræ in quo sistitur cẽtrum uisus sit signatus puncto a, & sit locus in quo est uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur, signatus puncto b, sitq́ rima siue fenestra in camera uidentis opposito loco b, quæ sit g, & ducatur linea b g, & ꝓducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui sit d, qđ totum potest fieri per astrolabium siue quadrantem uel aliud instrumentum certificationis uisum, uiso enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinulas immotas in punctum cameræ d, ducantur ergo lineæ d a & g a, & diuidatur linea g a, per 119. primi huius, in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e, ad lineam e g, sicut lineæ a d, ad lineam d g. quæ ambæ per instrumenti acceptionẽ sunt notæ, ducaturq́ linea e d, diuidet ergo per 3. sexti, linea d e, angulũ a d g, per æqualia, ponatur itaq́ speculum perpendiculariter erectum super lineã d e, in puncto d, per conuersam undecimæ undecimi, in quo speculo sit linea f h, à pũcto itaq́ speculi d, reflectetur forma puncti g ad uisum a, per 20. huius, ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, distantia enim secundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat, uidebit itaq́ uisus secundum eius centrum in puncto cameræ, quod est a, existens omne quod erit & quod agetur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea, & hoc est quod proponebatur.

LVIII.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum.

Assumatur arcus circuli a z, cuius centrum sit h, & quoniam arcus a z, indefinite assumatur, esto ut ipse exempli causa diuisus sit in quinq́ partes æquales, uel quotcunq́ quis uoluerit partes, ita ut arcui a b, sint æquales arcus b g, g d, d e, e z, & ducantur cordæ a b, b g, g a, d e, e z, quæ om̃es erunt æquales per 23. tertij, & à centro h ducãtur lineæ h a, h b, h d, h e, h z, & ablatis arcubus super cordas a b & b g, & alia erigantur specula plana quadrangula per parallellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, z x, sint æquedistantia, & sint specula continua ad inuicem taliter, ut latera eorum quæ sunt b k, g h, d m, e n, sint cõmunia, sint autem specula adinuicem taliter composita, ut anguli contenti à lineis a i & i k, b k, & k l, g l, & l m, d m & m n, e n, & n ẏ, sint æquales angulis contentis à lineis h a & a h, h b & b g, h g & g d, h e & e z, sintq́ superficies insistentes lineis a b, b g, g d, d e, e z, uersæ inferius, & suppositæ supficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x, & sint superficies superiores inferioribus æquedistantes, hæc enim omnia specula taliter disposita aspectum uniformem habebunt ad uisum existentem in centro h, quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z, ducantur à centro h, ad puncta communia cordis & arcubus, patet per 17. tertij, quoniam omnes sunt perpendiculares super lineas circulum a z, in illis punctis contingentes, ergo



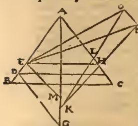
go per 21. huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginũ secundum illas, sed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quæ per 20. primi huius, solum numerantur numero superficierum speculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusq; imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet qd' qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & sic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositæ adinuicem numero & ordine speculorum, quia uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, situetur æquedistans superficiei horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuersetur.

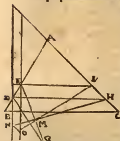
L I X.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculũ planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocunq; illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico qd' reuerberabitur in aliud speculũ quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundũ se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terræ uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliqualiter, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quæ fiunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt aũt idem propositum & aliter melius pateat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, situetur speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quàm punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latus a b, positum in superficie horizontis uel alia quæcunq; superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in pũcto g, aliqualiter eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, posito q; centro uisus in puncto k, patet ex præmissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, inuentoq; per 46. huius, in speculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod sit in uertice uidentis, sit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-

lus m e d, super punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt æquales. quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, sitque punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quæ est linea g m, à superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuscuiusque puncti est in concursu katheti suæ incidentiæ, cum linea suæ reflexionis: producatur itaque à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod est d. per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis est linea d a. Similiter quoque perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quæ e a, hæc itaque linea est kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut præmissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritque punctum quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxygonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxygonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit amplygonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculum a h, non in speculum d e, & hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ ut uolantes.





LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uisibile aliquod, in quo sit pũctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, p 11. undecimi, et pducatur linea a z in continuũ, abscindaturq; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c sit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter sup speculũ d g, et producatur taliter ut linea g s sit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in pũcto m, & speculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g est æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quæ sunt d e & d g, uidẽtur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est æqualis lineæ z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n est æqualis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & à puncto m ad punctũ f, speculi d g, & à puncto f, ad centrum uisus b, à tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.

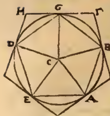
LXI.

Possibile est per quodcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineæ a b describatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quocunq; laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod sit c, ab angulis poligonij quæ sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad bases omẽs sunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatr̃ speculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel si fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter sup lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insistens: ad unum uero angulũ sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrũ uisus, ut sunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f est æq̃lis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus c g b est

 æqualis

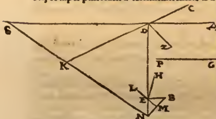
æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis est angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, speculi f h reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus: uisus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositũ. Quod si centrũ uisus sit in puncto c qđ est centrum circuli, cuius periferiam contingunt omnia specula in angulis poligoniorum constituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniã omnes lineæ quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo est propositũ, & si plurima ordinãtur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circunscribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primũ speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a, & punctus rei uisæ b, & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit p g & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint a d & b e, & copuletur linea d e, sintq; exempli causa lineæ b e & a d, perpendiculares super lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & similiter diuidatur angulus b e d, per æqualia per lineã e h, & super punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & similiter super punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l sunt æquales, anguli e m h e l & h e m sunt æquales, quia recti, sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli e d z & z d a sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uisum existentem in puncto a, cum tamen res in qua est punctum b, nõ sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est d a, est semper una, quã uis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à pũcto rei uisæ quod est b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiẽ speculi quæ sit b m secans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens super lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinsecũ æquale angulo l e b

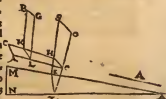


le h extrinseco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h sunt æquedistantes, ergo angulus d e h extrinsecus est æqualis angulo e m b intrinseco per 29. primi, & angulus e b n est æqualis angulo b e h, quia sunt coalterni, sed angulus b e h est æqualis angulo h e d, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b sunt æquales: est autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uisum existentem in puncto d, à speculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis super lineã c d k per 12. primi, quæ sit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, qđ angulus d n k est acutus. Sed angulus n d a est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, sit puncti concursus s, quia itaq; linea d k cadens super lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinsecũ æqualem angulo n k d intrinseco, uterq; enĩ illorum angulorũ est rectus, patet ergo per 28. primi, quòd lineæ n s & z d æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus z d a extrinsecus æqualis angulo n s d intrinseco, sed & anguli s n d & n d z sunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a sunt æquales, ut patet ex præmissis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d, angulus ergo d n s est æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n sunt æq̃les, quia itaq; linea e n est æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s est æqualis illis eisdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctũ s est locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto speculi k d c quod est d, ad uisum existentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt b e & e d, & insuper lineæ reflexionis quæ est d a, & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab imparibus quidem dextra apparẽt sinistra, & sinistra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus a, & linea rei uisæ sit b g, & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit d, fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt e z & h c & k l, reflectaturq; forma lineæ b g, per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto a, sitq; ut punctus b, lineæ b g incidat speculo k l in puncto k, & speculo h c in punctũ h, & speculo e z in punctum e, reflectaturq; ad uisum a secũdum lineam e a, & similiter forma puncti g incidat speculo k l in punctum l, & speculo h c in punctum c, & speculo e z in punctum z, & reflectatur ad uisum secũdum lineam z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h, h e, e a, & g l, l c, c z, z a, sitq; locus imaginis formæ puncti b, in primo speculo quod sit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo speculo sit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In secundo uero speculo quod est h c, linea imaginis sit s o. In tertio uero speculo quod est e z, linea imaginis sit m n, patet itaq; quoniã in quolibet istorũ speculorum tanta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ k c, quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et linea g l, est æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & linea q t est æqualis lineæ t o, linea quoq; s e, quæ est distantia formæ refle-

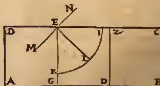


reflexæ à speculo z e est æqualis lineæ e m, quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub illo, & similiter linea o z est æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisi est in puncto cōcursus katheti suæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in speculis planis imago semp est æqualis rei uisæ p 52. huius, patet quod uisus existens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisu quæ est secundum lineas a m & a n est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniā linea a m est æqualis lineæ reflexionis quæ est e a, & lineæ m e quæ est æqualis lineæ e s, secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ est æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k est æqualis lineæ k b, & similiter linea a m n est æqualis lineæ reflexionis quæ est a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palā quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum l k, fit imago formæ rei b g uisæ, quæ est imago c q transmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h c, mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiū imaginis ad dispositionem partiū ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio qđ est e z, imago secūda, quæ est s o, mutat situm partiū suarum, patet quod imaginis m n situs est alius à dispositione formæ rei quæ est b g, in speculis itaq; numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescūq; speculis paribus uel imparibus positis secundū hæc imaginū dispositio uariatur secundū dextrū et sinistrū, patet ergo ꝓpositū.

LXIIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorū suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunq; placuerit quantitatis suorū laterū, dum tñ latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdē speculi inter se proportionabilia, ita ut lōgitudo sit duplata latitudini eiusdē speculi, assumaturq; linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorū speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit a b, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiā primi, quæ sit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter sup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi quæ sit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquedistans lineæ d z quæ sit b c, et producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; à pūcto g, linea g e æquedistans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquedistans lineæ b c et super punctum e, centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis super lineam l e, quæ sit e m, et itē alia quæ sit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ sunt linea una per 14. primi, et sit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorum speculorum planorum rectangulorū & æqualiū angularis coniunctio fiat super lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, superficies illorum cōiunctorum speculorum per æqualia, patetq; quod illa specula non erunt in una plana superficie disposita, perpendiculares ergo à cētro uisus super illa specula ductæ quæ sunt katheti incidentiæ formæ ipsius uidentis, sunt diuersi, posito ergo centro uisus in pūcto d, et motis speculis super lineam l e fixam, uidebit homo seipsum sup unum duorū speculorum uenientem, et in altero recedentem, est enim longi-



longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multã deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamẽ taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificũ ducimus cõmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mechanici reſpiciunt, quàm firmitudinẽ demonſtrationis, fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiõis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro. LXV.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, à pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à ſpeculorũ planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pũcto cõueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacũq;, patet ergo primũ propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cõcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorũ, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo q̃a figuræ hexagonæ replent locũ ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cõiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorũ rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cõcurſus diſtingat à natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicẽ inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circumſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pũcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamẽ quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Atius quo potuimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſupereſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniã quædam paſſionũ ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorũ alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorũ quædã ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora. paſſiones eñi & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorũ deſcendũt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cũ in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorũ deſcendũt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum speculorũ ad uisum fit reflexio. Post tractatũ ergo planorũ speculorum de speculis sphæricis cõuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concauis speculis ꝓsequi dignũ uisum est. Quæ itaq; ad speculórũ sphæricorum ꝓprias passiones ꝓsequendas ꝓmittimus sunt ista. Maius speculũ sphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius sphæræ diameter est maior, & minus cuius minor. Diametrũ speculi sphærici, dicimus diametrũ sphæræ cuius portio est speculũ. Centrũ speculi dicimus centrum sphæræ cuius portio est speculũ. Diametrũ uisualem dicimus lineã à centro uisus per centrũ speculi sphærici trãseuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquedistare speculo sphærico conuexo dicimus, quæ secundũ eius punctũ medium æquedistat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius speculi secundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

1.

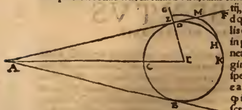
Communem sectionẽ superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cõuexi, necesse est circulũ magnũ uel arcum circuli magni sphæræ esse: ex quo patet q; oĩs superficies reflexionis diuidit sphærã speculi p æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicit̃ supficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã super superficiem sphæricũ speculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ omes lineæ rectæ sunt, patet quod supficies reflexiõis est superficies plana. Omne aũt speculũ sphæricum conuexum, aut sphæra est, aut pars sphæræ, ut patet p 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculũ, ipsoꝝ cõmunis sectio necessario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares sunt superficies sphæras contingentes, necessario transeunt p centrum sphæræ, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ppendicularis super superficiẽ sphæræ positã in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrũ speculi, est ergo illa cõmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphæræ illius speculi, p diffinitionem circuli magni, & hoc est ꝓpositum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs supficies reflexionis trãseat per centrũ speculi, patet manifeste, qm̃ ipsa diuidit sphærã speculi p æqualia, & hoc ꝓponebatur.

11.

A centro uisus ad superficiẽ speculi sphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uisualem diametrũ æqualiter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

Sit centrum uisus punctus a, & cõmunis sectio superficiei reflexionis & supficiei speculi sphærici conuexi sit circulus b c d k, cuius centrũ sit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ sit a d, ducatur & diameter uisualis quæ sit a e, secãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod si diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ est a d, imaginetur æqualiter moueri sup periferiã speculi, seruans semp æqualitatẽ anguli e a d, quousq; redeat ad locũ unde exiuit, q; ipsa motu suo secundũ punctum d, describet circulũ determinantẽ portionem speculi sphærici cõuexi, à qua fit reflexio



omnium formaꝝ ad uisum existentẽ in pũcto a, ab illa parte alia speculi superficiei à qua non fit reflexio, producatur em̃ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra speculum ultra punctũ d usq; ad punctũ g. erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f constituti

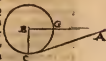
uide-

uidebunt directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangit à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit speculũ, incipiũt pũcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti secundũ lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui est f d g, est æqualis angulo reflexiõis, qui est g d a, dico etiã q à nullo pũcto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uisum existentẽ in pũcto a, & ducat linea reflexionis ad uisum a, q̃ sit h a, hoc ergo nõ potest trãsire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet q illa linea reflexionis quæ est h a, nõ transibit punctũ d, secabit ergo lineã d g, sit ut secet ipsam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ est h a nõ secat angulũ h d f, palam cũ nõ secet arcũ h d, quod secat lineã d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet q duæ rectæ quæ sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile: uel deducatur, fit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cũ linea e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo dispositos, patet q lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositũ dati, patet ergo propositum, quoniam quocũq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.

111.

Opposito uisui speculo sphærico cõuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua, erit cõmunis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphærã speculi p æqualia secante.

Opponatur uisui speculũ sphæricũ taliter ut uisus nõ sit in superficie illius speculi ei cõtinua, dico q pars speculi à uisu cõprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quẽ efficit motu suo radius cõtingens supficiem sphæræ, quia eñ ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad sphæræ superficiẽ cõtingens quasi linea speculũ cõtingens est. Si ille radius imagineť p gyrũ, moueri attingendo sphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ sumpsit motus principiũ, palã per præmissam, quia pũctus contingentiæ in sphæræ supficie circulũ describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphæræ, qm̃ si intelligant supficies secantes se sup diametrũ sphæræ transeuntes polos pdicti circuli & sphæram p æqualia secantes, patet q oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ sunt lineæ longitudinis pyramidis uisiõis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipsi supficiei sphæræ, & his supficiebus planis secantibus sphæris, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia sit p 69. primi huius, circulꝰ q est cõmunis sectio supficiei sphæræ et supficiei planæ transeũtis p uisum a, extra sphærã existentẽ, & p centrũ sphæræ q sit b, circulus c s d, cuius centrũ sit b, sitq; polus circuli intellecti secundũ quem basis pyramidis uisiõis secat superficiẽ speculi pũctus, sed, pducat b a semidiameter ad uisum a, & sit linea b s a, & à pũcto s, cẽtro uisus ducat linea cõtingens circulũ, q̃ sit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q est c, ducať ad centrũ b, linea c b, dico q arcus c s est minor q̃ quarta circuli magni, angulus eñ b c a est rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a est acutus, qa nõ possunt esse duo recti in eodẽ trigono a b c, p 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro existentẽ respiciat arcus c g, palã ergo p ultimã sexti, qm̃ ipse minor est q̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oĩbus pũctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̃ quilibet arcuũ illoꝝ circulorũ est minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphæræ ppositæ, et hoc est q ppone batur. tenet aũt hæc demõstratio in uno uisu tñ, uel in amboꝝ uisibus, dum modo diameter speculi sphærici sit maior q̃ distãtia oculoꝝ, qm̃ istis existentibus æqualibus circulus maior sphæræ erit circulus ppositæ sectionis, & medietas sphæræ uidebitur



debitur. Si uero distantia oculorũ sit maior diametro speculi, plus medietate sphæræ uidebitur, & erit cõmunis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

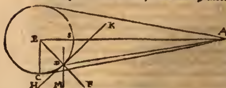
In speculis sphæricis cõuexis secundũ accessum uisuum ad specula circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

Esto eñ speculum sphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & sit centrũ uisus a, sitq́ circulus terminans uisum in supficie speculi q c g h e, dico quod secundũ accessum & recessum uisuũ à speculis illorum circulorũ quãtitas mutaẽ, diminuitur eñ secundum accessum, et augeẽ secũdum recessum. Sit eñ cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, sit erectus sup circulum c g h e, uisam partẽ speculi cõtinentẽ, sitq́ ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq́ p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uisus secundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducaẽ linea k c, & q̃m per 16. secundi huius, longior radius à uisu ad sphærã contingens quasi linea contingens est, patet p 17. tertij, q̃m angulus l k c b est rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, est ergo rectus minor recto, quod est impossibile. Existẽte ergo uisu in puncto l k, nõ terminabiẽ uisio ad circulũ c g h e, sed ad aliquẽ circulum ipso circulo c g h e minorẽ, quia eñ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ sunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunẽ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo p 60. primi huius, qđ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exteriorũ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpositum.

V.

A quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem q̃ in tertia huius, dico q̃ à quolibet puncto portionis oppsitæ uisui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ sibi similiũ arcuũ potest fieri reflexio ad uisum, signetur eñ aliquis pũctus arcus e s, qui sit d, & ducaẽ semidiameter d b, palã per 72. primi huius, q̃m linea d b est perpendicularis sup superficiem planã contingentem speculum in puncto d, cũ itaq́ formæ puncti rei uisæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cũ semidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo qđ transeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra sphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q̃ angulus b d a sit obtusus, ut patet ex præmissis, & p 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea



a d cadat intra lineã a c speculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d ꝓducta secabit sphærã speculi, & supficies cõtingens sphærã in pũcto d, in qua sint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, secabitq́ lineã a b. & quia semidiameter b d est perpendicularis sup supficiẽ b k, e g, speculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angulus b d k rectus, angulus itaq́ b d a maior recto, & angulus f d a minor recto. resecato ergo ab angulo recto q est f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q sit m d f, erũtq́ lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ superficie, pũctus ergo rei uisæ existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctũ d, reflecteẽ ad uisum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent eñ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut ostensum

fuit

fuit per 25. quinti huius, erũt in eadem superficie q̃ erit superficies reflexiõis erecta super superficiem sphæram speculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonstrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus sui similis, hoc est de tota portione speculi uisui opposita, quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demõstrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto supficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui potest fieri reflexio ad uisum sicut proponebatur.

VI.

In omni superficie reflexionis à speculis sphæricis conuexis centrũ uisus & centrũ speculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõsistere est necesse: ex quo patet lineã à centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficiebus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omi em supficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta. s. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uisus, & quia quælibet illarũ superficierũ est erecta sup superficiem speculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipsa pductæ quæ sunt erectæ super superficiem speculi centrum speculi transeuntes per 72. primi huius, manifestum ergo quia quælibet illarũ superficierũ transit centrum spheræ. In qualibet ergo superficierũ reflexionis sunt prænominata 4. puncta corporũ quorumlibet, ex his patet quia cum superficierum planorũ se intersecantium cõmunis sectio sit linea recta, ut patet per 3. undecimi, istarum superficierũ necessario cõmunis sectio erit linea à centro uisus ad centrũ speculi pducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis secundũ numerũ superficierũ reflexionis, hæc duo puncta. s. centrum uisus & centrum speculi in talibus superficiebus semp manent, patet ergo propositum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes secat circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentes.

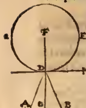
Sit cõmunis sectio superficiei speculi sphærici conuexi, & superficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ sit punctũ g, & sit centrum uisus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ sint e a & e c, palã ergo per 2. huius, qm̃ à toto arcu a b c, fit reflexio ad uisum, sit ergo ut à puncto b, qd' est inter puncta a & c, fiat reflexio ad uisum e, & sit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, pducta ultra punctũ b, secabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus speculi non apparentis quod sit d, ducat eñi diameter uisualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos semicirculos qui sunt f c h, & f a h, ostensum est aũt per 57. primi huius, qm̃ ab uno puncto datum semicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci est impossibile, & cõostensum ibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea cõtingente ducta secat semicirculũ in puncto uno super punctũ contingentiæ & in alio sub ipso, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducatᷣ sub linea contingente linea e b, qm̃ linea e b, secat semicirculũ f c h, in uno puncto super illũ punctũ contingentiæ qui sit d, & in alio puncto b, sub illo puncto c, qui est terminus portionis arcus apparentis uisui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uisui, quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, potest demonstrari, patet ergo quod proponebatur.

VIII.

In omni reflexione à speculis sphericis conuexis linea à centro speculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

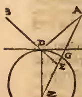
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo propósito sit b, sitq́ cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrũ sit f, & reflectaẽ forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tñ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20. quinti huius, æqlis angulo a d h, q est angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propositum.



IX.

In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ speculi productũ, cõcurrere est necesse.

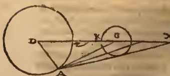
Esto cõmunis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi sphærici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrũ uisus punctũ b, punctusq́ rei uisæ sit a, reflectaturq́ forma puncti a, ad centrũ uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoq; incidentiæ sit a d, ducaẽ itaq; linea à puncto dato a, ad centrum speculi z, quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra speculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ em̃ linea b d, pducta secat angulum a d z, ut patet p pcedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq; punctus concursus e, est aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet p diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcursu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus pter 37. quinti huius, secundũ em̃ utrãq; illarũ linearũ est necessarium fieri uisionem, qm̃ secundũ illam reflexionis forma reflectiẽ ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectiẽ ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidẽtiæ super speculũ sphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̃ omnis ppendicularis reflectiẽ in seipsam, nec aũt ostendemus quod hic pponiẽ. Sit ergo g centrũ uisus & d centrũ speculi propositi, sitq́ g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculũ secans superficiem oculi in puncto k, & incidens supficiei speculi in puncto z, dico quod solius pũcti r forma reflectitur ad uisum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuscũq; datis, quã tum ad ipsorũ reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectiẽ ab alio pũcto speculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, sit illud aliud pũctum a, & ducaẽ linea g a, quæ sit linea reflexionis, ducatur q; linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectiẽ, q sit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea



nea g a,qui ſit x a g,& ducatur diameter d a.hæc ergo extra circulũ producta neceſſario diuidet angulum x a g,per æqualia per 8.huius,eo qđ ueniens à centro ſpeculi & ad iſtũ punctũ reflexionis eſt ꝑpendicularis ſup ipſum,concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d.inter punctũ x reflexum,& punctũ g centrum uiſus: ſint ergo duæ lineæ rectæ,quæ ſunt x d & d a,in duobus punctis concurrent & ſupficiem continebunt, quod eſt impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitũ,qm̃ ab uno tm̃ puncto ſpeculi reflexionem fieri eſt neceſſe,ergo & una tantũ uidebit imago,& quia locũ ipſius nulla linearũ interſectio determinat,ut patet per 37.quinti huius,palam ꝙd illa imago uideť in proprio loco ſuo,hoc aũt eſt in ſuperficie ipſius ſpeculi in puncto.ſ. reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ naturalis uiſæ ad locum alium imaginis protrahatur,patet ergo propoſitum.

XI.

Locum imaginis uiſæ in ſpeculis ſphæricis conuexis in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his ſpeculis facta, ſemper imago totius rei uiſæ contineťur in aliqua linea inter loca imaginum ſuorum extremorum punctorum ꝓducta:patet etiã quod in his ſpeculis poſſibile eſt locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius,poteſt & idem demonſtrari aliter.Sit em̃ punctus rei uiſæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g,centrũ ſpeculi n,palã itaq; per 25.quinti huius quod a g,linea incidentiæ, g b linea reflexionis ſunt in eadẽ ſupficie erecta ſup ſuperficiem ſpeculum in puncto g,contingentẽ: linea itaq; cõmunis ſuperficiei reflexionis,& ſupficiei ſpeculi,ſit circulus z g q & linea cõmunis ſupficiei contingenti ſpeculũ in puncto g, & ſuperficiei reflexionis ſit linea e g p,ducaturq; linea h g,perpendicularis ſup lineam g p e, p 11.primi, & patet per 18.tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q,qui cũ ſit circulus magnus,ut patet per primam huius,palam qđ centrũ eius eſt centrum ipſius ſpeculi, tranſit ergo linea h g,producta ultra punctũ g,per centrum ſpeculi quod eſt n,aliter em̃ linea à centro ſpeculi ad punctũ g ducta,erit etiã ꝑpendicularis ſup lineam p g e,& linea h g,ꝓducta eſt ꝑpendicularis ſup eandem,ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares ſup unam lineam quod eſt impoſſibile, pertinget ergo linea b g,ad punctum n,ducať ergo linea a n,à puncto uiſo ad centrum ſpeculi,eritq; linea a n,per 72.primi huius,ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,ergo & ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto illo p quã tranſit,& quia inter duas lineas h g & p g,angulũ rectum continentes cadit linea b g,palam quia ipſa non contingit circulũ z g q,ipſa ergo ꝓducta ſecat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n,ſit ut concurrat in puncto d,cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto ſpeculi g reflectitur,& centrũ ſpeculi quod eſt n,neceſſario ſint in eadem ſuperficie,erit ergo per primã undecimi,linea a n,in eadem ſuperficie cum linea b g palã ergo per 37.quinti huius,quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipſe eſt punctus cõmunis lineæ reflexionis,in qua neceſſario eſt forma & lineæ a n, quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti a,ſecundum quam ut ſecundum lineam breuiorem neceſſario uidetur forma,patet ergo principaliter ꝓpoſitũ per 37.quinti huius, & per hoc patet corrolariũ,q̃a in omni reflexione à ſpeculis ſphæricis conuexis facta, ſemper imago totius rei uiſæ contineť in aliqua linea inter loca imaginum ſuorũ extremorũ punctorum ꝓducta,qm̃ katheti incidentiæ punctorũ mediorũ cadunt ſemper inter kathetos incidentiæ punctorũ extremorũ,nec em̃ katheti incidentiæ ab aliquo illorũ punctorũ extremorum ꝓducti ad centrum ſpeculi ſecare poſſunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctorũ extremorũ,patet etiã quod in his ſpeculis cuiuſcunq; puncti rei uiſæ poſſibile eſt locum imaginis inueniri: ꝓducta em̃ linea recta à puncto quocunq; uiſo per reflexionem ad

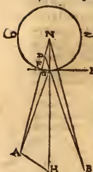
centrum

centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cũ linea, erit punctus cõmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici cõuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cõtingentem ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineã n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia eñ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cũ linea h n, in puncto h. quæ ſit h a, concurrent aũt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a. ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, ꝑ 29. primi, & ꝑ 4. ſexti, q̃a ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex p̃miſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo ꝑ 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitũ, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.



XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodũ in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̃ linea d g, ſecet eñ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctũ e, dicitur finis cõtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, qm̃ præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, ꝑ æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̃ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus. cũ ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̃ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctũ reflexionis quod eſt g. patet ergo ꝓpoſitũ.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſuprediciei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacẽs

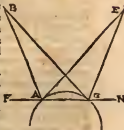
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli ſemidiametro eiuſdem circuli eſt minor.

Remaneat omnino diſpoſitio quæ ſupra, & quia punctus e eſt finis cõtingentiæ, interſecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, eſt minor ſemidiametro circuli, qui eſt f n, quõ enim ut patet ex pmiſſis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, eſt ſicut pportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, eſt ſicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit pportio lineæ a n ad d n, ſicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim pportio lineæ a n ad a e, ſicut d n ad d e, ſed linea a n eſt maior q̃ linea a e, quõ totũ eſt maius ſua parte, ergo linea d n, eſt maior q̃ linea d e, erit ergo linea d n, multo maior q̃ linea f e, quæ eſt pars ipſius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̃ linea f e, quod eſt propoſitum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes: attamen in centro unius uiſus non cõcurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus non poteſt uidere idolum eiuſdem formæ reflexum à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi.

Eſto centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ ſit e, ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuerſis punctis ſpeculi in circulo a g, quæ ſint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non ſunt æquediſtantes cum in unius centro uiſus non cõcurrent, dato q concurrent in puncto b, ducatur inter circulum corda arcus a g, quæ ſit recta a g, & pducatur extra circulum uſq; ad pũctũ f, ex parte a, & ex parte g, uſq; ad punctũ n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, eſt æqualis angulo b g a, ſed angulus e g n, maior eſt angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior eſt angulo e g a. Sed angulus b a f, maior eſt angulo b g a, per 16. primi. ergo angulus b a f, eſt miaor angulo e a g, non ergo reflectitur forma puncti e, ad uiſum exiſtentem in puncto b, à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius, & tñ quia angulus b a f, nõ eſt æqualis angulo b g a, ſed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, eſt maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypotheſi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palã



ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non ſunt æquediſtantes. Sed ut patet ex præmiſſis ipſæ nunq̃ cõcurrent in puncto b, in quo eſt centrũ uiſus, patet ergo ppoſitum, & per hoc patet quod unus uiſus nõ poteſt uidere idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis talium ſpeculorum reflexum, quod proponebatur.

XVI.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi non poteſt forma alicuius puncti ad uiſum unum niſi à ſolo puncto reflecti, & una ſola imago uiſui occurrit.

Quoniam enim per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius ſpeculo incidens, centro uiſus in illa perpendiculari exiſtente ab uno tñ puncto reflectitur ad uiſum, non oportet nos nũc ppoſitum niſi de lineis oblique his ſpeculis ſphæricis conuexis incidentibus demonſtrare. Sit ergo punctũ uiſum b, & centrũ uiſus a, & non ſit punctum a in perpendiculari ducta à re uiſa ad centrum ſpeculi quod ſit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uiſus ab uno ſolo puncto ſpeculi, & una ſola imago uiſui occurrit, palam enim per 5. huius, quod uiſibile in quo eſt punctũ b, modo conuenienti oppoſito ipſi ſpeculo ab aliquo puncto ſuperficiei ſpeculi poteſt reflecti forma puncti b ad uiſum a, ſit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit b n, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto l, & ſit a n. diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini ſuperfi-

dei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝓducaturq; linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam in puncto q, q̃m punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imaginis. palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficies erectæ ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nulla extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrũ uiſus, niſi una tñ, q̃m punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum uel lineam in qua eſt, non ſecantes cõmunis eſſe non poteſt, tunc palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſuper ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio puncti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e. præter quã à ſolo puncto qd' ꝓpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uiſus. Si ẽm ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̃ à puncto g, ſit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui eſt b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaq; linea b n, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nõ ſit perpendicularis ſuper illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſecundum lineam perpẽdicularem ueniens neceſſario ſecundũ perpendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc ẽm eſt impoſſibile qd' ad quodcũq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo ẽm quod angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, q̃m ibi peruenit ſemidiameter n l, erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b, neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l, linea ẽm à centro ſpeculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc ẽm contingens à puncto a, duci nõ poteſt, qd' patet per 57. primi huius, q̃m linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uiſui apparentem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio, ſit ẽm ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetũ incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, q̃m punctus z, eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in puncto g, ſecetq; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n maior eſt q̃ linea q n, q̃m totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̃ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, q̃ lineæ b m ad m o, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor q̃ linea b m, & f q ſit maior q̃ m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri de-

ductio

ductio præmisso modo. Similiter quoque nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, si enim fiat ab aliquo, sit istud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, secans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ sit t h, secans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, sicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, est sicut lineæ b f ad f q: sed maior est proportio lineæ b n ad n h, quàm lineæ b n ad n q. per 8. quinti, maior est ergo proportio lineæ b p ad p h, quàm lineæ b f ad f q, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea b f, maior quàm b p, & p h maior quàm f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d. fiet reflexio formæ puncti b, ad uisum a, quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphærici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscunque puncti uisi, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi sumptis duobus punctis, quorũ formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.

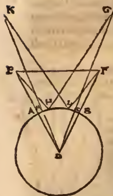
Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitque punctum p, propinquioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g c, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotius ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est à centro uisus, quod est punctum a, quàm g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, at si punctus in quo kathetus b n, secat circulum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in scipsam per 10. huius, neque reflectitur forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitque p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaque ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoque ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a. est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, minor est angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est im

possibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur nisi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, est propinquior puncto a, qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formæ puncti b, punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro speculi est remotius à centro uisus quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formæ omnium punctorum æqualiter distantiũ à centro speculi sphærici conuexi secundum æquales angulos sub kathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit d, pateťq; per primam huius, quoniam punctum d, est centrum speculi, sintq; duo puncta e & f, æqualiter distantia à centro speculi, quod est d, erunt ergo lineæ e d & f d æquales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales, ut si forma puncti e, reflectatur ad uisum existentem in puncto g, à puncto speculi h, & forma puncti f, quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g, à puncto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineæ g d & k d, dico quod angulus e d g, est æqualis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui est e d, secet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uisualis g d, secet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaq; lineæ e d & f d, sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis quæ sunt h & l, æqualiter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h, punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis quæ est k d, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi fit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiæ à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiæ, uel in una, semper enim punctorum æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, est æqualis arcui l m, & eadem ratione est arcus a h, æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi æqualiter se habet ad centrum, & puncta e & f, æqualiter distant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, est æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, est æqualis angulo f d k, quod est propositum.

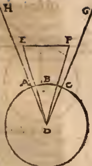


XIX.

Impossibile est duo puncta æqualis distantiæ à centro speculi sphærici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius

cuius centrum ſit punctum d,& ſint duo puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi quæ ſint e & f, ſitq; centrũ uiſus in pũcto g, in eadem ſuperficie cum punctis e & f, & ex una parte ipſorum, ſitq; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non eſt poſſibile reflecti ad unum uiſum exiſtentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq; ex hypotheſi, quod angulus e d g eſt maior angulo f d g, ſicut totum ſua parte, fiat itaq; ſuper punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui ſit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniã forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nõ ergo ad punctũ g, per 15. huius, patet ergo propoſitum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmiſſam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod eſt impoſſibile.



XX.

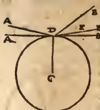
Puncto rei uiſæ & centro uiſus æqualiter à ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi diſtantibus punctum reflexionis inuenire.

Eſto b punctus rei uiſæ, & ſit a centrum uiſus, ſit quoq; dati ſpeculi conuexi ſphærici centrum c, & ſit circulus qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a c, ſecantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uiſæ cũ centro uiſus, iſtæ duæ lineæ b c & a c ſunt æquales, cum manifeſtum ſit per ea quæ patuerunt in demonſtratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis neceſſario fiet reflexio, ſecetur itaq; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, ſecantem arcum f g in puncto e, patet quoq; per 25. tertij, quoniam arcus f e eſt æqualis arcui e g, eritq; linea c d perpendicularis ſuper lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pũctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypotheſi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod eſt medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uiſum a, & hoc eſt propoſitum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipſis æqualitas longioris, ut ſi linea b c ſit lõgior quàm a c, cum f c ſit æqualis c g, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, reſecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, ſitq; f h æqualis ipſi a g, palam ergo per præmiſſa, quõ forma puncti h reflectitur ad uiſum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, ſunt in puncto ſuæ reflexionis magis diſtantia à puncto quod eſt centrum uiſus, nec poſſunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & ſecũdum elongationem ſui à centro circuli c, erit punctorũ ipſorum reflexionis approximatio ad centrum uiſus ſecundum puncta ſuæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ ſunt ſuper punctũ h, ſcilicet pũcta m & b, erunt ſecundum puncta ſuæ reflexionis propinquiora centro uiſus quàm pũctum e, cadent ergo in arcum e g, & ſecundũ approximationem ſui ad centrum circuli c, erit punctorũ reflexionis maior elongatio à centro uiſus b, hoc autẽ licet ſit in groſſo ſcientiam afferat, eſt tamen ſecũdum ſignorum punctorũ reflexionis à punctis ſingulis ſuperficiei ſpeculi diligentius perſcrutandum.

XXI.

Si angulus contentus ſub linea incidentiæ à puncto rei uiſæ oblique ducta ad punctum aliquem ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & linea à centro ſpeculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impoſſibile

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illū punctum.

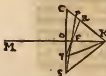


Esto a centrum uisus, & b pūctus rei uisæ, sit quoq; g, centrum speculi sphærici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ necessario erūt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nō sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cōtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, sunt linea una, non ergo fit reflexio secundū perfectam naturā reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in pūcto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineā a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à pūcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam linea m b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphærici cōuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

Esto punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiā circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ sit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ppendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulū æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cū enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctū ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurret cū linea o c, quoniam cū angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigonī c k, quæ sit f p, & cōcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctū g, quæ sit g u,



sit g u, ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui sit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietate anguli b g a, est aũt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum, aliâs enim non potest per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducanť lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, est sicut lineæ b g ad semidiametrũ g d, et anguli his lineis proportionalibus cõtenti sunt æquales, erũt per 6 sexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, possibile est à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducatur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. s. ut sit eius proportio ad r k, partem lineæ quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumq; cum linea c k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam, quoniam & tunc angulus cõtentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritq; possibile inueniri punctum reflexionis, palam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ sit n d y cuius pũctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes: producatur aũt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quæ sit b z, erit ergo angulus b p z. per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̃lis est angulo s o f recto, erit ergo p præmissa triangulus b q z similis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum i, ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex similitudine triangulorũ, quoniam proportio lineæ z q ad q b, est sicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, est sicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo p 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo p 11. quinti, erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a: ducatur itaq; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquedistans d l, p 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent aũt

illæ

illæ lineæ, per secundam primi huius, eritq́ per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus l d q similis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, sicut b i ad d l, & cum linea r sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineam d i, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, sicut lineæ b i ad d l, est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, sicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ sit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui sit angulus b d l, cadatq́ punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 92. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui sunt æq̃les istis, ut patet ex p̃missis, sunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã em̃ quod angulus g o n est rectus, per 17. tertij, sed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k sit rectus, et duo anguli o c k & c k o sunt æquales recto, est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis æq̃lis est angulo g d q. restat ergo ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmissis æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a, est ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, sed angulus q d b est medietas anguli b d l, per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l, cũ sicut supra ostensum est triangulus d q l similis sit triangulo b q i, & linea b d æqualis sit lineæ b i, ut patet ex præmissis. Restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq́ linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n sunt recti. Restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g, ducat̃ ergo p 31. primi, linea h t æquedistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f est æqualis angulo h t d, sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t est æqualis lineæ b d, sed est proportio lineæ b d ad h t, sicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ lineæ b d & h t sunt æquedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h, sed ex præmissis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a, igitur per 4. sexti, est proportio lineæ g d ad lineam d l, sicut lineæ h g ad lineam quam secat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, constat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmissis proportio lineæ b d ad lineã d l, constat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d secat ex g a, sed proportio b d ad d l, ut patet superius, est sicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, constat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineam quam secat h d ex g a: constat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a est linea quam secat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq́ ut patet ex præmissis angulus h d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis est angulo f d a, illud ergo punctum d, est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, quod est propositum. Quando angulus c k s est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia fit reflexio à puncto speculi d, patet per præmissam, quod oportet angulum b d g esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

eũdum dispositionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet sit minor recto, Sed & idem aliter demonstrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum usq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quousq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l est minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã sexti, est etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ sit d n y, & à puncto d, protracta linea d q secante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus est triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis est angulo h g a, & angulus a h g est communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ d h ad d l, sicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquedistans lineæ b d, quæ sit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineæ b d ad t h, sicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypothesi forma puncti b reflectitur ad uisum a, à puncto speculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. sexti, cũ linea t h sit æquedistans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, sicut b d ad t h, sed linea t h æqualis est ipsi d h, est ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, sicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, sicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, sicut b g ad g a: sed cum angulus b d e sit æqualis angulo h d g per præmissa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, est ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, sed angulus n d q est medietas anguli a g b. ex præmissis, ergo & est medietas anguli h d l, qui est æqualis angulo a g b. igitur angulus b d q est medietas anguli b d l, est ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. sexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, sicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ d l, quæ sit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per secundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmissis proportio b q ad q l, sicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, est proportio b i ad d l, sicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d sunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z est perpendicularis super lineam d i, est autem sicut ex præmissis patet, proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, sicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, sicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, sicut o f ad f k, producatur'q; linea b z intra speculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b sit rectus ut præostensum est, & angulus z d g sit minor recto, qui est angulus n d g, sit ergo punctum concursus x, palam aũt ex præmissis, quoniam est proportio lineæ b g ad g d, sicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non esse maior recto, fiat super punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem est possibile fieri, quia cum, sicut patet ex præmissis, angulus q d n sit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis constitutus sit angulus k c o, necesse est quod angulus q d n sit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmissis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius; cum enim trigonum c k o sit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, sunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o est æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo

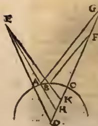
P q d g, fiat

q d g, fiat ergo super punctum k, lineæ ſ k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur quod linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s, & ducatur linea s p transiens per punctum f, quæ sit alia à priori linea s ſ p, dico quòd istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio sicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d sit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k, est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ i d ad o k, fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o ſ ad ſ k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, sicut ſ k ad o ſ, ergo per 18. quinti, est proportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o ſ, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, sicut s o ad o ſ, ergo per 6. sexti, trigona z q b & o ſ s sunt æquiangula, angulus ergo z b q est æqualis angulo o s ſ, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo ſ s k, sed & angulus ſ k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k ſ æqualis est angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus b d g similis triangulo s p k, & totus triangulus b g e similis totali triangulo c k s, est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d, constituto ergo super centrum d, angulo æquali angulo scilicet s p k, & ducta semidiametro circuli quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angulus s p k est maior præsenti angulo s p k, quoniam extrinsecus, palã quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio, quod est contra 16. huius, non ergo potest angulus s p k, unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexiõis inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cẽtro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli cõstituti super lineam m o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super illud centrum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup k m, alia linea similis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem pũcti ad uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi, uel super diuersos ad uisum ad quem fit reflexio, cum similiter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g, in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius, seceţq; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypothesim quælibet formarũ istorum punctorũ ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sunt in eadem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis pũctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uisum e, ab aliquo puncto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uisus e quàm punctus a, ducatur itaq; diameter uisualis quæ e d, & ducatur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt kathetum



thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d, sit ergo ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctū h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi subtensam quæ est d k, est ergo pūctum h propinquius centro speculi quod est d quàm punctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de punctis diuersorum kathetorum ad uisum ad quam fit reflexio consimiliter se habentium, eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuiq; pūctorum in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantiæ à centro speculi in katheto alio respondet illorum quorumcunq; punctorum, quia consimiliter respiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet ergo propositum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto speculi sphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, taliter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulū sit æqualis semidiametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Esto centrum uisus g, & centrum speculi sphærici conuexi sit punctum d, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoq; uisus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam huius, quoniam autem uisus & specula mutant locū. Sit talis facta dispositio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ secantes circulū a b r, pars intra circulum quod est corda arcus circuli qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus a b r, linea h r æq̄lis semediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra conuexā superficiem speculi, producatur enim à puncto h, super lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo producta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cū forma à cuius rei uisæ reflectaẽ à pūcto h, locus imaginis suæ erunt semper intra conuexū speculi, ducatur enim à puncto h, linea constituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pūcta huius lineæ h p a d uisum g, à puncto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius pūctum, quod sit p, & ducatur linea ab ipso ad centrū speculi quæ sit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis sup superficiem contingentem speculū in pūcto quo ipsa linea p d secat circūferentiam circuli a b r, copuleẽ quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidētiæ est æq̄lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis est angulo r h d, angulus igiẽ p h m est æqualis angulo r h d. Sed angul9 r h d

æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semidiametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineas p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo intrinseco qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquedistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunque alia linea ducta à quocunque puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, intersecabit lineã h r interiacentes lineas æquedistantes, quæ sunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunque ergo punctum sumatur in linea p h, semper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g h r intra conuexũ speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunque puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũque puncto arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secant circulum, fiat reflexio; locus uisæ imaginis semper erit intra speculum.

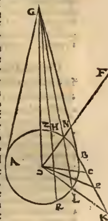
Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ g h r secet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducaturque kathetus reflexionis à uisu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunque pũcto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturque à puncto g, centro uisus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit g i s, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro speculi puncto d, producatur linea quæ sit d i t, super cuius pũctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui sit p i t, palam ergo quod solum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uisum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior est quàm linea h r, ergo linea i s est maior semidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i est maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i est maior angulo t i g, est ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmissis est æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non sunt æquedistantes: in infinitum tamen protractæ ex parte suorum pũctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũque ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille secabit lineam g i a, quæ est linea reflexionis intra conuexũ speculi, & omnis linea ducta à quocunque puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72. primi huius, ergo ipsa est kathetus incidentiæ, sicut nec est linea p d; & cum locus imaginis sit in occursu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuscunque puncti lineæ p i, semper erit intra conuexum speculi, & quoniam dato quocũque puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio, manifestum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra speculum, quod est propositum.

A quo-

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ est æqualis semidiametro circuli, secat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. s. ut linea reflexionis quæ g h r, secet circulũ a b r, cuius centrũ est punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ est h r, sit æqualis semidiametro d z, & lineæ g a & g b, sint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & sit punctus b propinquior puncto h, dico qđ à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uisæ imaginis qñq; intra speculũ, qñq; in sup̃ficie speculi, qñq; extra speculũ. Sumat̃ eñ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans circulum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducat̃ à centro d, semidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducat̃ ꝑpendicularis d n f, & ꝓducatur ut in p̃missis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor est q̃ linea h r, palã qa linea n q, est minor semidiametro q d, qm̃ eñ linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor q̃ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, est minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiusdẽ angulus q d n, minor est angulo g n f, ergo & suo æquali qui est e n f, igit̃ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorũ angulorũ per 14. primi huius, sit ergo cõcursus earũ in puncto e, palã aũt ut in p̃missis, qa linea e q d, est ꝑpendicularis sup̃ superficiẽ speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus sup̃ficiei speculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod est n, uidebit̃ in puncto q, quod est in superficie cõuexa speculi, & qm̃ linea reflexionis quæ est g q, periferiam arcus b r, in unico tm̃ pũcto intersecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorũ lineæ n e, in ipsa sup̃ficie speculi, nisi solũ in illo uno puncto, in quo ad ipm ductus kathetus secat lineã reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in ꝓposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumat̃ punctũ ultra e, qđ sit punctum k, sitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, ꝓductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, sumpti uidebit̃ extra superficiẽ speculi secundũ distantiã puncti incidentis, & semꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearũ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis est nunc in puncto l, quæ est cõmunis sectio p̃missarũ linearũ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, sumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centrũ secabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit eñ ipsam in puncto aliquo eorũ, quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, sumpti uidebit̃ intra speculũ, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuersis punctis linearũ incidentiæ demonstrari, & hoc est ꝓpositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in p̃missis tribus theorematibus, sic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, qm̃ est oñimoda similitudo hinc inde, & idem est de omnibus circulis speculi sphærici cõuexi, circulo a b r, similibus. Si eñ perpendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



mouerí quousq; redeat ad locum suũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionẽ sũpficiei, & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorũ huius portionis uidebit̃ semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ est g b, moueatur quousq; ad locũ unde exiuit redeat, secabit ex sphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibusq; punctis sũpficiei speculi descriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineã reflexiõis in ipsa superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi. Sed aliorũ punctorũ in illa eadem linea existentiũ quorundã locus imaginis est intra speculũ, quorundã extra speculũ, secundũ q̃d katheti ab illis punctis ad centrũ speculi ꝓducti, secant lineas suarũ reflexionũ. Et q̃m situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut speculorũ sphæricorũ conuexorũ, quorũ usus ut plurimum apud homines nostræ habitabilis est cõmunis, q̃m intra quæ speculant̃ modo sphærico diffundente se, artificũ spiritu exsufflant̃, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut q̃nq; imago puncti uisi appareat intra speculũ, hoc est ultra superficiem ipsius, q̃nq; in ipsa superficie speculi, & q̃nq; extra superficiẽ speculi, ita q̃d superficies speculi nõ sit media inter imaginẽ quæ uidet̃ & oculum uidentis, sed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per istam patet, q̃d speculum sphæricũ cõuexum, centrumq́; uisus, & res uisa sic sisti possent, ut imago extra speculũ in aere appareat, q̃d relinquimus artificio ꝗquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphæræ speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quòd ipsa est demissior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uisus ad speculi superficiẽ ꝓductarũ.

Quod hic ꝓponitur patet per p̃missas, resumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, potest fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis q̃m à centro uisus sub linea à centro uisus ꝓducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, q̃m ipsa secat circulum, & q̃n locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet q̃d hoc nõ potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b, non eñ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, q̃m katheti incidentiæ & linea reflexionis illorũ punctorũ in illis punctis cõcurrere non possunt. Sed neq; extra speculorũ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, q̃m lineæ reflexionum ad partẽ illam extra speculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphærici conuexi in quibus loca imaginũ sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicant̃ portioni speculi non apparenti uisui, & q̃m portio speculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uisus ad speculi sup̃ficiem ductas determinat̃, ut patet per secundũ huius. Ideo manifestum est ꝓpositum corrollarium, quælibet eñ diametrorũ in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculũ, oportet ut sit demissior qualibet linearũ contingentiũ à centro uisus à speculi sũpficiẽ ꝓductarũ, & hoc ꝓponebat̃. Potest aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra speculũ esse uel altior uel demissior illa cõtingente, ut patet ex his quæ sunt in p̃missis demonstrata. Restat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

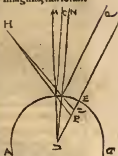
XXVIII.

Ad diametrum speculi sphærici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens superficiem speculi & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Esto circulus cõmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphæ-

ci conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctũ h, centrum uisus, punctũ quoq; d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiẽ speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiẽ conuexã speculi super punctũ f, & cõcurrens cũ e d, semidiametro speculi super punctũ z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ potest fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non est locus alicuius imaginis, neq; eñ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctorũ lineæ e d ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ sphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ sit locus alicuius imaginis punctorũ lineæ e d, patet, ducatᷣ eñ ꝑpendicularis à centro d, super punctũ f, quæ ꝑducta extra circulũ sit d f n, & super ductã perpendicularẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d. sed cũ z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicẽ æquedistantes, in infinitũ ergo ꝓtractæ nunq̃ cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebitᷣ ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, sed nõ potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs eñ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cũ diametro d e, est punctũ z, nõ est ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadẽ erit demonstratio quãtũcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d p̃ter z, potest esse locus alicuius imaginis: dato eñ qđ punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, secans cõuexam superficiem speculi in puncto b, & ducatᷣ perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cũ sit ei extrinsecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qđ totũ maius est sua ꝑte, & etiã patet hoc ꝑ 29. primi huius. Sequitᷣ ergo, ut angul9 d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igitᷣ t b & e d. per 14. primi huius, nunq̃ cõcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit semꝑ uacua imaginibus, nec unq̃ erit locus imaginũ in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ꝓpositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiã ex p̃missis, qm̃ linea z d est est meta imaginum. qm̃ si linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq̃ apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f. per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctorũ e & q, sed ad partẽ punctorũ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliq̃ punctorũ lineæ z d, qđ si linea f z sit minor q̃ linea z d, tunc secundũ p̃missum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctorũ e & q. & ab illo puncto potest alicuius punctorũ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis secundũ omnẽ suũ punctũ quousq; linea incidentiæ respectu diametri respiciat ꝓpositam diuisionẽ, patet ergo quod cum linea z d est æqualis lineæ z f, quod linea z f, est meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã omnis



omnis uidet̃ imago, & similiter punctus z est meta imaginum, qm̃ ut patet ex p̃missis, omnis linea incidentiæ à quocũq; puncto speculi ad uisum h, inter puncta z & d, ducta est maior q̃ linea quæ per illã resecat̃ ex linea z d, qm̃ ista est maior q̃ linea z f, p 14. tertij, est ergo etiã maior q̃ linea z d, ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior q̃ linea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uisum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, est minor q̃ linea f z, ergo & minor q̃ linea z d, ergo est etiã minor q̃ linea quã ipsa resecat ex semidiametro d e, sunt ergo ut patet p p̃missa in linea z e, loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z, in linea uero z d, non sunt aliqua loca imaginũ, & sic patet, quod punctus z, est meta imaginum, nec est differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semp ubicũq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit semper in puncto z meta imaginum, & similiter est de tota linea z d, patet ergo propositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas præter uisualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter superficiem sphæræ & punctum qui est imaginũ meta existentibus sunt loca imaginũ illius diametri.

Sit b centrum uisus, & sunt u 3 & b e lineæ speculum sphæricũ conuexũ contingentes in punctis 3 & e, & sit a centrum speculi, & b h a diameter uisualis, & sit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t, per p̃cedentẽ, & per 136. primi huius, seceťq; linea a d, supficiem speculi in puncto g, dico quod solum in punctis lineæ t g, quæ sunt inter puncta g & t, sunt loca imaginum diametri d g a, quia eñ imagines illæ non cadant in punctũ g, qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiẽ speculi, palã per 27. huius, oportet eñ semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra de missiorẽ esse puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed q̃d quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur eñ aliquod punctum lineæ g t, quod sit q, & ducatur linea à uisu ad illũ punctum quæ sit b q, secans superficiẽ speculi in puncto p, & ducat̃ pp̃endicularis a p l, & secundum sæpius p̃missa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui sit d p l, & ducatur linea b c, secans superficiem speculi in puncto f, ducatur quoq; pp̃endicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior est angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor est angulo a p q, sed angulus a f c, est æqualis angulo, f a t, per 5. primi, qm̃ latus f t, est æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo a p q, maior est angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, sunt æquales per 15. primi, sunt eñ contra se positi, erit angulus l p b, maior angulo p a q, est ergo p 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ q̃d lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, sit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uisum in punctum b, à puncto superficiei speculi quod est p, per lineam p b, & locus imaginis suæ est punctum q, per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi taliter ſecante, quod pars lineæ productæ intra circulum ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi pars diametri in terminis huius lineæ ſecantis ſpeculum interiacens punctum ſectionis ſpeculi, & punctum ſectionis ſui cum linea cõtingente à uiſu ducta ad ſpeculum, eſt locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiuſdem, eritq́ locus imaginis ſemper extra ſpeculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum ſit punctũ b, ſit quoq; in puncto a, cẽtrum uiſus, ſitq́ linea b 3, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in pũctis d & 3, ꝑtrahaturq́ à centro ſpeculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, eſt minor quarta circuli, arcus ergo g 3, eſt maior quarta circuli, ergo per ultimã ſexti, patet quod angulus 3 b g, eſt maior recto, hoc etiã patet ſic, cum eñ in triangulo b a g, angulus a b g, ſit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, eſt minor recto, abſcindatur ergo ab ipſo angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquediſtans lineæ cõtingenti circulũ qui eſt a g, palã ergo q͞m lineæ b h & a g, ꝑductæ nunq; concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝑducta per ſecũdam uel 9. primi huius, q͞m angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo à puncto a, linea ſecans ſpeculum quæ ſit a m o, ita qđ corda m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi quæ ſit b o, hoc aũt poſſibile eſt fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & pũctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq́ diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico q̃d in quolibet puncto lineæ t o, eſt locus imaginis, & ꝙ in nullo alio puncto diameter t b, eſt locus alicuius imaginis, & ſunt puncta o & t, metæ locoꝝ imaginum, punctum o in ſuperficie ſpeculi & punctũ t, extra ſpeculũ. Solũ eñ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ ſunt a m & a g, ſumatur eñ aliquod punctum lineæ t o, quod ſit k, & ducatur linea a n k, ſecans conuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus ſup pũctum n, ut in alijs ꝑmiſſis, & ꝑducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, ſit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝑtrahaturq́ perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus eñ concurſus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, q͞m concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ ſunt b & g, non eñ ſecat ſpeculũ neq; ſecat lineam ipſum ſpeculũ contingentem in puncto g, quæ eſt a g t, niſi in uno pũcto quod eſt extra ſuperficiem ſpeculi ſupra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio ſuper punctum g, ubi fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto g, & ſic duæ lineæ rectæ ſuperficiem includerent qđ eſt impoſſibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq́ imago eius in puncto k, in cõcurſu katheti incidentiæ, qui eſt f b, cum linea reflexionis, quæ eſt a k extra ſpeculi ſuperficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t eſt demonſtrandũ, & imagines oĩm uidentur extra ſpeculum, & q͞m à puncto m nulla poteſt fieri reflexio formæ alicuius punctoꝝ lineæ b f, q͞m om̃es lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factæ æquediſtant diametro b f, qđ patet ſi ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur uſq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

æqualis angulo q m a, tunc em̃ quia anguli b m o, & m b o, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales. ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto speculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorum diametri b f, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea t o, ita quod puncta t o sunt loca imaginum, patet ergo propositum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quẽcunq; punctum arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexã superficiẽ, unũ tm̃ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, sit æqualis semidiametro speculi, & linea a g t, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l, & protrahatur à centro speculi diameter b l, usq; quo secet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ est a t, secabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata sunt in proxima præcedente. Sit ergo punctus sectionis e, & producatur linea a l, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor est q̃ linea m o, cũ ergo ex hypothesi linea m o, sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l, minor est semidiametro b l. Si ergo per 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia si detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis em̃ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de linea b p, quæ est maior q̃ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Est aũt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, est minor q̃ linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neq; in puncta l, propter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, secans portionẽ apparentem speculi in puncto u, cuius pars u i, sit æqualis parti diametri quæ est b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur em̃ aliquod punctum lineæ l e, quod sit f, & ducatur linea f a, secans apparentẽ portionem speculi in pũcto h, & ducatur à centro speculi perpendicularis quæ sit b h k, fiatq; per 23. primi super punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui sit h k n y, palamq; ex præmissis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam linea h y, cadit extra speculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq; à puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum linea reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ l e, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum b l, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto

locus

locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se intersecat linea reflexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq; punctū cuius formæ imago uidet̃ in pūcto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b i, producta ultra punctū y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oēs formæ pūctoꝝ cadētiū in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u; & loca imaginū omnium illorum punctoꝝ sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod pūctum nunq; apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculi situ disposito, ut patet ex hypothesi, palā ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorū diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, sequūtur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi. s. in pūcto l, & eodē modo in q̄libet puncto arcus o g, poterit demōstrari diametris data pūcta arcus o g, transeuntibus & superficiē speculi secantibus, prout demonstrationū necessitas requirit.

XXXII.

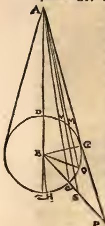
In quemcunq; punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

Disponant̃ oīa ut in p̄cedentib9, ita ut linea a m o, sic secet circulū speculi, ut linea m o, sit æq̄lis semidiametro speculi, & sic ut i 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cōtingat speculū in pūcto g, dico q̄d arcui o h, kathetis icidētiæ occurrētib9 locus imaginis erit semp extra speculū, ducat̃ eñ per ali q̄d pūctoꝝ arcus o h, diameter b q, q cōcurrant cū cōtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cētro uisus linea a u q, secans supius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, est æqualis lineæ o p, & linea u q, est maior q̄ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, est maior q̄ linea q b, linea quoq; ducta à circūferentia ad diametrum d b, quæ est æqualis parti diametri p b, interiacenti ipsam & centrū speculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc sit possibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̄ linea q b, quoniam si linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circūferentiam maior q̄ linea u q, per 14. tertij. Restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq; linea taliter ducta, citra p, & sit punctus in quē cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq; puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis ꝓpositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero om̄es sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq; imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq; quod proponebatur.

XXXIII.

In arcum circuli communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

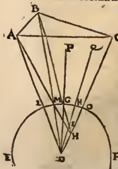
Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico q̃d in arcum h z, nõ potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, q̃m eñ linea contingens quæ est a g p, æquedistat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum



p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ est a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nõ apparentem ipsius speculi, utpote in portionẽ circuli quæ est g z c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c, uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentẽ uel ad uisum, omnia aũt ista quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi d c z, similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi d g z, similibus enim acceptis utrinq; dispositionibus arcuum & similibus factis, protractionibus linearum, eadem in omnibus occurrent passiones, & idem est demonstrãdi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, potest in uno quoq; circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficiei conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatæ secundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiẽ, sicut si punctus g, uel aliter punctus signatus moueatur per sphæræ superficiem & circulum describat, passiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera superficie contenta sub terminis æquedistantiũ circulorũ per totam sphæram speculi: sicut si arcus aliquis æquedistãs polo motus speculi aliquã superficiem distinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, signabit ipsa motu suo secundum punctum z, portionem sphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea b z, immota existente moueatur arcus o h, describetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi, quædam extra, & quædam intra speculũ, uerum uisus non semp comprehendit quæ imagines sunt in superficie speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimũ, quia sentit quod sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis 6. theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.

XXXIIII.

Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis supficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum a & b, & punctus uisus sit c, sitq; d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt cõmunes sectiones superficierum ambarũ reflexiõis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f, sitq; punctus reflexionis & speculi formæ puncti c, ad uisum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uisum b, sit pũctus h, & ducatur kathetus incidentiæ à puncto c, ad cẽtrũ speculi, qui sit e d, secans circulũ in puncto o, secetq; linea reflexionis quæ est a g, pductã ipsum kathetũ c d, in puncto l, & linea b h, in pũcto i, sintq; primo uisus ambo æq̃liter distantes à cẽtro speculi d, & à pũcto rei uisæ q̃d est c, dico q̃d ambob9 uisib9 a & b, formæ puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m, & palam, quoniã illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus à centro speculi quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, sunt æquales: si ergo situs puncti c respectu utriusq; uisus a & b sit idem, ita ut linea a t sit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi l o & m o sunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uisuales secant ex circulis cõmunibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi sunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h est æquiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ e g, erit ergo per 4. sexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i, puncta ergo k & i sunt pũctus unus, super idem ergo punctũ katheti c d, erit sectio ambarum linearũ reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui est c d, & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia ui sus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa, ad huc tamen unica uidebit imago, licet enim imago pũcti uisi cadat in diuersis pũctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uisi ab uno uisu modico, est maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent similiter, qm̃ ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à se distant, licet ꝑtialiter aliquãtulũ distent, patet ergo ꝓpositũ. Potest tamen quãdoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisuũ, qđ ꝓpter obliqtatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficie reflexionis sunt centra ambaꝝ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliqđ diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

In speculo sphærico cõuexo est ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ est in re uisa duo katheti ad centrum speculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctoꝝ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinqoris in ꝓpinquiori, qm̃ semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentie ducto ab illo puncto ad centrũ speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs p artiũ in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisis. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet pũctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aũt sumat̃ linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uisum, ꝓductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝓducta est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni, patet ergo propositũ.

XXXVI.

In quibuſdam ſitibus poſſibile eſt à ſpeculis ſphæricis conuexis pluribus uiſibus rem apparere unicam unamq́ꝫ imaginem habentem.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b, cuius centrum ſit d, & ſit punctum c, punctum rei uiſæ, ducaturq́ꝫ linea c d, à puncto uiſo in centrum d, ſecans ſpeculi periferiã in puncto o, ſitq́ꝫ arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypotheſi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, quõ anguli c a b & c b a, ſunt æquales, ſed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti ſunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, ſunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; ſup punctũ a terminum lineæ e a cõſtituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui ſit g a c, & ſuper b terminũ lineæ c b cõſtituatur angulus æqualis angulo p b c, qui ſit h b c, eritq́ꝫ angulus h b c æqualis angulo g a c. Poſitis itaq; uiſibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uiſus exiſtentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h, à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d ſunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ ſimiliter cõcurret ꝑ præmiſſa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmiſſis linea a t eſt æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipſi b d, quia ſemidiameter & linea c d cõis eſt ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, eſt æq̃lis h b c, ſed & angulus p b c oſtenſus fuit æqualis eſſe angulo e a c. eſt ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k eſt æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis eſt angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, cũ a c ſit æqualis ipſi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, quõ latus c k eſt in ambobus trigonis æquale ſibijpſi, ſed pũctus k eſt locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uiſibus idem locus imaginis, ſecundum ergo propriã faciẽ aſpicientes uideãt ſiue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uiſus in pũctis g & h exiſtentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo tranſeunte pũcta b & a, quõ in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto diſpoſitis uiſibus eadem eſt demonſtratio, palã ergo propoſitũ. Si aũt anguli reflexionũ ſunt diuerſi, tunc res una diuerſis uiſibus in locis uidebit̃ diuerſis, & plura idola obtinebit, & hoc eſt notandũ, & ſatis patuit per præmiſſa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuerſis punctis diametri ſpeculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum conſtituunt diuerſa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propoſitum.

XXXVII.

In ſpeculis ſphæricis conuexis minor eſt diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie, quàm ipſius rei extra.

Eſto circulus, qui eſt cõis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uiſa oblique incidens ſpeculo ſit e f, ſitq́ꝫ centrum uiſus b, & reflectatur punctus e, à puncto ſpeculi h ad uiſum b & f, à puncto q, ducanturq́ꝫ lineæ e h, h b, f q, q b, & ducant̃ perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. ſecetq́ꝫ linea e z circulum ſpeculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra ſpeculum ſecet e z in puncto a, & b q ſecet f z in puncto g, & producatur

tur linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq́; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ ſit h t, & hæc producta ſecet lineam e z in puncto t, eritq́; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, ſecetq́; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineam e z per 11. primi, quæ producta ſecet e h lineam in puncto d, & ſit d t, quia itaq; angulus b h l eſt æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis eſt angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t eſt æqualis angulo t h a, ergo per tertiam ſexti erit proportio lineæ e h ad h a, ſicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h eſt maior q̃ linea h a, ergo & linea e t eſt maior, quàm t a. Quòd autem linea e h ſit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d ſit rectus, erit angulus e t h maior recto: eſt ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior eſt angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t eſt æqualis angulo a h t, ut patet ex præmiſſis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes ſimul ſumpti ſunt æquales angulis trigoni a t h, oĩbus ſimul ſumptis per 22. primi. Relinquitergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior eſt angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius eſt latere h a, per 18. primi: maior eſt ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r eſt maior quàm linea r a. Sed linea r a eſt diſtantia imaginis puncti a, à ſuperficie ſphæræ ſpeculi intra ſpeculum, & linea e r eſt diſtantia puncti uiſi, qui eſt e, à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum, & ſi à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, ſecet ipſum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis ſuper f z, quæ producta ad f q ſit m n, patebit ſimiliter, quoniam linea f k eſt maior quàm linea k g. hoc eſt ergo propoſitum. quoniam ſi à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ ſicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipſorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conſpecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uiſu comprehendi non poſſit, nonnunquã uidebitur imago rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per ſe uiſui occurrens.

Sit a centrum ſpeculi ſphærici conuexi, & circulus qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit e d b, & ſit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, uſq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, ſit æquale quadrato a d, ſemidiametro per 127. primi huius, ac ſi e d & a d ſint duæ lineæ datæ. Diuidaturq́; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. ſexti, iſtud quod fit ex ductu a h in d z, eſt æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam ſexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale eſt quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius eſt quadrati h d, per 3. ſecundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus ſecundum quantitatem lineæ a h, quæ neceſſario æquediſtabit circulo priori, quoniam ipſorum eſt idem centrum punctum a, & ipſorum ſemidiametri ſunt æquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ ſit h q, & producantur lineæ q a, q t, & ſuper punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uiceſimamtertiam primi, qui ſit h q n, ducta linea q n ſuper lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis eſt angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,

lis per 32.primi.s.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h, sicut q h ad h n,ergo per 16.sexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h q,sed quadratũ h q est 4. pars quadrati h d,ꝑ 4.secũdi,est eñ h q medietas lineæ h d,ductus ergo a h in h n,est æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, est ergo linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.sexti,cadit ergo punctũ n,inter pũcta h & t,remanetq́ linea t n, tres quartæ lineæ h t,restat ergo ut ductus h t in t n,fit tres quartæ q̃drati h t,per 2.secundi. Sed & per 1.sexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadrati h d,qm̃ aũt angulus a q h,est acutus ꝑ 42.primi huius,& ipse est æqualis angulo q h a per 5.primi,qm̃ latera a h & a q,sunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, est æquale lateri h q,& angulus h n q est acutus,ergo ꝑ 13.primi,angulus q n t est obtusus,ergo quadratum lineæ t q,amplius est quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h,ꝑ 12.secundi. Si eñ à puncto q,ducat̃ perpẽdicularis sup h n,palam per 31.primi huius,cũ latera q h & q n,sint æqualia qđ ipsa cadet in medio pũcto lineæ h n. ex prima uero secundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatẽ h n bis. Sed ductus t n in n h,cũ quadrato n t,æqualis est ductui h t in t n, per 3.secundi, igitur ductus h t in t n,est excessus quadrati lineæ t q sup quadratũ lineæ n q,ergo & sup quadratum h q,cũ h q,sit æqualis ipsi n q,si uero quadratũ t q,est maius quadrato h q, & linea t q,erit maior linea h q,sit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,sicut t q ad q h, quia ergo linea q t,est maior q̃ linea q h,erit linea a i, maior q̃ linea a h.erit quoq; per 18.sexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratũ lineæ h q,qm̃ sicut simpli ad simplũ, sic dupli ad duplũ,proportio uero quadratoꝝ dupla est ꝓportioni lateꝝ ex 18.sexti,erit ergo per 17.quinti,excessus quadrati a i,super quadratũ a h,ad quadratũ a h,sicut ductus h t in t n,ad quadratũ q h,& qm̃ ex 4.secũdi,& ex p̃missis quadratũ lineæ q h, quater sumptum,efficit quadratũ lineæ h d,& ductus h t in n t, quater sumptus efficit triplum quadrati h t,ideo qđ ductus h t in t n,est tres quartæ quadrati h t,ut p̃missum est, quater uero tria sunt 12,in quibus tria integra continent̃,erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t n,ad quadratũ q h,sicut tripli quadrati h t,ad quadratũ h d. Sit aũt h o,linea tripla ad lineam h t,erit ergo per primã sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed qm̃ ductus a h in h t,est æqualis quadrato h d,erit per 16.sexti,ꝓportio h a ad h d,sicut h d ad h t,o rit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t,ad quadratũ h d,ex corollario 17.sexti. Verũ ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a ,est sicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima sexti, & ita per 11.quinti,est ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t,ad quadratum h d,sed hoc erat ꝓportio excessus quadrati lineæ a i, super quadratum lineæ a h, ad quadratũ a h,est ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h,excessus eñ quadrati a i,super quadratũ a h, cum quadrato h a,efficit quadratũ a i,igit̃ ex 17.sexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a,est.n.ut in corollario 17.sexti,ꝓponit̃,triũ lineaꝝ continue ꝓportionalium,proportio primæ ad tertiã,sicut quadrati constitutæ super primã ad quadratum constitutum super secundam.igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,est sicut lineæ i a ad h a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio residui ad residuum.s.o i ad i h,cũ itaq; i a,sit maior q̃ a h,erit o i, maior q̃ i h,ergo linea i h,est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h,in lineam h d,est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,sed linea a d, est minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo sint altitudinis lineæ a d,est ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h. cũ itaq; linea a h sit maior q̃ quintupla lineæ h d,ductus uero lineæ a h in lineã h t,sit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmissis,erit per 16.sexti, linea h d maior q̃ quintupla lineæ h t,quoniã quæ est proportio lineæ a h ad lineã h d,eadẽ est proportio h d ad h t,est ergo h t minor quinta parte lineæ h d,& h d est minor quinta parte lineæ a h,ergo h t est minor 25.parte lineæ a h: est aũt

ex

ex præmiſſis ꝓportio lineæ o i ad i h, ſicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cõiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, ſicut lineæ i a cū linea a h, ad lineā a h. ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad ſecundam, ſicut tertiæ partis ipſius tertiæ lineæ ad quartā: quia uero linea h o aſſumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t eſt tertia pars lineæ o h, eſt ergo proportio lineæ h t ad i h, ſicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineā a h. Eſt igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, ſicut duaꝝ tertiaꝝ lineæ a h cū una tertia lineæ i h ad lineā a h, quia enim linea a h bis accipitur, ſemel per ſeipſam & ſemel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur ſemel in linea a i, unde & eius tertia eſt tantū ſemel accipienda, quia uero linea o i eſt maior quàm linea i h, ut ſupra patuit, & linea i h eſt minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor ſexta parte lineæ o h per 15. ſexti. Sed cū linea h t ſit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t eſt æqualis ſextæ parti lineæ o h, eſt ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cū minore parte lineæ ꝙ ſit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illā quam habet linea h t, ad lineā i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineā h t, ſicut linea a h, ad duas ſui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, eſt aūt linea h t, ut patet per præmiſſā minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor eſt medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuiſa, duæ eius tertiæ cū medietate 25. partis nō efficiunt 18. partes ipſius, qm̄ duæ tertiæ de 24. ſunt 16. & remanet unū, cuius duæ tertiæ cū illo qd' eſt minus dimidio, fortè eſt plus ꝙ unū integrum, minus autē ꝙ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineā h t, eſt maior ꝙ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cū linea h t ſit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ꝑtibus illaꝝ partiū, quaꝝ linea a h, eſt 25. Sed linea i h, eſt minor medietate lineæ o h, eſt aūt o h, tripla ipſi h t, ergo linea o h, eſt minor una & dimidia partiū ex ꝑtibus, quaꝝ a h, eſt 25. ergo multo magis linea i h, eſt minor una parte & dimidia illaꝝ 25. ꝑtium lineæ a h: eſt ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineā a t, ſicut lineæ minoris ꝙ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorē ꝙ 24. partes partium earundem. Eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineā h t, eſt maior ꝙ 24. partiū ad 18. quoniā ex præmiſſis ipſa eſt maior ꝙ 25. partiū ad 18. Igiť ꝓportio lineæ i h ad lineā h t, eſt maior ꝙ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̄ minor eſt ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝙ 24 ad 18. quæ eſt ſeſquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineā m t, ſicut lineæ i a ad a t. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝙ i m ad m t. cadit ergo pūctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t eſt maior ꝙ h m. ergo ꝑ 8. quinti, maior eſt ꝓportio i m ad h m, ꝙ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝙ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝙ i a ad a h, qm̄ per 8. quinti maior eſt ꝓportio i a ad a t, ꝙ ad a h, cū a t ſit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius ꝓportio lineæ i l ad l h, ſicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pūctus l inter duo puncta m & i, quod poteſt oſtendi ſicut prius. Et his ſic præmiſſis innouabimus figurā. Fiat itaq; omnimoda diſpoſitio ut in præmiſſa figuratione, & in demōſtratione ulterius ꝓcedať. A pūctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulū d b e, ꝑ 16. tertij, quæ ſint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educātur lineæ a b, a g, ad circulū exteriorē quælibet in punctū z, quia itaq; ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ i l ad lineā l h, ſicut katheti i a ad ſui partē a h, patet per 12. huius, qm̄ punctus h eſt locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto ſpeculi, quod eſt b, quia danti oppoſitum accidit contrarium proportionis prædemonſtratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, ſicut lineæ i l ad lineam ductam à pūcto l ad locū imaginis, & quia ut præoſtenſum eſt, ꝓportio lineæ i l ad lineā h l, eſt ſicut lineæ i a ad h a; erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus ſub linea incidentiæ i b, & ſuper perpendiculari a b z, ducta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ eſt a i; uterq; enim illorū angulorum eſt æqualis cuidam

dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrũ uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquatur angulus i b z, p 20. quinti huius, quæ ostẽdit q angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cũ pũctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo r g a. & cũ linea m g sit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundũ præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimãsecundã primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus. angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p: & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimam primam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad li-

neam

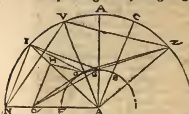
neam a t:& cum h p sit æqualis ipsi h b,& t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b,ad excessum quadrati a t,super quadratum t g, sicut lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25.tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h,in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h, ad circulum d b e,q per 60. primi huius,& per 8.erit minor quàm linea h b,illud quod fit ex ducto lineæ e h, in lineam h d,est minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h,in b d, minus est quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod fit ex ductu a h in h u,minorem linea h d,æquale sit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h est maior q̃ linea h b,erit quoq; a h maior quàm h u,abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u,patet itaq; per 2.secundi,quia quadratum lineæ a h,est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u,& in a u,illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b.Est ergo proportio lineæ a h,ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u,ad excessum quadrati a t,super quadratũ t g.Si itaq; duæ lineæ a h & a t,ducanſ in lineam a u,erit per 1.sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u,ad illud quod fit ex ductu a t in a u, sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti,illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u,est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n,est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,est æqualis quadrato h b,& ductus a t in t u, est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualiã in puncto o, per uicesimam nonam tertij,ducaturq; linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per duodecimam primi,scilicet b f,o y,g k,& à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h,per tricesimamprimam primi,quæ sit g s,& à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g,quæ sit b t,& hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli,diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcũ cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij.Sed ille angulus per uicesimamsextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a, igitur angulus c b g est medietas anguli g a u.est ergo per uicesimamsextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti,ergo per tricesimam tertij,si imaginetur circulus,cuius diameter sit b g,transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimamsextam tertij sunt æquales.Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimamnonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquedistant:est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s,ut autem prius ostensum est,angulus c b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,sed anguli a y o & g s b sunt recti,est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam sexti,est ꝓportio lineæ g b ad lineam b s,sicut lineæ o a ad lineam a y,& proportio g b ad g s,sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius, palam per decimamtertiam secundi,quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis, igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis, quæ est a d,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis,est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis:illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d,est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per septimam secundi:quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;,auferatur:remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p.Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t,est æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,est

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquitur ut illud qđ fit ex ductu a h in t b semel, fit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u duplata linea d f. Item cũ angulus a t g sit acutus, erit secundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei qđ fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qđ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t ø: ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t ø, est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo qđ fit ex ductu a t in t ø, restat ut illud qđ fit ex ductu a t in in ø u semel, sit æquale ei qđ fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea ø u est dupla lineæ d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea ø t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimã sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t ø est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, qnoniam eiusdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & consequenti fit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t ø, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergò per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t ø ad lineam h t. Sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quàm t ø ad h t. Sed t ø est dupla ad f k, ut patet superius, ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimamsextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli diffinitionem, & g s est æqualis ipsi f k per tricesimamquartam primi, erit ergo per septimam quinti proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea c d: sed linea n d est maior quàm c d, ergo i h est multo minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multo minor quàm n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, quæ m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per diffinitionem perpendicularis. ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangula, ergo per quartam sexti est proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a sed linea m g est minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quàm linea k g. Sed linea k g est minor quàm linea o y, per decimamquartam tertij, & linea h d est minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est proportio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q sit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior quam f k ad o y. Item linea a q, secat circulū e b d, sit punctus sectionis x, & ducatur corda d x, quæ propter æquedistantiā arcuū h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, proportio h q ad a h. sicut d x ad a d, sed proportio h q ad h a, est maior quam f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior quam f k ad o y, est aūt ex præmissis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior proportio x d ad d a, quam b g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior quam corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, producatur item linea a q, extra circulum ad punctū s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundā sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autē præostensum quod est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ t q, cum ipsarū ambarū ad lineam q h, eadē sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus assumendarū linearū excedit multipliciter numerum literarū latinarū, ne forte fiat intricatio in nominibus ipsarū literarū, mutetur figura, & quoniam linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrū a, secundū ipsarum quantitatē, & loco s, ponatur litera n, sitque circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & producantur lineæ a b & a g, usque ad circulū exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ a b c, & a g r, permutenturque lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, sit linea a f n, ponaturque loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f eritque ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimā sexti, si prius per 23. primi, super a terminū lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui sit b a m, producatur quoque linea a m, ad exteriorē periferiam in punctum u, & sit a m u, ducantur etiā lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usque ad exreriorē circulū, & cadit in punctū z, & ducantur lineæ z a, z g, cū itaque arcus b m, sit æqualis arcui d f, addito cōmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaque trigonorū n a m, i a b, duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cū in præmissa proxima figuratione linea a h. fuerit posira æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonorū q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo per 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i. & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionē circuli, & linea a q est æqualis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaque angulus n m u, est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut præostensum est, æqualis est angulo h b a, angulo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aūt quod linea m z, tota est extra circulū, quia cum linea contingens circulū ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, quoniam ostensum est, quod linea b h, est æqualis lineæ q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet quod contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igitur cū linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, quoniam ipsa secat circulū, est ergo tota linea m z. extra circulū, quoniam linea q m z, posita est esse linea una recta, propter quod etiā erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectitur à pūcto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter distātes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur itaque lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cōmuni existente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

 26. ter

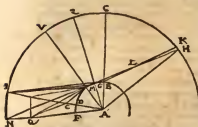
26.tertij,angulus n a u,est æqualis angulo u a z.Sed ex p̄missis patet qđ angulus n a u, est æqualis angulo i a c,erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g,aut erit æqualis angulo g a m,aut minor aut maior,sit primo æqualis, si igitur ab angulo i a b,subtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus g a m,remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g,& quia duo latera i a & a g sunt æqualia duobus lateribus z a & a g,ergo per 4. primi,erit linea i g,æqualis lineæ z g, & angulus i g a,æqualis angulo z g a, ergo per 13.primi,angulus i g r, est æqualis angulo z g r, fiat itaq; sup̄ g terminū lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r,per 23.primi, qui sit angulus t g a,



ducta linea g t,super lineā i a,erit ergo angulus t g a,æqualis angulo z g r. Si igit̄ linea t g ꝓducatur ad periferiam circuli,palam per 15.primi,q̄m ipsa perueniet ad punctum z,linea em̄ z g & t g,coniunctæ in puncto g,fiunt linea una per 14. primi,est ergo t g z linea una recta,forma ergo puncti i,reflectit̄ à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto z,& locus imaginis eius est punctum t,palam itaq; q̄m ad uisum existentem in puncto z,reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z,à duobus punctis speculi sphærici conuexi quæ sunt m & g,& loca imaginum sunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q,erit imago totius lineæ m: ꝓbatum est autē supra, quod linea t q est æqualis lineæ y i,palam ergo,q̄m accidit in his speculis imaginem esse æqualē rei uisæ, quod est unum ꝓpositoꝝ. Quod si angulus b a g,fuerit maior angulo g a m,abstrahatur b a g ab angulo i a b,& angulus g a m,ab angulo z a u,æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g,maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g,minor angulo z a g,per 23.primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k,& copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m,altius puncto g,linea ergo k g, secabit lineam z m. Sit ut secet ipsam in puncto l,& producatur k g,super lineam i a,in punctum t,fiat quoq; deductio ut statim in proxima linea t g,palam ergo qđ uisui existente in puncto l,reflectetur ad ipsum forma puncti n,à puncto m,& locus imaginis q,& similiter ad ipsum reflectet̄ forma puncti i,à puncto g,& locus imaginis erit t,secundū priorem probationem,erit quoq; linea t q,imago lineæ y i,quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est,& sic sequitur idem ꝓpositum quod prius. Si uero angulus b a g,fuerit minor angulo g a m,erit ut supra angulus z a g,minor angulo i a g.Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o,ad periferiā circuli æqualis angulo i a g,erit ergo angulus o a g,maior angulo z a g, est ergo punctum o inferius puncto z,& producatur linea o g,quæ incidat lineæ i a,in puncto t, palā itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto o, à puncto speculi g, linea itaq; o g,aut secabit lineam z m q,extra circulum speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circulū,si in puncto sectionis fuerit uisus,reflectent̄ ad ipsum duæ formæ punctoꝝ n & i,à punctis speculi m & g,& loca imaginum erunt puncta q & t,& tota linea q t,imago totius lineæ y i,& erit per præmissa æqualis ei,patet itē hoc qđ prius q̄m imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g, secet lineam z m q. intra circulum speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectant̄ ad ipsum formæ duoꝝ punctoꝝ n & i,à duobus punctis speculi,& ipsorum imagines erunt puncta q & t,q̄m em̄ ut patet ex prius præostensis,angulus n a z,est duplus angulo n a u, æquali angulo i a b,ut patet ex p̄missis,& angulus i a o, est duplus angulo i a g,est aūt angulus i a b,maior angulo i a g,in angulo g a b,& quia angulus g a b,est ex hypothesi minor angulo m a g,patet quod angulus g a b,est minor medietate anguli m a b,totus uero angulus m a b,est per ultimam sexti, æqualis angulo n a i, q̄m arcus d f, est æqualis arcui m b,ergo angulus g a b,est minor medietate anguli n a i,angulus ergo n a z,excedens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori ꝗ̃ sit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, sunt maiores tertio, qui est i a o, & duo anguli n a z, & i a o, sunt minores tertio, qui est n a i, & duo anguli i a o, & n a i, sunt minores tertio, q est n a z, sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quoꝝ quilibet duo sunt minores tertio, omnes aũt tres simul 4. rectis sunt minores, q̃m anguli super centrum a, 4. rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi. possibile est ex illis fieri unum angulum solidũ, fiat ergo ille super cẽtrum a, per eandem 23. undecimi, & sit linea s a, eleuata super superficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a a, uel a o, quæ oẽs sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & producantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, est æqualis angulo t a o, ut patet ex p̃missis, & duo latera t a & a o, sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, est æqualis angulo t a s, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, basis t s, æqualis basi t o, & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Similiter ꝗq; angul9 q a s, est æq̃lis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut pri9 angulus z q a, qui est m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̃ itaq; angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & sit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, secat lineam t s, palã cũ angulus i a g, sit medietas anguli i a o, ut patet ex p̃missis, erit angulus t a g, æqualis angulo t a y, sed & angulus g t a, ostensus est æqualis angulo y t a, & quia duob9 trigonis y t a, & g t a, latus t a, est cõmune. erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigono g t a, q̃m latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus y, in sup̃ficie speculi sicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter distent à centro speculi, qđ est a, & quia angulus t a g, est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia, q̃m i a est cõmune, & a y est æquale ipsi a g, ergo p̃ 4. primi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, p̃ducta erit æqualis lineæ y g, & p̃ducatur a y, extra speculũ usq; ad punctũ p, restat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cũ linea t s sit æqualis lineæ t o, ut supra patuit, & t y æqualis ipsi t g, restat linea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, sunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & basis a s, est æqualis basi a o, ergo p̃ 8. primi, trigonoꝝ a y s, a g o, anguli æq̃s lateribus cõtenti sunt æquales, angulus ergo a y s, est æqualis angulo a g o. Restat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igit̃ duo anguli i g r, & o g r, æquales sunt duob9 angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, secat sup̃ficiẽ cõuexã speculi, sit pũctus sectiõis e, tria ergo puncta q̃ sunt e y d, sunt in sup̃ficie cõuexi speculi, lineæ ergo à centro speculi qđ est a, ad illa tria pũcta p̃ductæ sunt æquales, q a uero trigonũ t a s, est p̃ secundã 11. totũ in eadẽ sup̃ficie, patet qđ ista tria puncta d y e, q̃ sunt in laterib9 illius trigoni sunt in eadẽ sup̃ficie, ergo linea e y d, est p̃ 9. tertij, arcus circuli magni sphæræ speculi, cuius cẽtrũ est a cẽtrũ speculi, est aũt i sup̃ficie reflexiõis cõmunis sectio sup̃ficiei speculi & reflexiõis t s p, p̃ primã huius, ergo forma pũcti i, reflectit̃ ad uisum existẽtẽ i pũcto à pũcto speculi y, & locus imaginis est punctũ t. Similiter diuisio angulo n a s, p̃ æq̃lia p̃ lineã a x, ductã sup̃ q s, in punctũ x, & p̃ductã extra speculũ sup̃ficiẽ in punctũ σ, demonstrabit̃ p̃dicto mõ, q a linea q x, erit æq̃lis q m, & a x æq̃lis a m, & lĩea x s, æq̃lis m z, & duo anguli n x o, & s x o, erũt æq̃les duob9 angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectet̃ ad uisum existentẽ in pũcto s, à pũcto speculi x, & locus imaginis est punctũ q, & ita ut prius formæ duoꝝ punctoꝝ n & i, reflectunt̃ à duob9 pũctis speculi x & y, ad uisum existentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, est aũt linea t q, æq̃lis lineæ i n, patet ergo p̃ppositũ, ut prius. Itẽ si à pũcto i, ducat̃ p̃pendicularis sup̃ lineã n a, illa cadet iter pũcta n & q, nõ extra punctũ n, q a cũ p̃ 42. primi huius, angul9 i n a, sit acutus, si caderet extra punctũ n, fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior p̃ 16. primi, qđ est ipossibile, cadet ergo illa p̃pendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa p̃pendicularis angulũ rectũ, sup̃ lineã n q, quã respiciet linea i n, ergo p̃ 46. primi, erit linea i n, maior illa p̃pendiculari, ergo illa p̃pẽdicularis erit minor ꝗ̃ linea t q, q̃ est æqualis lineæ i n, pũctus itaq; lineæ n q, i quẽ cadit illa p̃pẽdicularis, q sit k, reflectit̃ ad uisum i pũcto s, existentẽ ab aliq̃ puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qd' eſt a,ultra punctũ q,ꝙ ſit ipſum punctũ q,ut patet per 17. huius, quanto em̃ remotiora ſunt puncta quorũ formæ reflectunt̃ à ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctũ t, quæcunq; uero linea ducitur à puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cũ opponat̃ angulo obtuſo,ut patet, erit per 19. primi, maior ꝙ linea t q,ergo etiã erit maior ꝙ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo ꝗ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunq; linea ducatur à puncto i,ad lineã n q,inter illam perpendicularẽ i k & linea i n,erit em̃ ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior ꝙ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior ꝙ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt aũt hæc clarius patefieri, quia em̃ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctũ q,patet qd' linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctũ ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulũ qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nõ poteſt cadere in punctũ m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qd' ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nõ contingit,cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius ꝙ punctũ q,quoniam punctus in quem cadit,dicit̃ finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igit̃ perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineã n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginũ,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut p̃miſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pũctum ii,qui eſt meta imaginũ,uel inferius illo,tunc forma puncti nunꝙ cadit perpẽdicularis nec reflectet̃,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ eſt inferior ꝙ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctũ n, infinita puncta,quorũ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

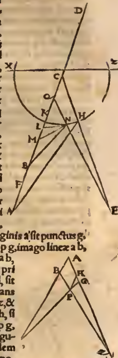


XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi,imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi,cuius centrum d,ſitq; e centrum uiſus,& reflectet̃ forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligaturq; linea a b,ꝓduci intra ſpeculũ,aut ergo ipſa tranſit centrũ ſpeculi, aut non. Sit aũt primo qd' tranſeat,& ducatur linea a b d,ducat̃ quoq; à puncto n, linea contingens circulũ,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cõtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e h,ꝓducanturq; lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum

ctum q. palam ergo per 11. huius, quoniam t est locus imaginis formæ puncti a, & q est locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b est maior q̃ linea q t. patet enim ex 12. huius, quia ꝓportio a d ad d t, est sicut a m ad m t. Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q, est sicut ꝓportio b l ad l q, sed a d est maior q̃ b d, & d t est minor q̃ d q, ergo per 9. primi huius, maior erit ꝓportio a d ad d t, q̃ b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit ꝓportio a m ad m t, q̃ b l ad q l, secetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, sit sicut h l ad l q, & ita cũ m t sit maior q̃ l q, erit per 14. quinti, f m maior q̃ b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior ꝓportio q̃ b l ad t m, erit ergo minor ꝓportio b l ad m t, q̃ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t, q̃ b l ad q l, secet ergo m t in puncto k, taliter ut ꝓportio b m ad m k, sit sicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis, & per 8. quinti, q̃m punctus k necessario cadet ĩtra pũcta m & q, linea enim l q, minor est q̃ m q, & linea b l est maior q̃ linea b m, cũ igitur sit ꝓportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k, erit per 19. quinti, ꝓportio f b ad k t, sicut b l ad l q, sed b l est maior q̃ l q, ergo f b est maior q̃ k t, sed f b est minor q̃ a b, & k t est maior q̃ q t. Si ergo f b est maior q̃ k t, ergo multo fortius a b est maior q̃ q t, & hoc est propositũ. Si uero linea a b, producta nõ perueniat ad centrum d, ducatur à puncto a, linea ad centrũ d, quæ sit a d, & à puncto b ducatur b d, & locus imaginis a sit punctus g, locus imaginis b, sit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineæ a b, dico quia a b est maior q̃ p g, aut enim p g est æquedistans lineæ a b, aut nõ, si fuerit æquedistans, palã quia p g est minor q̃ a g, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ enim sit ꝓportio a b ad p g, sicut a d ad d g & a d, sit maior q̃ d g, erit a b maior q̃ p g. Si uero linea p g, nõ sit æquedistans ipsi a b, ꝓducatur usque quo cõcurrat cũ a b, & sit punctus cõcursus z, & à puncto p ducatur æquedistans a b, quæ sit p h, angulus ergo p g h, si sit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, sed p h est minus q̃ a b, per 4. sexti, ergo p g est minus q̃ a b, si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, adhuc sequitur idem quod prius: quod aũt angulus p g h, sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cũ tanta fuerit rei à speculo distantia, quod illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor q̃ sit secundum ueritatem, tunc autẽ potest imago uideri maior q̃ forma per se uisui occurrens, ut patet per præmissam, patet ergo propositum.

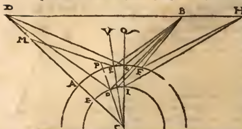


XL.

In minoribus speculis sphæricis cõuexis eiusdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta specula sphærica conuexa super idem centrum t, collocata, exempli causa quorum maioris circulus cõmunis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uero sit e i, fiat quoque reflexio formæ alicuius uisibilis ut ipsius h d, ab utroque illorum speculorum ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli speculi maioris. s. ipsius a g, ad uisum qui sit b. Si itaque idem uisibile d reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto circuli e, speculi minoris ut à puncto o, non est possibile ut linea reflexionis, quæ sit o b, cadat in pũctum g speculi circuli maioris: detur enim ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uisum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifestum itaque per 8. huius, q̃m linea à centro speculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta sit t g q, & q̃m forma puncti d, incidit pũcto speculi minoris quod est o, ducatur linea t o, à centro speculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-

cta sit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinsecus est ex hypothesi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, quoniam ipse est maior illo, ergo medietas anguli d g b, est maior medietate anguli d o b, & ita angulus q g b, maior est angulo p o g, sed angulus o g t est æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinsecus erit æqualis angulo o g t, intrinseco in trigono t o g, quod est contra 16. primi, & impossibile: nõ ergo transibit linea reflexionis o b punctũ g, sed neq; ultra punctum g, uersus punctum a, ad aliquod aliud punctum speculi maioris incidere potest, si enim hoc sit possibile sit ut ad punctum r incidens reflectatur linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a pũctus lineæ d a, cadat in superficie speculi & reflectatur ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipsorum lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctorum arcus a g, & fiunt propinquiora centro speculi, quod est t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uisus, quod est b, aliquod ergo punctorum lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, sit illud m, & accidet idem impossibile quod prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel sit forma puncti d, reflectitur à puncto speculi maioris quod est g, & item per reflexionem à puncto speculi minoris quod est o, incidet puncto speculi maioris, quod est r, à duobus ergo punctis maioris speculi quæ sunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uisum b, concidunt ergo radij à duobus punctis huius speculi reflexi, quod est contra 15. huius, & impossibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, speculi minoris in aliquod punctum arcus a g, speculi maioris, à quo fit reflexio formarum punctorum lineæ a d, sed directe peruenit ad uisum in punctũ b, trans aliquem punctorum arcus circuli speculi maioris, circa punctum g. Similiterq; sit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uisus b, quàm sit punctũ d, reflectatur ad uisum b, ab aliquo puncto speculi maioris quod sit f, eritq; f per 17. huius, ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris speculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b, similiter ut prius, quia ergo angulus g b f, sub quo apparet idolũ in maiori speculo est maior quàm angulus o b i, patet per 40 quarti huius, quoniam in maiori speculo maius apparet idolum quàm in minori, formæ enim magnæ coangustantur circa centra minorum speculorum, quàm circa centra maiorum, unde fiunt semper maiores in speculis maioribus, uniuersaliter autẽ in omni situ proportionato rerũ ad specula potest patere propositum per 46. primi huius, quoniam partes diametrorũ circuli maioris sunt maiores & minoris minores, & fiunt ex consequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propositum.



XLI.

In eodem speculo sphærico conuexo centro uisus immoto existente imago rei approximatæ superficiei speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam enim ut patet per 11. huius, imagines punctorum rei uisæ uidentur in kathetis suæ incidentiæ & imagines rerum uisarum inter kathetos incidentiæ suorum terminorũ katheti uero punctorum terminalium rei à speculi superficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea enim æqualis & æquedistans basi trigoni uicinior angulo supremo maiori angulo subtenditur, & quoniam mutata re secundum locum, mutatur ipsius imago in omni speculo, ut patet per 28. quinti huius, patet quod imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ superficiei speculi fit maior, unde & uidetur maior, quod secundum præmissa in proxima præcedente uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorum punctorum

ctorum terminalium illius rei, ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propositum, & per hæc & per præmissam potest patere, q̄m si sit proportio elongationis rei uisæ à superficie speculi maioris ad elongationem à superficie speculi minoris, sicut excessus imaginum quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundū proportionem diametrorum speculorum, possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiusdem rei quæ aliàs in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per præmissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

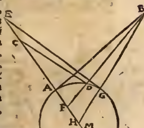
In speculo conuexo sphærico dextera rei uisæ apparent sinistra, & sinistra dextra.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa quæ similem passionem declarat in speculis planis, unde eodem modo demonstrandum, nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à speculis sphæricis conuexis, reuersæ apparent.

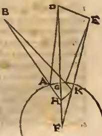
Esto speculum sphæricum conuexum a d g, cuius centrū m, incidatq; superficiei speculi perpendiculariter altitudo quæ sit e a, cuius altius punctum sit e, & sit centrum uisus u, reflectaturq; punctus a, à puncto speculi qui sit a, & sit linea reflexionis quæ a b, reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e, à puncto speculi g, sitq; linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a, qui sit t, inferior puncto e, reflectatur ad uisum b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, producatur itaq; linea altitudinis e a, ultra punctū a, palamq; ex hypothesi, et per 72. primi huius, q̄m ipsa transibit centrū m, & producatur linea reflexionis u g, intra speculū, & quia lineæ e a & b g, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. quinti huius, palā cum non sint æquedistātes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, sed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniā per 11. huius puncta h & f, sunt loca imaginum punctorum e & t, palā quod linea h f est imago lineæ, & similiter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonstrandū. Eritq; imago lineæ e a, linea a h, reuersa ergo uidetur altitudo, quod em̄ supremū est uidetur infimum & econuerso, patet em̄ per 23. huius, quoniā super unum kathetum incidentiæ signatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti à centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior, remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t, quæ est f, q̄m imago puncti e, quæ est h, palam itaq; est propositū primum, & eodem modo est de profunditatibus demōstrandū. Infimum em̄ punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum, & econuerso, Media quoq; puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.



XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis speculis reflexa apparent suæ propriæ dispositionis.

Esto longitudo d e, oblique incidens speculo sphærico conuexo quod sit a g, & eius centrum f, & sit altius punctū d q̄ e, punctum à superficie speculi dati. Sitq; centrum oculi b, & reflectatur punctus d ad uisum b, à puncto speculi a, & punctus e, à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis super superficiem speculi, quæ per 72. primi huius, necessario transibit centrum speculi qd' est f, quæ sit d f, & similiter ducatur kathetus e f, ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g, & producantur intra speculum, concurratq; b a cum d f, in puncto h & b g, cū e f, in puncto k, & ducatur linea h k, erit

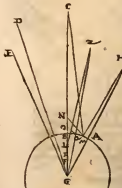


h k, eritq; per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, est autē linea k h, oblique se habens ad uisum b, sicut linea d e ad speculū, qm̄ per 23. huius punctū e, quod est propinquius centro speculi, imago quæ est k, remotior fit à centro speculi f, & punctū h, quod est imago puncti d, remotioris à cētro speculi fit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, qm̄ alicuius puncti katheti d f, tantū distantis à puncto f, quātū punctū e, locus imaginis est remotior à cētro f, q̃ locus imaginis pūcti d, p 23. primi hui9, est itaq; h remotius à cōuexa superficie speculi apparens, & punctum k ꝓpinquius eidem superficiei. Sic aūt & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo ꝓpositum, qm̄ obliquæ longitudines apparent illius distantiæ à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphærici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq; punctū d, ꝓpinquius uisui, q est e, q̃ punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli g, qui sint t g & d g, seceťq; kathetus t g, superficiem speculi in puncto b, fiatq; angulus e g d, super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui sit t g h, p 23. primi, seceťq; linea h g circulum in puncto a, & sumatur per 20. uel 22. huius, in circulo punctū a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctū z, quod sit punctum q, palā ergo quod forma puncti t nō refertur ad punctū h, ab aliquo puncto arcus b q, non eñ à puncto b, quoniā cum ille sit in katheto incidentiæ, palā per 10. huius, quia reflectitur in seipsum & nō ad punctū h. Sed neq; à puncto q, qm̄ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq; uero puncto sumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctū ducta secabit lineā q z, igiť ad illud punctū sectionis reflectiť forma puncti t, à pūcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus sectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis superficiei speculi ad unum punctū qđ est impossibile, & contra 16. huius, restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & à puncto m ducatur linea cōtingens circulū per 16. tertij, & ꝓducať usq; ad kathetū g t, & sit m n, eritq; punctus n, finis contingentiæ puncti t, respectu puncti h, & à puncto q ducať linea cōtingens circulum, q̄ ꝓducta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub linea n m, p 60. primi huius, & ꝓducať linea z q, donec cadat sup kathetū g t, in puncto p, cadet aūt per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit q̃q; per 12. huius, ꝓportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est ꝓportio g t ad t n, q̃ ad t o, p 8. quinti, cū t n sit minor q̃ t o, ut patet ex p̄missis, maior erit ꝓportio g t ad t n, q̃ s p ad p o, est aūt per 8. quinti, maior ꝓportio g p ad p o, q̃ ad p n, ergo multo maior est ꝓportio t g ad t n, q̃ g p ad p n, qm̄ p o minor est q̃ p n, diuidať ergo p 119. primi huius, linea g n i pūcto l, taliter ut sit ꝓportio t g ad t n, sicut g l ad l n, eritq; g l maior q̃ g p, nō æqualis neq; minor p 8. quīti, eritq; per 16. quinti, ꝓportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13.



huius, erit punctũ l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales inter se, & g f sit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cũ igit angulus e g d, sit æqualis angulo e g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, sicut remotio puncti z, à puncto t, qm̃ cum puncta d & t sunt eiusdem distantiæ à cẽtro speculi quod est g, erũt lineæ d g & t g æquales, erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, respectu uisus e, tm̃ eleuata in katheto g d, quantũ imago puncti z, eleuata est respectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, sicut locus imaginis formæ puncti t, est in puncto p, cũ lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentiæ puncti d, respectu puncti e, erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentiæ puncti t respectu puncti z, erit ergo per p̃missa finis contingentiæ puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis est angulo t g h, & linea h g æqualis est lineæ e g, erit per ultimam sexti, ꝓpter æqualitatem angulorũ æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum t g, & lineas h g & e g, erit ergo p p̃missa punctus l, locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h, & erit punctus n, finis cõtingentiæ respectu puncti e, sicut & respectu pũcti h, imago ergo pũcti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cẽtro speculi q̃ imago puncti ꝓpinquioris, & finis contingentiæ puncti remotioris remotior est ab eodem centro q̃ finis cõtingentiæ ꝓpinquioris, & hoc est ꝓpositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphærico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus, quod imagines ipsorũ à centro speculi æqualiter distabunt, nec em̃ ut patet ex p̃missis fit diuersitas in locis imaginum, cum fines contingentiarũ semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

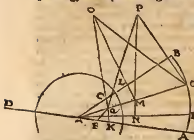
Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

Esto a b arcus oppositus speculo sphærico conuexo, in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z, & sit g centrũ illius arcus a b, & similiter centrum speculi, qm̃ ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt concentra, sitq; d centrum uisus, & ducãtur lineæ d g, a g, b g, & sumatur in arcu a b, punctus e, quocũq; modo & ducatur linea e g, erit itaq; superficies a g b, superficies incidẽtiæ in qua erit linea e g, & linea d g, est diameter uisualis quæ ex hypothesi est erecta super superficiem a g b, erit ergo p diffinitionem lineæ sup superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, qm̃ d g est æquale sibijpsi, & alia latera sunt æqualia per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, bases illorũ triangulorum sunt æquales, omnia ergo puncta arcus a b, eiusdem distantiæ sunt à centro uisus, quare imagines omnium illorũ punctorum eiusdem distantiæ erũt à cẽtro speculi p corollariũ p̃missum. Sitq; q m l, imago arcus a e b, erit igit̃ linea g q, æqualis lineis g m & g l, quare p̃ 9. tertij, linea q m l, erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g, erit ergo cõuexitas ipsius respectu centri g, nõ respectu supficiei cõuexæ speculi siue loci reflexionis, & qm̃ curuitas arcus a b, respexit cõuexitatẽ supficiei speculi ut cõcentrica ipsi ex hypothesi, patet qđ idẽ arcus est concentricus suæ imagini, ergo p 73. primi huius, patet ꝙ imago æquedistat arcui uiso qm̃ est semp in supficie incidentiæ, est em̃ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suæ incidentiæ p 11. huius, oẽs aũt katheti illius sunt in supficie incidentiæ, patet ergo propositum.

XLVII.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali superficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans arcui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisu arcus incidente.

Disponantur omnia ut in p̃cedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est d g, nõ sit erecta sed oblique incidens superficiei a b g, dico qd' imago arcus a b, uidetur curua, ducatur eñ perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cũ itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiẽ per 21. primi huius, erit angulus rectus quẽ continet hæc ꝑpendicularis uersus punctũ g, minor quolibet angulo uersus punctũ g, imaginato, quẽ continet alia linea à puncto d ad suꝑficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad suꝑficiem illam ducta quanto remotior erit ꝑpendiculari, tãto maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus ꝑpendicularem p 21. primi, si ergo hæc ꝑpendicularis nõ cadat in arcum a e b, sed ultra ipsum, tunc erunt oẽs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtẽ unã, & remotiores maiores & minorem angulũ contingentes uersus punctum g, q̃ ꝓpinquiores perpendiculari. Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quæ sint a c b, & finis contingentiæ puncti b, sit l, & finis contingentiæ puncti b c, sit m, palam p̃ 44. huius, quia ex eo q puntum c, est ꝓpinquius uisui d, q̃ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, q̃ punctus l, sunt autẽ lineæ g b & g t, æquales ex hypothesi, & per diffinitionẽ circuli, est ergo linea t m, maior q̃ b l, sit autem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducat̃ linea q t, & ducant̃ lineæ t b & m l, quæ quidẽ ꝓductæ concurrent, quia si à puncto m ducat̃ linea æquedistans lineæ c b, illa secabit ex linea g b, lineam æqualẽ ipsi m r, p secundam sexti, est autẽ c m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̃ per 9. huius, ꝓportio est lineæ g t ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cũ lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & à punctis sectionũ ducant̃ lineæ concurrentes, qui c o & m o, palã qd' linea q t, cõcurret cũ linea c b, m l, & erit ipsarum concursus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducatur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quã secet in puncto k, palã quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aũt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut lineæ g f ad f n. Sed finis cõtingentiæ est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis p 5. quarti, circũscriptus, nõ erit aũt ille arcus æquedistãs arcui speculi neq; arcui uiso, qm̃ ut patet lineæ t b & q t, & f e, sunt inæquales, ꝓpter qd' remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̃q; demonstrandum si ꝑpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipsum, tũc eñ similis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpositũ primũ. Si uero ꝑpendicularis ducta à puncto d, suꝑ suꝑficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuersis partibus ad arcũ ductæ æqualiter distantes à ꝑpendiculari erũt æquales, & æquales angulos cõtingentes uersus punctum g, & imagines ipsaꝝ æq̃liter distabũt à centro g, & fines contingentiaꝝ, similiter imago itaq; æq̃distabit arcui a b, & arcui speculi, qm̃ imago figurabitur suꝑ centrũ speculi qd' est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest ꝓbari p̃dicto mõ de utraq; parte arcus p se secundũ qd' diuidit̃ à ꝑpendiculari, q eius imago sit linea curua modo p̃dicto æq̃distans arcui uiso ꝓpter æq̃litatẽ lineaꝝ à centro speculi & arcus uisui ad loca imaginũ ꝓductaꝝ, qd' est ꝓpositũ. De imagine eñ arcus a c potest secũdũ p̃missa idem patere.



Imago

XLVIII.

Imago arcus ecentrici circulo, qui est cõis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi secundũ mediũ eius punctũ propinquioris cẽtro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitaris ꝗ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.

Esto arcus uisus b e a, circulusq; cõis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrũ sit g, sitq; arcus b e a ecentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadẽ superficie, & sit e medius pũctus arcus b e a, propinquior centro g, sitq; uisus extra superficiem incidentiæ. Dico ꝙ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis ꝗ alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea à centro speculi quod est g, ad centrũ arcus b a, quod sit f, productaq; linea g e, palam per 7. tertij, quoniã ipsa est breuior oibus lineis à cẽtro g ad cẽtrũ a d b ꝓductis, & qm̃ arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̃ linea g a æqualis est lineæ g b. ductisq; lineis g a, g b, secundũ ipsaꝶ quantitatẽ describatur arcus à centro g, palamq; per præmissa, qm̃ arcus descriptus secundũ sui pũctum mediũ magis distabit ab arcu h z, ꝗ arcus b e a. Sit ergo descript9 arcus b d a, & ducaꝛ linea g a, ad mediũ punctũ illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum aũt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cõia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius à centro g ꝗ punctũ e. eius imago erit propinquior centro speculi ꝗ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinquior centro imagine puncti sibi correspondẽtis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundũ hunc modum in alijs sitibus arcuũ & speculoꝶ potest fieri demonstratio, qñ uisus nõ fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.

XLIX.

In speculis sphæricis conuexis uisu nõ existente in superficie lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.

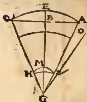
Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphærici conuexi centrũ g. erit ergo superficies incidentiæ a g b, extra quã sit centrũ uisus quod sit d, sitq; linea a b æquedistãs speculo, hoc est lineæ contingenti arcũ circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi secundum medium punctũ illius arcus. Dico ꝙ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducanꝛ enim lineæ rectæ d g, à centro uisus ad centrũ speculi, & lineæ g b, g a, à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquedistant speculo, palã ꝙ sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundũ quãtitatem illarũ lineaꝶ, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita ꝙ imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectã a b in puncto f, palã ergo ꝙ punctus e est in eadem linea cũ puncto f, sed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, ꝗ imago puncti f. cõmuni utroq; punctoꝶ quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aũt ꝙ linea z m h est linea curua, cũ linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginũ or

dinen

dinentur secundum conuenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu ar cus h m, patet ergo propositum, resectis quoque lineis a f & b f æqualiter, eadē est demōstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.

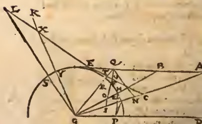


Disponantur omnia ut in præcedente, nisi quod linea a b nō æquedistet speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo quod lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor quàm g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, quàm sit a e q, & ducatur g b ultra b, usque quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, quōniam imago arcus a e est curua, pūctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoque z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet quod erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p pūcta media arcus a e & a b, faciliter poterit ostēdi. patet ergo propositum, resecta quoque linea a b, ex quacunque sui parte semper eadē est demōstratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conuexum, uisu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat speculum in pūcto e, & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitque ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitque sectio communis superficiei reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficiei speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficiei reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficiei speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectiōis Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, est cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, est altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit



lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una superficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoque supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & producatur linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio à puncto f, sicut in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraque illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoque forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus

rcus h p,est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p,est minor arcui z s. Rescindatur ergo arcus z s,ad æqualitatem arcus z p,quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatē lineæ g s,secabit necessario lineam f l,ideo quia linea g d,est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y,& sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d,ab aliquo puncto arcus z p,similiter eadem forma puncti a,reflectitur ad k,ab aliquo puncto arcus z y,sed non reflectetur a ad k,nisi ab aliquo puncto quod est circa punctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f,uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f,secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b,ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur pūctus k, & ad idem punctū à puncto f,reflectetur pūctus l,& ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab eodem puncto f,& ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma pūcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi qđ est pūctū g,quoniā ambæ l g,k g, sunt æquales ipsi g d,ex hypothesi,& reflectētur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f,quæ est u,est ducibilis ad punctū g cētrū speculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u,totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k,ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pūctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s,alio quàm punctum f,si igit̄ ab illo puncto ducatur linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s,respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ est f o,altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n,& ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum g m t,ut patet ex præmissis, quia ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q,& ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a,et sit o imago puncti b,& r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g,cētro speculi quàm punctū a, erit ergo imago puncti b remotiora puncto g quam y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i,ad i n,& proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis,& a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q,& alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ pūcti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

T b z in

b z, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositiõe præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedẽti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e transit per punctũ q, & ita linea m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorum e & q, est in periferia circuli, & est punctũ unũ. Si uero arcus ille sit minor arcu h e, secabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; istorum accidit iteretur probatio præmissæ, & eodem modo penitus probabitur, quod imago lineæ a b est curua, quod est propositum.

LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãsiret centrũ circuli, quæ est cõmunis sectio supficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cẽtro uisus existente in eadem superficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, semp uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedẽtibus, nisi quod hactenus locuti sumus de passionibus harũ linearũ uisu non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus quandoq; esse in superficie incidẽtiæ, qui sit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, transiens ipsius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet super g, centrũ speculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadẽ superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit linea a b declinata super circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad superficiem speculi, dico quod tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centro uisus ad centrum speculi linea quæ sit g d, secans circulũ

e h z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille punctus reflectitur à puncto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum linea suæ reflexionis sit ultra lineā reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie linea ergo incidentiæ ipsius puncti secaret lineam incidētiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundē uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h .s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis quæ occultatur uisui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uisu sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.

LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cētro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscindente oēs lineas reflexionum suorum punctorum, & præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.

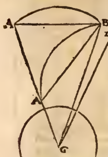
LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nō tangentis superficiem speculi sphærici conuexi

uisu

uiſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, modicum imaginis uidetur, & erit imago ſemper curua.

Diſponantur omnia ut in præcedentibus, ſitq́ꝫ linea a b, obliquata ſuper ſuperficiem ſpeculi, ita quod producta centrum eius non tranſeat nec tangat ſuperficiem ſpeculi, ſed diſtat punctus b aliqualiter ab illa in aere exiſtens, ſitq́ꝫ uiſus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uiſui occurret, ducatur enim linea d b, ſuper ſuperficiem ſpeculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit l o y, & ſuper c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, ſecans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum ſpeculi. & ducatur kathetus b e, palam itaq́ꝫ quod forma puncti f, reflectitur ad uiſum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́ꝫ locus imaginis in linea f g, ſimiliterq́ꝫ forma puncti b, cum non habeat aliquod obſtaculum reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto ſpeculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpoſitionem lineæ ſolidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non poſſunt reflecti ad uiſum, niſi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis ſectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ eſt res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod eſt propoſitum. Augetur tamen illa quantitas imaginis ſecundum quod centrum uiſus in eadem ſuperficie declinat plus ad ſuperficiem ſpeculi, unde ſi uiſus perueniat inter ſuperficiem ſpeculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & ſi taliter ſituetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, tranſeuntem ad centrum ſpeculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius ſemper curua, quod poteſt oſtẽdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineam tranſeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuerſaliter uero quidquid interpoſitum uiſui & ſpeculo, impedit peruentum formarum punctorum ſpeculi ad uiſum, illius imago nõ uidebitur in his ſpeculis. Hæc autem quæ hic propoſita ſunt, intelligenda ſunt de lineis occurrentibus uiſui in arcu circuli, qui apparet uiſui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculum, quoniam ille ſolum opponitur uiſui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum ſpeculo in parte circuli occulta uiſui in aliqua poteſt eſſe equediſtans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, ſimiliter eſt conterminalis illi æquediſtanti, & illa non uidebitur, ſimiliter & conterminalis illi æquediſtanti, quæ cadet ſub æquediſtante penitus occultabitur uiſui, ſed linea terminali æquediſtanti cadens ſuper ipſam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium induſtriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonſtranda, erunt tamen hoc modo uiſarum linearum rectarum imagines ſemper curuæ.



LVII.

Viſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi, ſed æquediſtantis lineæ interiacenti centrum ſpeculi & uiſus, uel concurrentis cum illa extra ſpeculum ex parte uiſus, imago uidebitur curua.

Sit

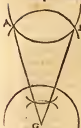
Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidē linea nō cōcurrat cum circulo qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiei speculi ꝓpositi, & producať linea h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturq; à puncto b, linea circulū cōtingens, quæ secet lineā h g, super punctū t, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiā linea g b, quæ producta necessario continet cū linea h e. Si em̄ h e fuerit æquedistans d g, concurret quidam per secundā primi huius. Si uero d g concurrat cū h e, multo fortius g b cōcurret cū eadem ꝑ 29. primi huius, cōcursus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducať quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sitq; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginū. Similiter ducatur linea t s, copulās fines contingentiarum, sit quoq; ut linea d g, secet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ sit a b, palā itaq;, qm̄ arcus a b, est minor quarta circuli, cū uisus d uideat ex circulo minus medietate ꝑ 3. huius, q̄re angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igiť linea a u cōcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cōcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cū per 17. huius, punctus m reflectiť ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahať ergo linea t s, donec cōcurrat cū linea u a, cōcurret aūt per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cōcurret cum h m, per secundā, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto c, pūctus itaq; c reflectiť ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens speculū usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior q̄ linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior pūcto k, sunt em̄ puncta k & o, fines contingentiarū, producať quoq; linea d f, usq; quo cadat super g c kathetū, cadet aūt per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctū r, & producatur linea z q, usq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̄ punctum l, est altius q̄ punctū r, linea em̄ h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes aut concurrunt, sint primo æquedistantes, cum ergo hæ lineæ æquedistantes secent lineam c g l, super tria puncta c k l, & secent utrāq; lineaꝝ m g & h g, & cū sit proportio lineæ h g ad h c, sicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cū sit ꝓportio lineæ m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadē ꝓportio g c ad c k, q̄ g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, qm̄ r est imago puncti e, linea em̄ d f, est linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, est finis contingentiæ, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, q̄ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, q̄ g r ad r o, erit ergo econtrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, q̄ r o ad g r, est ergo minor proportio linea o r ad g r, q̄ k l ad g l, ergo coniuncti m ꝑ 15. primi huius, minor ꝓportio est o g ad r g, q̄ k g ad l g, sed k g est minor q̄ o g, ergo per 8. quinti, l g est minor q̄ r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q r, est linea curua, ergo imago lineæ h e, est curua, erit ergo probare quod, imago lineæ

h e, rectæ sit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non sunt æquedistantes, concurrāt ergo, & erit cōcursus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, est ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphæricum conuexum uidetur semper curua.

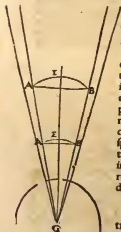
Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrū uisus pūctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet semper curua, qa sensibiliter intra speculū uidet, ducatur em̄ corda a b, palamq; ex præmissis ꝑpositionibus, qm̄ imago cordæ a b, secundum omnem sui situ, respectu speculi uidet semper curua, nisi solū tunc qn̄ ipsa sit in katheto incidentiæ unius suæ extreminatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiēs eius centrum, tunc em̄ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcū uero a b, esse ī katheto incidētiæ suarum extremitatum est impossibile, cū quilibet suorum punctorum diuersum habeat incidentiæ kathetū, ergo nunq̄ uidebit imago arcus taliter dispositi in linea recta, qm̄ semp loca imaginū diuersorum punctorū in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propositum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipsarum est intra speculum sphæricū cōuexū uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto qđ arcus a b respiciat secundū sui concauū uel conuexum centrum speculi sphærici conuexi, qđ sit punctum g, dico quod cō uexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̄ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundū partem intra, secundū partem extra, & secundū partem in ipsa superficie speculi, loca em̄ imaginum punctorum remotiorum à supficie speculi fuerint ꝑpinquiora centro speculi, & loca pūctorum ꝑpinquorum speculi superficiei fuerint remotiora à centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum, quarum ipsæ sunt imagines, patet qđ conuexitas ipsarum imaginū conuexitati ipsorum uisorum arcuum sit contraria secundum sitū, prout etiā often dimus per 43. huius, patet ergo propositum.



LX.

Imaginum curuarū eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

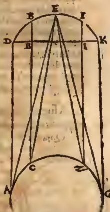
Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g, dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorū a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, sit maior, & recedente ipsa angulus a g b, sit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro speculi sit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo sit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt

in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, quũ ipsa semper sit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & fit pars circuli minoris in recessu à centro, & secundũ quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo propositum.

LXI.

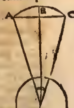
Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.



Esto speculum sphæricum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sintq; ut loca imaginum istorum punctorũ sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoq; reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearũ reflexionis sit perpendicularis super superficiẽ speculi, palam per 72. primi huius, quũ ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omniũ linearum illarum reflexionis, & illi ꝓpinquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, quũ illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, quũ ducta perpendiculari linea à puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterũ imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & quũ eodem modo est demonstrandũ de qualibet imagine apparẽte in superficie speculi, patet ergo propositum.

LXII.

Imago lineæ curuæ secundum eius concauitatem respicientis superficiẽ speculi sphærici conuexi nonnunq; uidetur recta.

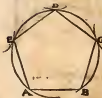


Sit linea curua a b c, opposito speculo sphærico conuexo secundum sui partem concauam, dico quod nonnunq; imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur eñ eius corda recta linea quæ sit a b, palam per plures præmissarum propositionum lib. huius, quũ in aliquo situ imago ipsius lineæ rectæ uidetur curua curuitate respiciẽte centrũ speculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ sunt a & c, uidẽtur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipsi curuæ imagini lineæ rectæ sic subtendi corda intra speculum, Si itaq; hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsi9 arcus quæ est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordæ, ita quod eius situs uersũ hinc inde sint similes, palã per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordæ ipsi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineæ a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concauum, cũ ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere esset

esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ semicirculi & diametri, & ex portione cirtuli sit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut intersectione duorũ circulorũ inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quã ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua: & qđ ostendimus de lineis, accidit etiã in ipsis superficiebus planis cõcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarũ. Si autẽ ꝓponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cũ ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nõ eñ bene discernit̃ curuitas nõ magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nõ bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarũ opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.



Quia eñ diuersarũ sphæricarũ superficierũ diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autẽ centra diuersificant̃ in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersorũ punctorũ in partes diuersas protrahantur, & qñ à tota superficie fit reflexio, & pũcta reflexa, secũdũ loca diuersificant̃, nõ secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctorũ aggregat̃ & unit̃ suarũ ꝑtium recipit inordinatũ situm, uidet̃ ergo imago in talibus speculis monstruosa, & fit extensio uniformis aliquarũ suarũ partium secundum uniformem extẽsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secũdũ q̃d partes aliquæ sup̃ficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.

LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrũ uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta angulorũ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdẽ punctis, ut in puncto g, linea s k, & qñ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam per 20. quinti huius, qñ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt est qđ ꝓponebat̃.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam eñ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unq̃ puncto possint concurrere, sed disperguntur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq̃ corpus aliquod quodcunq̃ uel ipsum sit combustibile possunt incedere, ut reflectũtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculorũ cõpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illorũ speculorũ uno puncto reflecteretur unus radius ad unum punctũ, cũ aliorũ speculorũ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radiorũ uirtutis. Hæc aũt speculorũ compositio plus esset difficilis q̃ utilis, unde tali operi nos nõ dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Rdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphæricorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnariũ & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ speculorũ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istorũ speculorum ex figuris illorũ præmissorũ speculorũ aliqualiter cõponunt. Speculũ eñ columnare cũ sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qm̃ pyramis fit ex transitu rectanguli, quod uno suorũ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum laterũ rectum angulũ continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousq; ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumq; ergo istorũ speculorũ, quia ex motu linearũ rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculorũ figuras cũ circulariter circũferuntur, in tm̃ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quarũ origo est circulus, cõmuniter cõsequũtur, & hoc maxime in speculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istorũ speculorũ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum, & motus accidũt in illis, hæc ergo specula posteriorẽ ordinẽ recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quàm de quibuscunq; cõcauis & sphæricis, propter simplicitatẽ passionũ speculorũ cõuexorũ respectu concauorũ, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum, ppositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quarũcũq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicit kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearũ reflexio ,pcedit. Finis cõtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorũ secat lineã in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

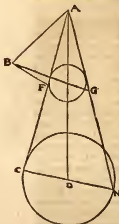
V Metam

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineã ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cẽtro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundũ acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper ẽm ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autẽ ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroq; propoſitorũ ſpeculorũ, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitũ in ſpeculis pyramidalibus demõſtrari. Sit itaq; ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrũ baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cõcurratq; linea b a, quæ à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeũtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducanť duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaq; quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget, & ſimiliter oſtendẽdũ eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniẽs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.

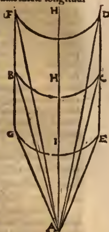


II.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

Verba

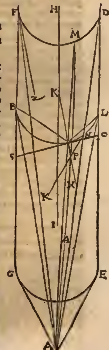
Verbi gratia, Sint conuexo speculo columnari quod sit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ sint d e & f g, sintq; illæ lineæ termini superficiei columnæ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa, & per 78. quarti huius, & sit centrum uisus a, productisq; lineis a d, a f, a g, a e, erunt superficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ superficies cōtingent columnam. Si eñ dicatur qđ altera ipsaꝝ secat columnam, ut superficies a d e, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudinis d e, in qua cadit illa superficies, & similiter erit procedere si superficies a f g, secet columnam, & sit sectio super lineã f g. Sit ergo ut superficies plana pertransiens centrum uisus secet columnam æquedistanter basibus, eritq; per 100. primi huius, sectio communis illi superficiei & speculi circulus, qui sit b c, hæc ergo transit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum sint in illis superficiebus secantibus superficiem columnæ, secabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, qȝ sit, illud quod sub lineis circulum b c, contingentibus à centro uisus puncto, s. a, ductis continetur, qđ est contra ea quæ declarata sunt in 51. quarti huius, & similiter de basibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas, quod est cõtra hypothesim. Eodem modo quoq; est de speculis pyramidalibus demonstrandum, & sequitur idem impossibile, qđ prius per 84. quarti huius, quod est contra hypothesim, patet ergo propositum.



III.

Communis sectio omnium superficierum à uisu productarũ cõtingentiũ speculũ columnare conuexum, est linea transiens centrũ uisus æquedistanter axi illius speculi.

Quod hic ponitur, esto eñ axis speculi columnaris conuexi h k l, & basis superior columnæ circulus f d, cuius centrum sit h, & inferior basis circulus g e, cuius centrum i, & communis sectio alicuius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq; axis h i, qui orthogonaliter est sup bases, ut patet per 95. primi huius, sit etiã orthogonalis sup circulũ b l, per 100. & p 23. primi huius, & per eadẽ sint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales sup circulũ b l, superficies ergo contingentes columnam secundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt sup circulum b l, per 18. undecimi, ergo & super superficiem reflexionis secantẽ columnam secundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis sectio illaꝝ superficieꝝ contingentium columnã orthogonaliter erit super illam superficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum superficieꝝ cõmunis sectio æquedistans erit axi columnæ q̃ super eandẽ superficiem est orthogonaliter erecta, secant aũt illæ superficies se in centro uisus, qm̃ centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum, propositum cõtingentibus, & de superficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo propositum.



IIII.

Ad quodcunq; pũctum signatũ in superficie apparente speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta, illa producta necessario speculũ secabit.

Sit dispositio omnimoda p̃missæ, signeturq; in apparente uisui portione speculi, qđ est e d, f g, punctus q, & producatur linea a q, di-

eo quod linea a q, ꝑducta necessario speculũ secabit, ꝑducatur em̃ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ sit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquedistans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet colũnã ultra punctũ q, secũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m necessario transibit per circulũ sectionis, qui est b l, secans ipsum in pũcto, sit ergo illud punctum p, ducaturq; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad circulum b l, ꝑductas illũ cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã qa secabit circulũ, ergo etiã sũpficies à cẽtro uisus ad speculi superficiem ꝑtensa, in qua sunt lineæ a p & a q, secabit speculũ, qa illa superficies secabit sũpficiem columnaris speculi secundũ lineã longitudinis, quæ est m q, palã ergo qm̃ linea a q, ꝑducta secabit speculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in speculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius speculi sũpficie datũ. palã est ergo ꝓpositũ.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omnesq; illæ superficies inter uisum & speculi sũpficiẽ extenduntur.

Maneat superior dispositio, cõtingatq; aliqua sũpficies plana sũpficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã longitudinis, q̃ est m o, ꝑ 95. primi huius, ducaturq; sũpficies reflexionis quæ sit a b l, & in ea ꝑducatur linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ sit s p t, palã ergo q́d linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducatur em̃ linea p l, quia ergo linea s p t, secat angulũ a p l, patet ꝑ 29. primi huius, qm̃ ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet q́d linea s p, secabit lineã a b, palã ergo, qm̃ lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, est in superficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l est in sũpficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis d e, quæ est extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpositũ primũ. Sed & oẽs tales sũpficies, qualis est sũpficies in qua est linea s t, inter uisum & speculi sũpficiẽ, & nõ extenduntur, & de speculi quidem sũpficie patet, q́d sint illæ sũpficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & non secantes illã, sed & patet de centro uisus. Sit em̃ punctũ n, ꝓximũ punctũ signabile sub pũcto l, in arcu l b, & imaginetur aliqua sũpficies cõtingens sũpficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ sit pũctus n, hoc ergo necessario secabit sũpficiẽ reflexiõis q̃ est a b l, qm̃ est orthogonalis super illã per 18. undecimi Sit itaq; per tertiã undecimi sũpficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ superficiei cõmunis sectionis linea recta, q̃ sit n r, palam ergo per p̃missã, qm̃ linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, sed punctũ n demissius est puncto l. ergo cõtingens linea quæ n r, erit demissior linea cõtingente q̃ est a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝑtinget linea n r, ad punctũ a centrum uisus. Eodẽ modo demonstrandũ in alijs quibuscũq; superfciebus taliter cõtingentibus sũpficiem apparentẽ speculi colũnaris. Similiter q̃q; demonstrandũ est de sũpfciebus cõtingentibus specula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi idẽ speculũ secundũ lineam suæ longitudinis necessario est cõtingens.

Hoc patet per modũ secundæ huius, qm̃ eadem huius & illius est demonstratio. Sit em̃ resumpta figura p̃cedẽtis sũpficies reflexiõis g a f, in qua sit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ est g f, dico q́d illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si definq; illa superficies columnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Oppsito

VII.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cōmunis sectio supficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linia longitudinis speculi, & si illa communis sectio sit lineæ lōgitudinis superfiices reflexionis secat speculum per axem.

Sit speculuũ columnare conuexũ, cuius axis sit h i, cuius superficies apparens uisui sit e d f g, sitq́ʒ a centrũ uisus, & b punctũ uisum, secetq́ʒ supficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, necessario sunt pũcta a & b, ipsum speculũ secũdum axem h i, dico qđ cōmunis sectio illius superficiei reflexionis & supficiei e d f g, est linea longitudinis speculi, qm̃ enim per 93. primi huius, cōmunis sectio illius superficiei planæ & supficiei totius colũnæ speculi est quadrangulũ rectangulum sub duabus lineis longitudinis & duabus diametris basiũ columnæ contentũ, cum superficies reflectionis transeat per centrum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparẽs uisui, per primã huius, patet quod cōmunis sectio illarũ duarũ superficierũ, erit linea una longitudinis, quæ est unũ latus illius trianguli, quod est cōmunis sectio illius superficiei planæ, & superficiei totius columnæ. Sic quoqʒ patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, qm̃ cōmunis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicæ speculi uisui apparentis, sit unum latus illius trigoni, quoniã est communis sectio huius planæ superficiei, & totius superficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propositum.

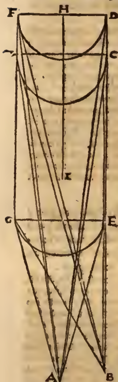
VIII.

Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis speculum secundum axem secantẽ, est erecta, ut quæ secundũ cōmunem sectionem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem apparentem speculi per æqualia diuidentem speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexũ, cuius apparens uisui superficies sit, e d f g, & axis h i, sitq́ʒ centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum secundũ axem secantis & speculi, sit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs supficiẽ e d f g, cōtingãtq́ʒ supficiẽ speculi supficies planæ q̃tcũqʒ, dico qđ unica illa quæ secũdũ lineã longitudinis m o speculũ cōtingit, erecta est sup illã supficiem reflexiōis, & qđ oẽs aliæ super ipsam sunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos est angulos cōtinens cũ semidiametris basiũ colũnæ & simul cũ semidiametris oĩm circulorũ basibus illis æquedistantiũ secantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoqʒ per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles sunt semp ipsam supficiẽ cōtingentẽ speculũ necessario trãseũt per axẽ speculi, oẽs uerò illæ ppendiculares cadunt in superficie speculũ secundũ axẽ secante, ergo per diffinitionẽ illa superficies contingens est erecta sup superficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ superficies dictã superficiẽ speculi secũdũ alias lineas longitudinis cōtingentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquæ, aliter enim illæ superficies contingentes se necessario intersecarent, si ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, est communis sectio illarum superficierum, duæ lineæ in illis superficiebus contingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa superficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contingentium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectione speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstratio formari, patet ergo propositum,

IX.

Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnæ, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie æquedistanti basibus columnæ, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ.



Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit h i, & basis superior circulus f d inferior basis circulus g e, & sit cētrum, uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, sitq; speculum directæ uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflexionis quæ sit a b c z, secabit superficiē propositi speculi, taliter quod communis sectio quæ sit c z, erit circulus æquedistanter basibus speculi, hoc enim patet ex hypothesi, & per 100. primi huius. uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uisu contingentes speculum, quæ sint a z & a c, sintq; z & c puncta contingentiæ opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ secundum longitudinem columnæ, quæ sint d c e & f z g, & quoniam linea d c, est æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypothesi & per 25. primi huius, propter æquedistantia basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei & speculi, æquedistabit arcubus basiū, quæ sunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eisdem sunt superficiebus, erunt æquedistantes & sunt circulares, quoniam sunt æquedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

X

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis superficie reflexionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in præmissis speculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis sit linea h i, & superficies eius apparens uisui sit e d & f g, sitq; centrum uisus punctum a, & punctus rei uisæ b, seceťq; superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non æquedistanter basibus columnæ, dico quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi ut sui apparentis est pars oxigoniæ sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet q; omnis superficiei secantis columnā uel pyramidem transaxem non æquedistanter basibus & superficiei totius pyramidis uel columnæ communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana nō secet pyramidē uel columnam, secūdū axis longitudinem, patet q; communis sectio superficiei reflexionis, quæ plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositæ uisui, non poterit esse arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniæ, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

Com-

XI.

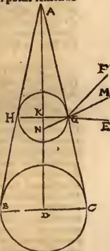
Communi sectione superficiei reflectionis & speculi columnaris circulo existente, omnes superficies planæ speculum cõtingentes super superficiem reflexionis sunt erectæ.

Remaneat dispositio quæ præcessit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ superficies columnam contingentes secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiametris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquedistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ superficierũ erectarum superficierum sunt super ficies, omnes illæ superficies contingentes columnam super præfatam superficiem reflexionis eriguntur, quod est propositum.

XII.

Communem sectionem superficiei reflexionis & speculi pyramidalis cõuexi, circulum impossibile est esse.

Sit pyramidale speculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter basis b c, sitq; axis speculi linea a d, est ergo per 89. primi huius, punctum d centrum basis, sitq; centrum uisus e, & punctus rei uisæ sit f, dico quod forma puncti f, non potest reflecti ad uisum e, ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit k, sit circulus. Si enim hoc sit possibile, esto quod reflectatur forma puncti f, ad uisum e à puncto speculi g, sitq; circulus g h communis sectio super ficiei reflexionis & speculi, cuius centrum sit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquedistans basi b c, producatur ergo à puncto g extra speculum linea g m, perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis obliquè super stat superficiei basis, palam quod superficies circuli h g æquedistantis basi nõ orthogonalis super superficiem speculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem, palam quod ipsa non pertingat ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in aliq puncto axis, qui sit punctus n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulũ g n a, qui necessario est acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n est rectus per 39. primi, cum angulus a d c, sit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi, qui perpendiculariter est linea n a m in superficie reflexionis consistere est necesse, linea ergo h k g, non est in illa superficie, palam ergo q̃d formæ puncti f ad uisum e, non fiet reflexio à puncto speculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret necessario superficiem circuli g h, perpendiculare esse super superficiem planam contingentem speculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod est impossibile per præmissa, patet ergo propositum.



XIII.

Opposito uisui speculo pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisæ sit cum centro uisus in

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis, impoſſibile eſt reflexionē fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctus rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus, quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝑpendicularis ſuper illū circulū per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiē reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pūctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſuꝑficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliū acciderit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quādoq; ſolū unā, quandoq; plurimas ad eundē uiſum poſſibile eſt applicari.

Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tūc ſolū unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis ſit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, erit q; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniā quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

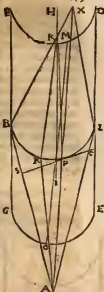
XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itaq; per 6. huius, quoniam ſu-

perfi-

perficies reflexiõis taliter secans speculũ columnare uel pyramidale secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis secundum quam illa superficies reflexionis secat speculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g, uisui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qđ illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o, si ergo in linea m o signetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquedistantẽ basibus, qui sit b l, erit quoq; linea a p ꝑpendicularis super lineam t p s, quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta transit centrum circuli b l, quod sit x, ducãturq; lineæ x b & x l, quæ sunt æquales per 58. primi huius, copulentˀ quoq; semidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula per 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, sed arcus l p b, est æquedistans basibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparentem æquedistant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & per 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia basis columnæ, est autem linea m o in superficie reflexiõis, palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia. & quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



XVI.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem secante per 7. huius, in hoc autem situ superficies reflexionis quæ est a h i, secat superficiem e d f g apparentem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, aut superficies transiẽs per axem h i, est unica, patet qđ huius solius & superficiei speculi communis sectio, est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiei speculi est linea longitudinis speculi, ergo per 7. illa superficies secat speculum secundum axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiem apparentem speculi per æqualia secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includent superficiem, quod est impossibile, patet ergo propositum. Vnica eñ potest imaginari superficies in qua sunt axes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

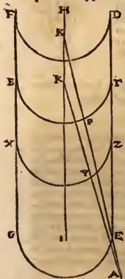
Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ.

Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea

perpendicularis erecta sup superficiẽ cõtingentem speculũ in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnæ æquedistantis, & nõ potest esse in superficie columnæ nisi unus circulus æquedistãs basibus colũnæ, quæ cũ centro uisus sit in eadẽ superficie, palam quia omniũ superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ. Si eñ dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficierum & superficiei speculi linea quæ sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uisus ad illa puncta, palam ergo per æquedistantiam basium ad istas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti, linea enim h r, cum sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est recta super bases columnæ p 92. primi huius, ita & super superficies circulorũ illis basibus æquedistantiũ per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circulorũ est perpendicularis. sunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadẽ portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cõmunis sectio superficiei reflexionis æquedistantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundũ partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum pũctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorũ fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpẽdicularẽ super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi hui9, patet ergo ꝓpositũ.

XIX.

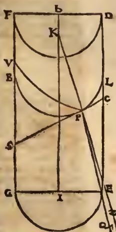
Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, q; secet superficiem speculi secundũ lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erũt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnæ secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnam contingentem, superficies ergo m o, h i, est erecta sup superficiem in linea m o speculũ contingentẽ, sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus & linea

linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o, quoniam dato oppoſito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie.



Fiat figuratio ut in 17. huius. & signetur quodcunq; punctũ placuerit in circulo b p t, palam, quoniã semper semidiameter illius circuli, ducta à pũcto k, cẽtro illius circuli b p t, erit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo qualibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primã undecimi. Est aũt illa supficies educta extra columnam superficiei reflexionis, quia ergo qualibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a, similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ, quod est propositum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pũcto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli æquedistantis basibus columnæ, & econuerso.

Sit dispositio figuræ ut prius, Sitq; pũctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p, quæ sit p q. dico quod linea p q intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l. & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem esse super lineam s t, cõtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, est linea s t, cum & linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet qualibet ipsarum angulum rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiei contingentis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra speculum, si ipsa uero pertingat ad punctum q, fit ut ipsa pertingat ad punctum z, extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum p z & perpendicularem q p, eandem superficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quacunq; linea existente, formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto illius lineæ, sicut de speculis planis ostensum est per 45. quinti huius, si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in speculis sphæricis cõuexis ostensum est per 16. sexti huius, si uero illa communis sectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrãdum, fiat ergo dispositio figuræ ut in præmissa ꝓxima, sitq́ pars columnaris sectionis linea, quæ est p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uisum in illa ſupficie, dato eñ quocunq; pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta super superficiẽ colũnæ, orthogonalis est sup lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ transeuntis, quare & super axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquedistãtis basibus speculi p præmissam, et supficies reflexionis & circulus ille secat se, & linea eis communis est diameter illius circuli p 104. primi huius, & diameter illa est perpẽdicularis sup supficiẽ speculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & supficies reflexiõis est secãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, sup quã fit cõtingẽtia, & est declinata sup eã, ergo & sup axẽ erit illa supficies reflexionis declinata, sed in supficie plana sup aliquã lineã declinata, ut specialiter patet de sectione oxigonia per 112. primi huius, non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineã uel in ipsum axẽ, qm linea terminãs illã supficiẽ, in uno tantũ puncto secat illã lineã sup quã supficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantũ illius sectiõis fiet reflexio. Si eñ à duobꝰ punctis illius sectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uisum, sequeref q̃d in eadẽ supficie illius reflexionis, essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales sup axẽ columnæ, qđ esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexions cadit in circulum æquedistantem basibus columnnæ in punctum axis, & est cõmunis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquedistantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet superficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ superficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem superficie respectu eiusdem uisus, quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio à duobus punctis superficiei speculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem, ita tamen si diameter illa sit æqualis distãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uisu hæc fieri non potest, quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnæ speculi per 78. quarti huiuis, patet ergo propositum, quod nos demum particularius prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunq; linea cũ sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisus.

XXIII.

Linea uisa non existente in eadem superficie in qua est centrum uisus & axis speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel bassior cẽtro uisus, siue reflexio fiat à linea longitudinis speculi siue à circulo, semper fiet secundum oxigonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continua secantes.

Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quæ b c, & sit centrũ uisus a, sitq; axis speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e. ducãturq; lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius superficie nõ sit linea b c, sed extra illã, siue secet trigonũ a d e siue nõ, secet ipsum, fiatq; lineæ b c reflexio ad uisum a, à supficie speculi propositi, palã aũt quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti nõ potest p 29. quinti huius, dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a, à linea longitudinis speculi, quæ sit s g, ut si linea b c æquedistet axi d e, & superficies in qua est linea b c secet speculum

transaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Seceturque superficiem in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita quod cõmunis sectio illarum superficierũ sit axis d e, fiet tñ reflexio ad uisum secundũ oxigonias sexiones, quæuis fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g, palam enim per 27. quinti huius, quoniam in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrum uisus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, à puncto speculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaque punctus b, lineæ b c, non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suæ reflexiõis quæ est a f b, secat superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secat ergo ipsam secũdũ lineam a f, & secat speculum transaxem d e, nõ autẽ æquedistat basi ex hypothesi, quoniam illa linea uisa quæ b c, nõ est in superficie a d e, sed extra illam, superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis transuersaliter secat axem d e, quoniam linea uisa est altior uel bassior cẽtro uisus ex hypothesi, cõmunis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonia sectio. Similiterque est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaque omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uisus a, à linea longitudinis speculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigoniam sectionẽ. Similiterque demonstrandũ, si superficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc enim cõmunis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c, & superficiei speculi, fiet circulus æquedistans basi speculi, per 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli æquedistantis basi speculi, quælibet tñ superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaque omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxigoniam sectionem: Si tñ aliquis punctorum lineæ b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquedistanter basi speculũ secante, illius solius reflexio fiet secundũ circulũ aliorum uero omnium punctorum reflexio fiet secundũ oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.

XXIIII.

In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etsi superficies reflexionis secet speculũ secundum lineam suæ longitudinis, palã per 7. huius, quod totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis, quoniam tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si autẽ cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc sectio decliuis est super axem columnæ, intersecans axem in puncto cui incidit perpendicularis producta à puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in puncto sectio-

nis, patet ergo propoſitum ſecundum omnium diuerſitatem ductarum ſectionum.

XXV.

In ſuperficie apparente ſpeculi columnaris conuexi ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, ſiue circulus, ſiue oxigonia ſectio, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio ad uiſum.

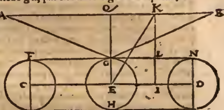
Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & ſit illa portio d ſ g, & ſit p punctus datus in ſuperficie illa apparente, ſitq́ x punctus rei uiſæ, Dico q̃d à puncto p, poteſt fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uiſus quod ſit a, Sit enĩ primo ut ſuperficies reflexionis in qua ſunt puncta uiſa, quod eſt x, & centrum uiſus a, & punctũ à quo fit reflexio quod eſt p, ſecet columnam ſpeculi ſecundũ axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi linea longitudinis columnæ quæ ſit m p n, ducatur itaq́ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis ſup lineam m n, per undecimã primi, quæ ſit p r z, & ſuper pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ ſit z p q, Si itaq́ centrum uiſus quod eſt a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, quõ à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uiſum a, exiſtentẽ in linea p q. q̃d ſi ſuꝑficies reflexiõis ſecet colũnã ſpeculi æq̃diſtanter baſibꝰ, palã, q̃a cõis ſectio erit circulꝰ p 9. huius, fietq́ iterũ à pũcto p, reflexio ad uiſum, ducatur cũ p 102. primi huius, circulus æq̃diſtãs baſibꝰ columnæ tranſiens per punctum p, qui ſit b p l, cuius centrũ ſit k. in cuius ſuperficie extenſa extra ſpeculũ ſi fuerit punctũ uiſum, & ducatur linea x p, quæ ꝓducta ſi tranſeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, ſit orthogonalis ſuper ſuperficiem illius circuli, ſicut & ſuper baſes columnæ per 100. & per 23. primi huius, quõ & ipſe axis h k i, orthogonalis erit ſuper lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ eſt m p, erit orthogonalis ſuper lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in ſeipſum, & in ea exiſtente uiſui forma puncti x uiſui occurret. Si uero linea x p, ꝓducta non tranſeat centrum circuli k, ſed obliquetur ab illo, tunc copuletur ſemidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃miſſis erit orthogonalis ſuper axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis ſup lineam longitudinis, quæ eſt m p, & per 29. primi, erit ergo k p ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ columnam ſuper lineã longitudinis m p. in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ ſit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter ſuper illam ſuperficiẽ in punctũ u, ſitq́ ut prius centrũ uiſus q̃d eſt a, in linea q p, in eadẽ ſuperficie circuli, & quõ in illa ſuperficie circulũ contingente eſt linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u eſt rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, eſt minor recto z, ergo eſt acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t eſt obtuſus, reſcindatur ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, quõ à puncto p reflectetur forma puncti x, ad punctũ a, centrum uiſus, quod ſi linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius ſup punctũ p, tẽ lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q́ illum angulum continentẽ poſito centro uiſus a, patet ꝓpoſitũ, & quõ perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem ſuperficie, per p̃miſſam erit linea a p, in eadem ſuperficie cũ linea x p, & erit hæc ſuperficies ipſa ſuperficies reflexionis & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem ſecundũ lineam m n, quõ perpendicularis p u, quæ eſt in ſuperficie reflexionis, erecta eſt ſup ſuꝑficiem ſecundũ lineam m n, ſpeculũ cõtingentem, & eſt in ea circulus b p t, æquediſtans baſibus columnæ, & ſimiliter poteſt demonſtrari de alijs punctis datis in dicta ſuperficie.

ficie speculi. Idem quoq; patet si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, qm̃ ut ostendimus in 21. huius, patet q̃d semper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiẽ speculi æquedistãtem basibus columnæ, ductaq; linea in puncto dato speculũ secundũ oxigoniam sectionẽ contingentem, & pducta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrũ uisus, cadant in eandem perpendicularẽ, uel in lineas in eadẽ superficie cũ perpendiculari existentes, & æquales angulos cũ ipsa continentes, fiet secundum pmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cõi superficiei reflexionis & supficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio.

Esto speculum columnare conuexũ, cuius axis sit c e, sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectaẽ ad a centrum circuli à puncto g supficiei speculi, & sit cõmunis sectio superficieꝝ istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, q̃ à puncto d. ducatur eñ à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnã secundũ lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, pductam inter punctũ uisum & centrũ uisus in pũcto q, palam p 21. huius, qm̃ hæc linea g q, producta intra speculũ secat ipsum transaxem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, qm̃ axis c d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctũ e, erit in illa superficie. cũ itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam qd' à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrũ uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nõ potest fieri reflexio ab alio puncto, q̃ ab uno solo puncto. f. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.



XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cõmuni sectione existente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, qm̃ hac hypothesi existente superficies reflexionis a b g, erit æquedistans basibus columnæ, circulus quoq; qui est cõmunis sectio superficiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans basibus columnæ sit g h, cuius centrũ sit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ est cõmunis sectio superficiei a b g, nõ potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantũ puncto g, patuit eñ per 16. sexti huius, quia in speculis sphæricis conuexis à circulo sup quem fit reflexio, nõ potest fieri reflexio nisi ab uno tantũ puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut à puncto l, similiter fiat reflexio sicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiẽ columnæ, hæc ergo pducta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, qd' sit I. Similiter quoq; linea l k.

ut patet

ut patet ex præmiſſis ſecabit lineam a b, ꝑductam inter punctū rei uiſæ & centrum uiſus, ſeceťq; ipſam in puncto k, quod ſiue fuerit idē cū puncto q, ſiue aliud à puncto q, ducatur ſemper linea k e, ad centrum circuli g h, eriťq; linea k e, orthogonalis ſuper axem c d, qm̃ eſt in ſuperficie reflexionis orthogonaliter axem c d ſecantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cū linea e i, parte axis continent triangulū, cuius duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile, palam ergo quod in tali diſpoſitione non reflectitur forma puncti b. ad uiſum a, ab aliquo pūcto ſuperficiei totius circuli alio q̃ à puncto g. & hoc eſt ꝓpoſitū.

XXVIII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione exiſtente oxigonia, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno ſolo puncto totius ſuperficiei ſpeculi fit reflexio ad uiſum.

Sit ſuperficies reflexionis a b g, cuius cōmunis ſectio cū ſuperficie ſpeculi columnaris ſit oxigonia ſectio tranſiens in ſupꝰficie ſpeculi punctū g, & ſit b punctus rei uiſæ, & a centrum uiſus, & g punctus reflexionis, dico qm̃ forma puncti b, nō reflectitur ad centrum uiſus a, ab aliq̃ pūcto totius ſupꝰficiei ſpeculi, niſi à pūcto g, ducať eñ à pūcto a ſupꝰficies æquediſtans baſibus columnæ ſecans ſpeculū ſecundum circulū, qui ſit e z l, quod ſi fiet ꝑducta eñ à puncto a, linea perpendicularis ſuper axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta ſuper ſuperficiē columnæ, quia erit ꝑpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ cui ipſa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodē puncto axis quod ſit q, alia linea rectum continens angulū cū axe quæ ſit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̃ ſuperficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertranſire ſuper ſupꝰficiē ſpeculi erit orthogonaliter erecta, & qm̃ per 4. undecimi, axis ſpeculi erectus eſt ſupꝰ illam ſuperficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̃ illa ſupꝰficies æquediſtat baſibus ſpeculi, ergo per 100. primi huius, cū ipſa ſecet ſuperficiem columnæ æquediſtanter baſibus, patet quod ipſa ſecat ſecundū circulū qui ſit e z i, cuius cētrum erit punctū q, & eodem modo à puncto g, ducatur ſupꝰficies æquediſtans baſibus ſpeculi quæ ſecet ſpeculū ſecundū circulū s g p, cuius centrum ſit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctū g, quæ ſit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentē columnā in linea longitudinis, in qua eſt punctus g. Linea q̃q; t g, ꝑducta cōcurrat cū linea a b, in puncto k, cōcurret autē per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulū a g b, & puncta g a b, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiā à puncto g, linea longitudinis ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit g z, cadens inter duas ſectiones æquediſtantes baſibus ſpeculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uiſæ ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiē ſecātem ſpeculū ſecundū circulum e z i, per 11. undecimi, quæ ſit b h, & ducanť duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in ſupꝰficie illa ad axem ſpeculi linea z q, eriťq; hæc linea z q, ꝑpendicularis ſuper axem q t, per 21. huius, ſicut & ſuperficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendicularis ſuper ſupꝰficiem cōtingentē ſpeculū in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra ſpeculi ſuperficiē neceſſario diuidit angulum h z a, eo quod cōcurſu linearū h z & a z, orthogonaliter ꝑducatur ſupꝰ ſuperficiē contingentem, cui ſuperficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝑducta linea z q, cōcurret cum linea a h, quæ ſubtendiť angulo i z h, cōcurrat ergo in puncto l z, dico qm̃ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi z, ducatur eñ à puncto a, linea æquediſtans k g, lineæ quæ ſit a m, hoc utiq; per ſecundā primi huius, cōcurret cū linea b g, cum qua ſua æquediſtans cōcurrit, ſunt eñ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem ſuperficie reflexionis, ſit ergo punctus cōcurſus linearū b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, qm̃ linea g z, æquediſtat lineæ b h, cū utraq; ipſarū orthogonalis ſupꝰ ſupꝰficiem e z i, æquediſtantē baſibus columnæ, eſt ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem ſuperficie, cū ſecet illas duas lineas æquediſtantes. In ſupꝰficie ergo reflexionis quæ eſt a b g, ſunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, eſt æquediſtans lineæ k g, ſed & linea z l,

eſt

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt eñ lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex p̄missis, & linea t g ꝓducitur in punctū k, & linea q z æquedistans lineæ a m. Sunt ergo per secundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̃ tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l, z m, sed iam patuit supra quod sunt in sup-ficie m b h, igitur sunt in linea cōmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est linea recta. Cū itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi, erit ꝑ 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, ꝑ 29. primi est æqualis angulo a m g, cū sit extrinsecus ad illū, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextā primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex p̄missis, erit linea g z, orthogonalis sup̄ quālibet lineā superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, quadratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineaꝝ m g & g z, & similiter quadratum lineæ a g, est æquale quadratis lineaꝝ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cōmuni, qđ est quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angul9 z a m, est æqualis angulo l z a, per eandē 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̃ ad a centrū uisus à puncto speculi, qđ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̃ quod ab illo puncto g, potest forma pūcti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat̃ à dato puncto lineæ g z, qđ sit d, linea perpendicularis super lineā g z, quæ ad utramq; partē ꝓducta sit linea o d f, & copulent̃ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineā a b, & erit æquedistās lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctū d, necessario cōcurret cū linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, qm̄ lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctū m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineā b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̄ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius ꝓbatum est de linea m z, qm̄ eñ puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cōmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primā undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad

uisum a, nõ à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit flecti forma pũcti b ad a uisum, ducatᷣ sup illud punctũ speculi linea longitudinis speculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quẽ cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundũ p̃dictã ꝓbationẽ, sed iam ꝓbatum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita formæ eiusdem pũcti h, ad eundem uisum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ est contra 16. sexti huius, et impossibile. Super est ergo ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam em̃ quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio nisi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineã longitudinis speculi per punctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autẽ illa perpendicularis cõmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedistanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super periferiã circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigonia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrũ, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariũ, ut ĩ illa sectionis sup ficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cũ unus uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius, ꝙ duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est ꝙ̃ distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq; propositum.

XXIX.

Oxigonia sectione existente cõmuni supficiei reflexiõis & speculi colũnaris cõuexi dati pũcti uisi, ad datum centrũ uisus punctũ reflexiõis inueniri.

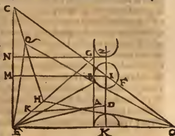
In omni sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonia qualis proponitur, sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis, ducatur em̃ à puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit columnam super circulum qui sit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis sup hanc superficiem per 11. undecimi, quæ sit b h, & per 20. uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphæricis cõuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum a, qui sit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducatᷣ linea longitudinis quæ sit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis super lineam h a, per 12. primi, quæ sit 3 l, & huic ducatur æquedistans à puncto a, per 31. primi, quæ sit a m, & linea h 3, producatur usq; quo concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam 3 g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æque distans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, sunt perpendiculares super eandem superficiem e & i, æquedistantẽ basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illaꝝ per septimã undecimi, & ita linea m b, erit in eadẽ superficie, quæ si secat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia plura'q; alia patent p ea q̃ dicta sunt in p̃cedenti demonstratione, & hoc est ꝓpositũ, qm̃ secũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uisum pũctus reflexiõis poterit īueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi uiſu non exiſtente in eadẽ ſuperficie, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi colũnaris conuexi, linea 3 k, & ſit linea uiſa axi æquediſtans, quæ t h, eritq́ centrũ uiſus e, extra ſuperficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei t h, 3 k, & ſuꝑficiei ſpeculi, & quia uiſus e, nõ eſt i ſuꝑficie t h, 3 k, ſit ſuperficies per ipſum uiſum tranſiens ſecans columnã ſpeculi æquediſtanter baſibus, eritq́ hæc ſuperficies ſecans colũnam ſecundũ circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cũ linea h t ex hypotheſi æq̃diſtanter axi 3 k, qđ aliquis eius pũctus reflectit̃ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc à puncto b, punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, ſit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ ſit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens ſuper axem 3 k, in punctum l, quæ ꝓducta ad lineam q e, ſecabit ipſam ꝑ ſecũdã primi huius, qm̃ illæ duæ lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, qm̃ ſuꝑficies e q b, eſt ſuꝑficies reflexionis, patet qđ punctũ b cũ linea e q, eſt in eadẽ ſuꝑficie, ſecet ergo linea b l, ꝓducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit linea m l, ducaturq́ à puncto



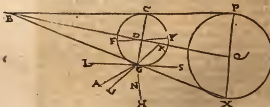
e, linea æquediſtãs lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ ſit e o, & ꝓducat̃ linea q b, ultra punctũ b, q̃ quia cõcurrit cũ linea m l, palã per ſecundã huius primi, quia ipſa concurret cum eius æq̃diſtante, q eſt linea e o, ſit ergo punctus cõcurſus o, palã aũt per 20. quinti huius, qm̃ angulus incidentiæ, q eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, qa recti. Relinquit̃ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, qñq; extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalternus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃le lateri b o. Sumat̃ aũt & alius punctus in linea t h, qui ſit punctus c, & ducat̃ linea t a, quia ergo linea t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g, per 30. primi, ideo qđ utraq; illarũ eſt æquediſtans axi 3 k, palã ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, ſunt in eadẽ ſuꝑficie cum linea t h & 3 k, axis ſint in eadem ſuꝑficie, ergo per 7. undecimi, linea q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quæ ſunt t h & a g, eſt cũ illis in eadem ſuperficie, & ſimiliter linea t o, eſt in eadẽ ſuꝑficie cũ illis, per 1. undecimi, ſunt eñ puncta t & o, in dicta ſuꝑficie, ſecabit ergo linea t o, lineã a g, ſit pũctus ſectionis g, & ducat̃ linea e g & e t, qa itaq; a g, q̃ eſt linea lõgitudinis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſup ſuꝑficiẽ circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis 3 k, cui æquediſtat linea a g, perpendicularis eſt ſuper eandẽ circuli ſuperficiẽ per 23. primi huius, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnæ, ꝑ 92. primi huius, ſuperficies aũt circuli b f, eſt pars ſuperficiei e o b f, hæc eñ ſuperficies ſecat columnã æquediſtantẽ baſi, ut patet ex p̃miſſis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ ſup ſuꝑficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratũ lineæ g o, ualet ambo quadrata linearũ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g b & b e, & qm̃ oſtenſum eſt qđ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſarũ quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq; eſt commune, erit ergo quadratũ lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̃ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq; g, ducat̃ ꝑpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt 3 k. per 12. primi, quæ ſit linea g 3, & hæc ꝓducta ultra punctũ g, ad lineã t e, ſit 3 g n, eritq́ linea 3 n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, qm̃ lineæ n 3 & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem 3 k, ſed & linea e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex p̃miſſis, linea ergo 3 n, æquediſtat lineæ

e o, per 30. primi, erit ergo per 29. primi, angulus t g n, existens extrinsecus æqualis angulo g o e, intrinseco, & angulus n g e, æqualis angulo g e o, quia sunt coalterni. Sed angulus g e o, ostensus est esse æqualis angulo g o e, ergo angulus t g n, est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o, & linea n g 3, sunt in eadem superficie in qua est punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g, per 1. undecimi, forma ergo puncti t, reflectitur ad uisum e, à puncto speculi g, ut patet per 20. quinti huius, ppter æqualitatem angulorum t g n, & n g e. Sumpto aũt in linea t h, puncto h, eiusdẽ distantiæ à puncto q, & à centro uisus e, cuius est punctus t, & dicta linea h o, transibit hãc per lineã longitudinis speculi, quæ est a g, sit punctum transitus a, & ducta à puncto o, linea ppendiculari super axem 3 k, quæ sit a d, & q̃ pducta ad lineam h e, sit d k, & ducta linea e a penetrabit sicut prius, qa duo anguli a b e & a b o, sunt recti, & latera a e & a o, sunt æqualia, fiuntq; ut prius duo anguli h a k, & e a k, æquales, forma ergo puncti h, ut supra patuit, reflectitur ad uisum e, à puncto speculi a. Similiter quoq; sumpto quocũq; puncto lineæ t h, erit, pbare qđ ille punctus reflectitur ad e, ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g, tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quæ est a g, ad uisum e, qđ est, ppositũ. Et notandum est, qđ in hac dispositione figuræ punctum q, lineæ t h, est medius punctus illius lineæ, & est in eadem superficie cum centro uisus e, ppter qđ puncta t & h, æqualiter distant à uisu, & similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a, ppter quod patet, quod lineæ g b & g a, sunt æquales, & tota dispositio figuræ sit secundũ illũ, quod si uisus sit inferior tota linea t h, quod sit reflexio à linea a g, prout secat plurimas oxigonias sectiones, ut patet per 13. huius, alias uero nũq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi, à quolibet pũcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex sit b, & diameter basis x p, sitq; centrũ basis q, erit ergo linea b q, axis ipsius speculi. Sit quoq; qcunq; datus punctus in ipsius superficie apparente punctus g, & sit centrũ uisus a, & punctus rei uisæ sit n, dico qđ forma puncti n, reflecti potest à puncto g, ad uisum a; si fuerit in situ cõuenienti reflexiõi, circũducatur ẽm p 102 primi huius, à pũcto g circulus pyramidi speculi æquedistans basi x p, cuius cẽtrũ sit d, & cuius diameter sit g e, semidiameter g d, q̃ necessario erit ppendicularis sup axem b q p 29. primi, eo qđ e x q, semidiameter basis speculi est ppẽdicularis super eandẽ axẽ b q, sicut & alia semidiameter basis in eadẽ supficie



existẽs cũ diametro g e æq̃distat illi, est ẽm axis b q ppẽdicularis sup superficies amborum circulorum x p & g t. p 23. primi huius, & pducatur linea g b à dato puncto g, ad uerticẽ pyramidis b, palã ergo p 32. primi, qm̃ angulus g b d est acutus, & similiter angulus b g d, est acutus, cũ angulus b g d, sit rectus, in supficie q̃q; trigoni g b d, sit linea reflexiõis, q̃ est a g, p 7. huius, & ex hypothesi erũt lineæ reflexionis a g, & longitudinis b g, & axis b d q in eadẽ superficie, & qm̃ angulus b g d est acutus, fiat p 23. primi, angulus b g k, rectus pducta linea g r, ad axẽ, eritq; r g linea perpẽdicularis sup lineã longitudinis, q̃ est b x, eritq; g r liea in eadẽ superficie cũ alijs lateribus trigoni b g r, p 2. undecimi, à pũcto q̃q; g, ducatur liea cõtingẽs circulũ p 16. tertij, q̃ sit liea l g s, eritq; p 27. tertij, linea l g s perpẽdicularis sup diametrũ g e, ducaturq; alia diameter circuli g c, perpendicularis super diametrum

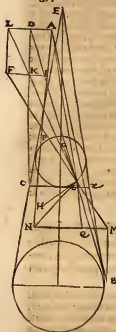
diametrum g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimã primi, & sit f k, eritq; sicut prius diameter f k perpẽdicularis super axẽ b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpẽdicularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q, eritq; diameter f k æquedistãs lineæ contingenti circulum, quæ est l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c, quæ est s g l, perpẽdicularis est super superficiẽ in qua sunt diameter g c & axis e l q. ergo per diffinitionẽ lineæ erectæ, angulus l g r, est rectus: si ergo imaginemur superficiẽ contingẽtem pyramidẽ, in qua sit linea l g s, contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g, erecta est super illã superficiẽ, si ergo linea reflexionis quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in pũcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formæ secundũ illã lineam superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ, & si punctus n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, per lineã a g, si uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g r, palã per conuersam 14. primi, quod angulus a g l, est minor recto uel maior, quoniã si erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ sunt linea una per eandem 14. sit ergo angulus a g l acutus, & producatur linea r g, in continuum & directum usq; ad punctum u, eritq; linea u g perpendicularis super superficiem cõtingentem speculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uisæ, qui positus est esse n, fuerit in linea h g, palã per 20. quinti huius, quoniã possibile est à puncto g, fieri reflexionem ad uisum a, eruntq; lineæ incidentiæ, quæ est n g cũ linea reflexionis quæ est g a in eadẽ superficie orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g, reflectetur'q; forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi quod est g, & eodem modo de quolibet alio dato pũcto superficiei speculi demonstrandum, patet ergo propositum.

XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis, uel à linea lõgitudinis speculi, possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi pro ut est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus, b punctus rei uisæ, & sit g pũctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis cõuexi, cuius uertex sit e, dico quod possibile est inueniri id quod proponitur, ducatur enim pro ut docuimus in 28. huius, super punctũ g superficies æquedistans basi secans pyramidem super circulũ basi æquedistantem per 100. primi huius, quæ sit p g, cuius centrũ sit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g t, & uertice pyramidis, qui est pũctus e, ducatur axis e t, & quoniã superficies reflexionũ semper est erecta super superficiem speculũ in puncto reflexionis contingentẽ, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in superficie reflexionis linea perpẽdicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto reflectionis, quod est g, quæ sit h g. & palã per 26. quinti huius, quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqualia, ipsa ergo producta secabit lineã a b per 29. primi huius, sitq; ergo ut secet eam in pũcto z, ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis speculi, quæ sit e g, & huic lineæ e g ducatur æquedistãs à pũcto a, centro uisus, quæ necessario secabit superficiem circuli p g, secet ergo ipsum in pũcto n, & sit a n, & similiter à pũcto b, ducatur linea æquedistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq; ambæ lineæ a n & b m, æquedistant eidẽ lineæ longitudinis speculi, quæ est e g, patet per 30. primi, quia ipsæ adinuicem æquedistant. s. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur per 31. primi, linea æquedistans semidiametro circuli, quæ est g r, sitq; illa æquedistans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n, est ei transuersim

ducta in eadem superficie & lineæ n f & g t sunt æquedistantes, sed linea n m secat lineã n f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g t, secet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ secundam primi huius, quod linea m g producta secabit lineam n f, cũ secet linea g t, æquedistantẽ ipsi n f, sitq; punctus sectionis f, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ perpendiculari super superficiem contingentem speculum in pũcto g, quæ est linea h z, & sit illa æquedistans linea a l, palam ergo per secundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia secat eius æquedistantem lineam h z, sit ergo punctus cõcursus l, ducatur quoq; linea quæ est sectio communis superficiei contingẽti speculi in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrũ circuli, quæ est g t per 17. tertij, ideo quia linea g o est contingens circulũ p g, quoniã ipsa ducta est in superficie plana contingẽte speculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquedistant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis sup lineam n f æquedistante lineæ g t, sumatur etiam linea quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, palam per secundã primi huius, quia ipsa secabit lineam a l æquedistantẽ lineæ g h, sit ergo pũctus sectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis super lineam a l, per 29. primi, est enim linea g d perpendicularis super lineã g h, quia cum linea h g, sit perpendicularis super superficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter necessario perpendicularis super lineã g d, productã ab eodem puncto in illa superficie per diffinitionẽ lineæ super suprficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, est æquedistans semidiametro circuli p g & g c, similiter quoq; linea a l, est æquedistans lineæ g h. igitur per 15. undecimi superficies in quasunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, necessario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet sunt minores duobus rectis, est æquedistans superficiei g t h, sed & linea e g, æquedistat lineæ b m, ut patet ex præmissis, ergo per primam primi huius, ipsæ sunt in eadem superficie secante prædictas duas superficies æquedistantes unã ipsarum super lineã e g, aliã uero super lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipsarum sectiones erunt æquedistãtes, erit ergo linea f l æquedistans lineæ e g, sed linea a n est æquedistans lineæ e g, ut patet ex præmissis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquedistans lineæ a n: uerum superficies contingens speculũ in puncto g, secat easdem superficies æquedistantes quæ sunt g t h & n f, & a l, unã earũ sup lineam e g, secundum quam ipsa est speculũ contingẽs, & aliam ipsarũ super lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquedistat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquedistans lineis a n, & l f æquedistantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, per secundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, sunt in eadem superficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquedistãs liniæ l a, per 31. primi, secãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq; linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & similiter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipsi d a. Est autem per secundam 6. proportio i k ad k f, sicut n o ad o f; ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmissis angulus b g z, est æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, sed angulus b g z, est æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinsecus em̃ intrinseco est æqualis, & lineæ h z & a l, sunt æquedistãtes, similiter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis est angulo g a l, quia coalternus, angulus



ergo

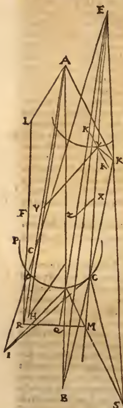
ergo g l a æqualis est angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l sunt æquales, & linea g d est perpendicularis super lineā a l, ut patet ex præmissis, trigonū ergo a g l, diuisum est in duos trigonos æquiangulos & similes p 31. primi huius, est ergo proportio lineæ a d ad lineā d l, sicut lineæ g a, ad lineā g l. sed linea a g, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ g l, est ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o est æqualis lineæ o f, & linea g o est per 29. primi, perpēdiculariter super lineā u f, quoniā linea g o, est perpēdicularis super lineā g t, ut patet ex præmissis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquedistāt ut præmissum est, quia itaq; angulus g o f, est æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, sed angulus q g m, æqualis est angulo o f g, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q g n, æqualis est angulo o n g, cum sit ei coalternus, et lineæ c q & n f æquedistant ut patet ex præmissis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, potest forma puncti m, reflecti ad uisum existentem in puncto n, non tamen quod secundum circulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sit scilicet quod punctus g cōmunicat circulo, qui est sectio sphæræ uel columnæ intra speculum pyramidale, imaginare, quoniam superficies contingens circulum p g, est erecta super superficiem reflexionis, propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliorem, ut in ea quæ est uersus basem secare secundum æquedistantiā axis pyramidis speculi, & sit superficies reflexionis, in qua sunt centrum uisus & punctus rei & circulus p g, erecta est super illam superficiem contingentem & puncta n & m, se respiciunt in superficie illius circuli secūdum angulos æquales contentos cum diametro ipsius collocato ergo centro uisus in puncto n, & puncto rei uisæ in puncto m uel econuerso, reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis non præstante impedimentum, ut si forte lineæ a n & b m, cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeant à puncto g, ad uisum aliquod reflecti, & hoc est propositum. XXXIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantum puncto superficiei speculi fit formæ unius puncti rei uisæ reflexio ad uisum.

Sit dispositio omnino quæ est in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uisum existentē in puncto a, à puncto speculi pyramidalis cōuexi quod sit g, ita quod cōmunis sectió superficiei reflexiōis & speculi sit linea longitudinis speculi, quæ est e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uisum a, à solo puncto superficiei speculi, quod est g: si enim dicatur quod potest reflecti ab alio puncto superficiei speculi, tunc illud punctū aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, aut non, si sit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, sit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis super superficiē contingentē speculū in illo pūcto p 12. undecimi, hæc ergo ꝑpēdicularis sit x i, eritq; linea x z per 6. undecimi æquedistās lineæ z g, quæ prius ducta est perpēdicularis sup eandem superficiem, tamen punctū g & x sint in eadē linea longitudinis secundū quā superficies illa pyramidē contingit, & quia linea b z & a l, sunt æquedistātes, ut patet per illa quæ dicta sunt in præmissa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquedistans lineæ a l, & quia linea e z æquedistās lineæ a l, & quia linea x z sicut & linea z b est in superficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, est erecta super superficiem contigentē speculū in linea e g, erit ergo p secundā primi hui9, linea a l in superficie reflexionis huius lineæ perpēdicularis, quæ est x z, & erit similiter in superficie reflexiōis lineæ ꝑpēdicularis q̄ est z g, igitē illæ duæ superficies reflexiōis lineæ ꝑpēdiculariter secāt se sup lineā a l per 19. primi hui9, sed secāt se etiā sup punctū b, qm̄ illud est q̄d reflectitē p utrāq;, hoc aūt est impossibile, quoniā punctū b nō est in linea a l, ostēsum est eīm prius lineā f l æquedistātē esse lineæ b m, q̄ duæ lineæ uel cōcurrēt si pūctū b esset in linea a l, uel sequeretē pūcta m et n cadere ex una ꝑte lineæ g q, nō ergo fiet reflexio pūctorū m & n adinuicē à pūcto g, q̄d est cōtra demōstrata in p̄missa, restat ergo ut à nullo pūcto lineæ lōgitudis, q̄ e g, p̄terq; à pūcto g, forma puncti b, possit reflecti ad centrū uisus existēns à pūcto a, si aūt possibile est,

ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quæ sit linea e u c. quæ in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies æquedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n secat eandem superficiem, sunt autem per secundam primi huius lineæ a n & e g in eadẽ sũperficie, cũ sint æquedistãter. sicut ergo in linea a n secat illã superficiẽ in puncto y, similiter quoq; linea b m æquedistãs lineæ e g, secabit eandem superficiẽ, sit quoq; pũctus sectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa superficies per 100. primi huius, secet pyramidem secundum circulum transeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ sit r u, & producatur extra speculum, & sit illud u r, & à uertice pyramidis speculi pũcto scilicet e, ducãtur lineæ e k, e y, quæ necessario secabunt superficies circuli p g, & sint puncta sectionũ i & s, & ducanẽ lineæ i a & s c, sicut ergo per præcedentem probatum est de forma puncti m, quod non impediente pyramide potest reflecti ad uisum existentem in puncto n à pũcto speculi g: eodem modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad uisum existentem in puncto y, à puncto speculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniã linea b h æquedistat lineæ e g, & linea communis superficiei b g, e k, & superficiei circuli p g, est linea m g per 19. primi huius, quoniã linea m g, est in utraq; illarum superficierum, patet quod linea e k, cum sit in hac superficie b g e k, & secet superficiẽ circuli p g, cadet super lineam communẽ, quæ est m g, cadet autem in punctũ superficiei quod est o s ut præmissum est, quoniam linea e k o, est linea una, erit igitur linea s m g linea recta, eodem modo cum superficies n y e g secet superficiem circuli p g, super lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmissum, ergo linea i n g, est una linea recta, palam quod superficies i c e secabit superficiem circuli p g super lineam i t, secat autem superficiem huic superficiei æquedistantem, quæ transit per punctũ u super lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquedistat lineæ y u, similiter superficies u c e secet superficies illas æquedistãtes scilicet sũperficies g p t & u y super duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u sunt æquedistantes: similiter si sumatur superficies secãs speculum super lineam longitudinis, quæ est e o in superficie sunt puncta r & u: sunt enim puncta r u, c m in eadem superficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, sunt in eadem superficie, quia eadem est demonstratio dato alio quocunque puncto lineæ c m. semper enim superficies hoc modo secans speculũ secundum lineã e c, secabit illas superficies æquedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, sunt æquedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis est angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, æqualis est angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis est angulo m q, quare forma pũcti s potest reflecti ad uisum existentẽ in puncto i, à pũcto speculi c, non impediẽte corpore pyramidis speculi sed iam probatum est per præmissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, & puncta



puncta n & l sunt in eadē linea recta consistentia, ut praeostensum est, poterit ergo forma puncti m à pūcto speculi g reflecti ad uisum existentē in pūcto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto l, à pūcto g, igiť forma puncti s reflectitur ad uisum in punctū l, à duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimā sexti huius, & cōtra 27. huius septimi, restat ergo, ut primū sit impossibile, scilicet qđ forma pūcti b reflecti possit ad uisum existentē in pūcto a, ab aliquo alio pūcto speculi, quàm à pūcto g, ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formæ eiusdem puncti communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexa existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

XXXIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente oxigonia, à quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

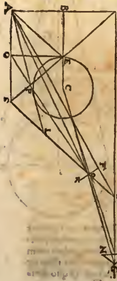
Est o speculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter basis k s, centrūq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrū uisus punctus a, dico quod cōmuni sectiōe sužficiei reflexiōis & speculi existēte linea oxigōia, quæ sit b l, possibile est à q̄libet pūcto speculi, ꝓpositi fieri reflexionē, alicui9 pūcti uisi ad pūctū a, qđ est cētrū uis9, sit em̄ pūct9 b dat9 in sužficie speculi, de quo dubitamur utrū ab eo possit fieri reflexio formæ alicui9 pūcti rei uisæ ad cētrū uisus qđ est a, ducať ergo à pūcto b linea lōgitudinis pyramidis speculi per 101. primi huius, quæ sit b f, ducaturq; à puncto b ꝑpendicularis super illam lineā longitudinis extra speculū, quæ sit b g, & super punctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexionis, pateťq; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uisæ existens in linea b p, reflectetur ad uisum in punctum a, sed à solo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uisum existentē in puncto a, palā em̄ per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniā concurret cū axe f n, sitq; punctus concursus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū sit in sužficie sectionis uersus uerticē pyramidis est acut9 ꝑ 23. primi, q̄m in trigono b e f angul9 e b f, est rect9, circūducať ergo per 102. primi huius à pūcto reflexiōis quod est b circulus speculo pyramidali, cuius diameter sit b d, et eius cētrū c, secans axē f n in puncto c, & quia ille circulus per 100. primi huius, est æquedistans basi speculi, palam quia perpēdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circuli illius superficiem, quia linea æquedistans lineæ g c, si producať à puncto n cētro basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c sit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorū est rectus, omnes enim anguli cōtenti sub semidiametris circuli & axe f e sunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea est cōmunis per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale est lateri e d. & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales, quia idem est de omnibus lineis à pūcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, secans speculū secundum oxigoniā sectionē, fiet ergo noua pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex c, & axis c e, superficies ergo reflexionis secans speculum secundum oxigoniam sectionem, aut cōtinget hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod à solo puncto b, quod est punctus reflexionis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua est punctum b, à quo duci-

tur linea b e perpendicularis super superficiem speculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoque f, quod est uertex pyramidis speculi ducantur lineæ plures ad sectionem oxigoniã, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & pyramidis speculi, quæ est f k s, omnes itaque illæ lineæ cadent in superficiem circuli b d, quæ est basis pyramidis intellectæ, quoniam cadant in ipsam sectionem præter unam solam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ est linea f b, à solo itaque puncto b, fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ sectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uisum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod est uertex pyramidis intellectæ ducta quæ sit l c, erit ut prius perpendicularis super superficiem speculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis necessario sit in superficie reflexionis in qua est sectio, oportet quod ipsa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per illud punctum l transeuntem, quæ sit f l l, sit quoque punctus in quo linea f l, secat circulũ b d, punctus r, patet autem per præmissa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis necessario est perpendicularis super illam, sicut linea c b est perpẽdicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum semidiametro basis & cũ axe ad uerticẽ sunt æquales, erũt ergo in triangulo c l r duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto sectionis oxigoniæ quæ est b l, quàm à puncto b superficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroque uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquedistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsum basem possibile est inueniri punctum reflexionis.

Esto datũ speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g, & fiet super ipsum uerticem superficies æquedistãs basi pyramidis, quæ sit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpẽdicularibus super axem speculi per undecimã primi, & imaginata plana superficie inter illas lineas extensa, Sitque a punctus rei uisæ & b centrum uisus, quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsum scilicet & basem speculi, sitque exempli caussa punctum b, propinquius uertici b speculi g, quàm punctum a, quoniam si positum fuerit esse econuerso semper eadẽ est demonstratio, dico quod est possibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur enim à puncto a, quæ est pũctus rei uisæ superficies secãs pyramidẽ æquedistãter basi ut prius, & ducatur à uertice speculi q est punctũ g, linea ad pũctũ b, quod est cẽtrũ uisus, quæ sit g b, hæc itaque linea producta cadat in superficiẽ à pũcto a rei uisæ ductã æquedistãter basi pyramidis, cũ illa linea g b, sit inter superficies æquedistãtes ducta à uertice axis ambas illas superficies transeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, sit pũctus h, ergo per modũ demõstrãdi quo usi sumus in 32. huius demõstrari potest quoniam forma pũcti a reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto h ab aliquo pũcto circuli, quod efficit superficies secãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ sit pũctũ axis speculi quod est t, & sit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũctus e, & ducatur inter a punctũ rei uisæ & cẽtrũ uisus .s. linea a b, & linea lõgitudinis speculi, quæ sit g e & axis pyramidis speculi sit g t, & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli quæ sit e e, hæc enim cadat super axẽ g c perpẽdiculariter per 100. & per 89. primi huius, uel per 21. huius, & ideo quod axis g c cũ sit perpẽdicularis super basem pyramidis speculi & etiã erectus super superficiẽ circuli æquedistantis illi basi per 13. primi huius, est ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ axis g c perpẽ



g c perpendicularis super semidiametrũ e c,& erit linea e c erecta super lineam contingẽtem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a, per 26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã secabit, cum sit cum illa in eadem superficie reflexionis, ut patet per 24. huius, sit ergo linearum c e & h a punctus sectionis r y, & quia lineæ g c & e c efficiunt superficiem secantẽ lineã a b, sit pũctus sectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽdicularis sup lineã lõgitudinis g e, q̄ sit f q, eritq; linea f q per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ ppẽdicularis sup superficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ sup lineã g e, deinde à pũcto a ducat linea æq̄distãs lineæ f q, q̄ sint linea a l, pducaturq; linea f q, donec cõcurrat cũ axe g c, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquedistans lineæ r c, quæ sit a s, & ducatur à puncto e linea quæ sit communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a e h, & superficiei cõtingentis pyramidẽ speculi in linea lõgitudinis quæ est g e, & sit hæc linea e o, quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e t, ut patet per 17. tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius est centrum punctum t, palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis super lineam a s, quoniam linea a s æquedistat lineæ t r, ut patet ex præmissis, ducatur quoq; linea b q, quæ producta necessario concurrat cum linea a l, per 2. primi huius, quia concurrit cum eis æquedistante. s. linea f q, sit punctus concursus l, & ducatur à puncto q linea quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e, & superficiei a b l, quæ sit q p, quæ per secundam primi huius secabit lineam a l, quæ secat eius æquedistantem, quæ est f k, sit punctus sectionis p, producaturq; linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per secũdam primi huius, sit punctus concursus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angulus enĩ f q g per 32. primi, est acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis est rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c, sed illarum æquedistãtes lineæ quæ sunt a l & a s concurrunt in puncto a, suntq; in alia superficie quàm lineæ r t & f k, quæ sunt in superficie g e k per primam undecimi. palam ergo quoniam superficies g a l s est æquedistãs superficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie contingente speculum in linea longitudinis g e, & secãte illas duas superficies æquedistãtes super duas lineas, quæ sunt q e & p o, igitur linea q e æquedistat lineæ p o per 16. undecimi, & quia linea h e producta cõcurrit cum linea a s in puncto s, erit ergo linea e s in superficie h e g per primam undecimi, & in eadem superficie est linea b l, & hæc superficies secat prædictas superficies æquedistãtes, q̄ sunt à l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q est æquedistans lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ est æquedistans lineæ q s, ut supra patet, erit æquedistãs ipsi lineæ l s, erit ergo per secundam sexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineam p l. sed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia angulus e s a est æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s. quia linea e o est perpendicularis super lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigoni a e o & s e o similes, ergo p diffinitionem ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, sed ex præmissis patet quod latus a e est æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & linea a p est æqualis ipsi lineæ p l, & linea p q est per 29. primi, perpendicularis super lineam a l, cũ ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquedistantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est cõmune, ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l, sed angulus q l a æqualis est angulo b q f, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q a l, æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20.quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uiſum b, à pũcto ſpeculi q, quod eſt propoſitum.

XXXVI.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq́ uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in ſuperficie ſpeculum æquediſtantem baſi in uertice contingente, poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis

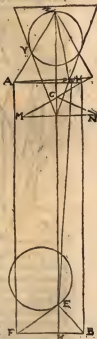
Fiat diſpſitio ut proximæ præcedentis, ſitq́ uertex ſpeculi pyramidalis punctus g, in quo ipſum cõtingat ſuperficies plana, quæ ſit m n g æquediſtãs baſi ipſius, & ſint centrum uiſus & punctus rei uiſæ in ſuperficie m n g, ita quod unum ſit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri, ducantur ẽm lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20. quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto ſpeculi g reflectitur ad uiſum o y, palam eſt quod linea m g & axis pyramidis ſpeculi quæ ſit g b, ſunt in ſuperficie ſecante pyramidem, ſuper lineam longitudinis pyramidis, quæ ſit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis ſuper hanc lineam lõgitudinis, quæ eſt g e, per 22. primi, quæ ſit q e, ſuper punctũ e ducatur ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi, quæ ſecabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis ſuperficiei u e g, & huic circulo ſit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat ſuper axem ſpeculi in centro circuli, quod ſit c, deinde à puncto m centro uiſus ducatur linea æquediſtans lineæ lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, per 31. primi huius, quæ producta in ſuperficiem illius circuli cadat in punctum b, & ſimiliter a puncto n, qui eſt pũctus rei uiſæ ducatur linea æquediſtãs lineæ g e, quæ producta in dictam ſuperficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in ſuperficie plana ſecante ſpeculum ſecundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra ſpeculum, quæ ſecabit neceſſario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem ſint ſuperficie circuli, ſecet ergo ipſum in puncto r, quia uero linea m b, æquediſtat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa eſt cũ ipſa in eadem ſuperficie, quæ ſuperficies ſecat ſuperficiẽ m n g, & ſuperficiẽ b e a, ſuper duas lineas m g & b e: ſuperficies uero m g n & b e a ſunt æquediſtantes per 24. primi huius, qm̃ ipſæ ambæ æquediſtãt baſi ſpeculi, ergo per 6. undecimi, linea m g eſt æquediſtans lineæ b e: ſimiliter quoq́ lineæ a n & g e ſunt in ſuperficie ſecãte illas æquediſtãtes ſuperficies ſuper lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquediſtat lineæ a e, ſimiliter ſuperficies q g e ſecat eaſdẽ ſuperficies æquediſtãtes ſecũdũ duas lineas r e & q g. igit̃ ut prius lineæ r e, & q g æquediſtãt, igit̃ duæ lineæ q g & m g æquediſtãt duabus lineis b e & r e, ergo p 10. undecimi angulus m g q, eſt æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe eſt æqualis angulo r e a, ergo p 20. quinti huius, forma puncti a poteſt reflecti ad uiſum b à puncto ſpeculi e, ſi ergo à puncto a ducat̃ linea æquediſtãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquediſtãs lineæ r e, & copulent̃ lineæ m e & n e, & pducat̃ linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃diſtãte lineæ ducto à pũcto q, & ducãt̃ lineæ cõmunes, ut in pxia p̃cedẽte, & iteret̃ pbatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, poteſt reflecti ad uiſum m à pũcto ſpeculi e, igit̃ punctus e, erit punctus reflexionis, quod eſt propoſitum.

XXXVII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, & cẽtro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus ultra ſuperficiem æquediſtantem baſi ſpeculum in uertice contingentem, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Sit diſpoſitio quæ prius, & ſit b centrũ uiſus, & a pũctus rei uiſæ ultra ſuperficiẽ m g n, ſpeculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico ꝙ eſt poſſibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic oppoſita, & eſt hæc pyramidis per 91. primi huius poſſibile lineis omnibus longitudinis ſpeculi imaginatis protrahi ultra ipſarum communem ſectionem, quæ ſit in uertice g, eritq́ baſis huius pyramidis æquediſtans baſi pyramidis primæ, ducatur itaq́ à puncto a, qui eſt punctus rei uiſæ, ſuperficies ſecans hanc ſecundam pyramidem æquediſtanter baſibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ illæ baſes ad inuicem æquediſtãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa ſuperficies æquedi-

æquedistat ambabus pyramidib9, palã aũt per 100. primi huius, qm̃ illa superficies secabit pyramidẽ illam secundã secundũ circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidẽ secante, aut nõ, si fuit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & cõpleatur demonstratio sicut i 35. huius, qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uisus b, ab aliquo puncto secundæ pyramidis quod sit z, quo habito cõpleatur demonstratio ut infra, statim patet qđ si punctus b, qui est centrum uisus y, nõ fuerit in illa superficie, ducatur à puncto g, uertice ipsius speculi ad centrũ uisus quod est b, linea g b, q̃ producatur usq; quo cõcurrat cũ hac superficie circuli y 3; & sit cõcursus in puncto d, palã itaq; qđ forma pũcti a, reflectiẽ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis, palã q̃q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea ꝑducta transuerticẽ pyramidis speculi, erit liea lõgitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q̃ sit liea 3 g e, palã ergo qm̃ sup̃ficies p 3 e, secabit lineã a b, secet ergo ipsam i pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducaẽ linea ꝑpẽdicularis sup lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis super superficiẽ cõtingentem pyramidẽ secundũ lineã g e, qm̃ linea q e, est perpendicularis super curuam sphæram pyramidis, ut patet supra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, superficies æquedistans basi, qui sit f e h, & ducaẽ à puncto b, centro uisus linea æquedistans lineæ 3 e, longitudinis speculi, quæ sit b q, cõcurrens cũ superficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uisæ, linea æquedistans quæ sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palã itaq; per 1. primi huius, cũ linea b h, sit æquedistans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, sunt in eadẽ superficie, quæ secat superficies illas æquedistantes. s. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igiẽ per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, sunt æquedistantes, & similiter qm̃ superficies ducta per punctũ a, secat pyramidẽ secundã æquedistantẽ ambabus basibus præmissaꝝ pyramidũ speculi. s. & pyramidis imaginatæ secundũ circulum y 3, & superficies ducta per lineã quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundũ circulũ æquedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineæ a 3 & f e, sunt æquedistãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, sunt æquedistãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquedistant duabus lineis h e & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, est æqualis angulo h e f, copuleẽ quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, est diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, ꝑducta trãsibit centrũ circuli y 3, superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo cõmunis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, transibit centrũ alterius circuli sup quẽ superficies f e h, secat pyramidẽ speculi æquedistanti basi, & quia superficies in qua sunt duæ lineæ p 3 & e r, secat illas duas superficies æquedistantes super duas lineas p 3 & r e, igiẽ per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, sunt æquedistantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, sunt æq̃distantes

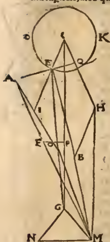


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, qm̃ sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti f, ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, ptrahaĩ linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, qm̃ forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est ꝓpositum, quod si à puncto q, nõ possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutũ, aliás aũt semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq́ꝫ rei uisæ existente sub superficie speculum æquedistanter basi in uertice cõtingente, & cẽtro uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio p̃missæ, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n m g, cõtingente pyramidẽ speculi in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa sup̱ficie, dico qđ ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrũ uisus in puncto m, sup̱ficiei m g n, quæ posita est sup̱ superficiẽ cõtingens speculũ in puncto uerticis g, æquedistanter basi speculi. à puncto a, rei uisæ, ducaĩ sup̱ficies æquedistans basi pyramidis, quæ per 100. primi huius, secabit pyramidem super circulũ qui sit d e k, cuius centrum sit punctum c, & ducatur axis speculi, qui sit g c, & à puncto m, centro uisus ducaĩ ad a, punctum rei uisæ linea m a, & linea ꝑpendicularis super ductam sup̱ficiem circuli quæ sit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uisæ, quæ est a ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ secans periferiam circuli in puncto e, est ꝓducta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui est e q, sit æqualis lineæ q t .s. parti diametri interiacente punctum sectionis & centrũ, qđ potest fieri per 136. primi huius, & ducaĩ linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ superficie speculũ secante secundũ circulũ d e k, linea æquedistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq́ꝫ g e. linea longitudinis speculi, palã qm̃ superficies g t e, secans speculum transaxem, secat & lineam a m, sit ergo punctus sectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctũ o, & ꝓducatur ad axem g t, & sit f o p, secans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o dico qm̃ punctus o q, est punctus sup̱ficiei speculi, cũ sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uisus, pũctum m, palam eñ ex p̃missis, qm̃ linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet p̱ 33. primi, erit linea h t æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, p̱ 25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter sup̱ficies æquedistantes ꝓductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lieæ m g, ergo p̱ 30. primi, linea m g, æquedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex p̃missis sunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, ꝓpter hoc quod lineæ e b & t h, æq̃distant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo p̱ 29. quinti huius, qm̃ forma puncti a, reflectiĩ ad uisum existentẽ in puncto b, à puncto speculi e, & cũ linea b m æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducaĩ linea æquedistans lineæ f o p, & linea æquedistans



distans lineæ i t, & iteretur figura supra dicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectitur ad centrum uisus existens in punctũ m, à puncto speculi o quod est ꝓpositum, nec refert quẽadmodum demonstraui hoc in sequenti ꝓxima, siue punctum rei uisæ, siue centrũ uisus sit in superficie m g n, quũ idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

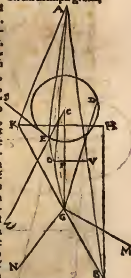
Dato speculo pyramidali conuexo punctóq; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice cõtingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ p̃cedentis, sit centrũ uisus in punctum m, sup̃ficiei g m n, & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiẽ, fiatq; pyramis alia, huic opposita, & fiat super punctũ a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per ꝓximam p̃cedentem, & inueniatur in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturq; punctus reflexionis secundũ ea quæ p̃misimus in 37. huius, eiusq; probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctóq; rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositione priori remanente, sit pũctus a, rei uisæ sub superficie m n g, & punctus b, centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerso, a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrũ uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit enĩ exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq; à puncto a, superficies æquedistans basi speculi secans per 100. primi huius, pyramidẽ speculi super circulũ qui sit d e, cuius cẽtrum sit t, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret necessario cum superficie a e d, quũ concurrit cũ axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e, inueniatur per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e, ducta quæ sit e s, diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq; lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cũ linea k e, concurrente cũ eius æquedistante quæ est g e, per secundam primi huius, sit concursus in puncto h, palã itaq; ꝑ primam undecimi, quia punctus h est in superficie g e k, quũ est in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadẽ superficie per 1. primi huius, quũ ipsa linea b h. est æquedistans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ contactus e, palam itaq; quũ superficies g t e, secans speculũ transaxem g t, secat etiã lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝑpendicularis suꝑ supeficiem contingentem speculum secundũ lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hæc enĩ suꝑficies continget circulum d e, in puncto e, q̃ linea sit u o p, secans suꝑficiẽ speculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducantur lineæ a o & b o. Cũ itaq; ut patet ex p̃missis, angulus a e s, sit æqualis angulo s e k, & cũ angulus i e s, sit rectus ꝑ 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis est angulo

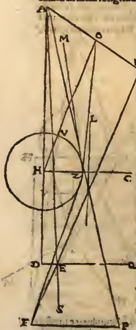


e i h, p 15. primi, ergo angulus a e i, eſt æqualis angulo i e h, poteſt ergo forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducaẽ linea æquediſtans lineæ u p, & linea æquediſtans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam qm̃ forma puncti a, reflecteẽ à puncto ſpeculi quod eſt o, punctum lineæ g e, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, quod eſt ꝓpoſitũ, & qm̃ ſemper eſt eodem modo demonſtrandũ quodcũq; punctoꝝ a uel b fuerit ex quacũq; altera parte ſuperficiei m n g, patet idem qđ ꝓponebaẽ, & imaginendũ eſt ita quod in figura ſolida punctum b, cadat in lineam e g, qđ in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex p̃miſſis ſex theorematibus, cũ non ſit poſſibile alio modo ſe habere punctũ rei uiſæ ſecundũ ſitũ reflexibilitatis à ſpeculis pyramidalibus conuexis ad centra uiſus niſi modis ꝓpoſitis, qm̃ aut ambo erunt ſub ſupficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unũ in illa, aliud ſub illa uel ultra illam, aut unum ſub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctũ eſt inueniri, uniuerſaliter ergo in tota ſuperficie ſpeculi pyramidalis cõuexi quocunq; modo ſe habente rei uiſibilis puncto ad centrum uiſus, punctum reflexionis eſt poſſibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo ſuper ipſius baſem erecto poſſibile eſt rectam lineam rei uiſæ & centrum uiſus ſic ſiſti, ut ab una linea longitudinis ſpeculi fiat formarũ cum omniũ punctorum illius lineæ reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculum pyramidale conuexum, cuius uertex ſit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis ſuper ſupficiem contingentẽ ſpeculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta neceſſario concurret cũ axe a h, per 96. primi huius, ſitq; linea h z t, ſecans axem a h in puncto h, & eius punctus t, ſit extra ſuperficiẽ ſpeculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, eſt acutus, ducatur quoq; à puncto a, uertice ſpeculi linea extra pyramidẽ ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, continens angulũ acutũ cum ſpeculi axe, quæ eſt a h, & cũ linea longitudinis a z, quæ ſit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nõ ſunt in eadẽ ſupficie, ſed in diuerſis, & in ſuperficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cõtinens angulũ acutũ æqualem angulo a h z, quæ linea cõcurret cũ linea a n, per 14. primi huius, cũ anguli h a n & a h z, ſint acuti, ut patet ex p̃miſſis, concurrant ergo in puncto o, & ſit linea h o, & facto ſup punctum z, circulo æquediſtante baſi p 102. primi huius, palã qm̃ linea h o, tranſibit ſuperficiem illius circuli, ſicut etiã linea h z c, tranſit p ſupficiẽ eiuſdem circuli. Sit enĩ punctus h, polus illius circuli, ideo quod ſemidiameter illius circuli cũ axe a h, cõtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, ſunt acuti, ut patet ex præmiſſis, ſecet itaq; linea h z c, ſupficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a u s, ducatur quoq; linea o z, quæ ꝓducaẽ uſq; ad punctũ f, & qm̃ linea o z, eſt ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, cũ linea h z, ſit perpendicularis ſup illam ſuperficiẽ, palam quia angulus o z h, eſt maior recto, cũ angulus a z h, ſit rectus igiẽ per 13. primi huius, angulus f z h, eſt minor recto, à puncto ergo z, ducaẽ linea contingens circulũ p 16. tertij. qui ſit z m, caderq; linea z m, in ſuperficie contingente ſpeculum ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a z, eſt ergo linea h z perpendicularis ſup lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis ſup lineam a z, per 12. primi, quæ ſit linea f e, cõcurrens cũ linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta



concurret

concurret cũ linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 31. primi. Itemq́ʒ ab eodẽ puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palam aũt qđ linea m z, est perpendicularis super lineã a e, per 22. primi huius, qm̃ ipsa est perpendicularis super lineã t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cõtingens in puncto z, igitur linea l e, cũ ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29. primi, perpẽdicularis super lineam a e. Sunt quoqʒ lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cũ ipsæ sint æquedistãtes, ꝑducaturq́ʒ linea q e, ultra punctũ e, & hoc per 2. primi huius, secabit axẽ a h, cũ ipsa sit in eadẽ superficie cũ linea h t per 1. primi huius, secet ergo axẽ in puncto d, eritq́ʒ angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat qʒ superficies l e d q, secãs pyramidẽ, erit ergo illius superficiei & superficiei pyramidis cõmunis sectio oxigonia per 103. primi huius, cũ ergo linea a e, sit ꝑpendicularis sup lineã f n, & super lineã d q, & sup lineã l e, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ sup superficiẽ, qm̃ linea longitudinis pyramidis, q̃ est a e, erecta est super superficiẽ illius sectionis oxigoniæ, quæ est l e d q, & quia linea a e, est ꝑpendicularis super lineã f e n, erit ergo linea f n, in superficie illa secante pyramidẽ secundũ illam sectionẽ, fiat ergo ut in illa superficie sectionis à puncto f, ducat̃ linea f p, per 31. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquedistans lineæ z t, uerũ cũ angulus o z t, est acutus, ideo qđ angulus o z h, est obtusus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducat̃ itaqʒ à puncto z, linea faciens t z, angulũ æqualẽ angulo o z t, q̃ quidẽ linea ꝓducta necessario secabit lineã f p, per 2. primi huius, cum linea f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducat̃ linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̃missis per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, cũ ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̃missis, in eadẽ superficie pyramidẽ secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palã per 20. quinti huius, q̃a forma puncti o, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto p, à puncto speculi z, uerũ q̃a angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palã quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo ꝑ 6 primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo q̃a linea a e est perpendicularis sup lineã f n. palã per penultimã primi, q̃a quadratũ lineæ f z, ualet ambo quadrata lineaꝝ e f & e z. Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p, ualet ambo quadrata lineaꝝ e z & e p, qm̃ ut patet ex p̃missis, angulus p e z, est rectus, quadratũ uero lineæ est æquale q̃drato lineæ z f, qm̃ ut patet ex p̃missis lĩeæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cõmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratũ lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit̃ latus f e, æquale est lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angulus e p f, est æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, ꝑ 29. primi, qm̃ extinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̃a coalternus est illi, angulus ergo n e q, & q e p, sunt æquales, qm̃ cũ sint in eadẽ superficie q̃ est p e n, palã per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti n, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto p, à puncto speculi qđ est e. Similiterq́ʒ diuidat̃ à puncto f, q̃cũqʒ linea ad aliq̃d punctũ lineæ z e, & ꝓducat̃ usqʒ ad lineã o n, semꝑ ꝓbabit̃ de pũcto lineæ o n, in quã cadit ꝓducta linea qđ ipsa reflectet̃ ad punctũ p, à pũcto aliq̃ lineæ z e, quẽ secat illa linea, simili modo & oim huius lineaꝝ ꝓbatio sumet initiũ à linea ꝑpẽdiculari, q̃ est f e, & à pte lineæ e z, q̃ erit cõmunis oĩbus illis triãgulis, & ita q̃dlibet punctũ lineæ reflectit̃ ad uisum existentẽ in pũcto p, ab aliq̃ puncto lineæ z e, q̃a de oĩbus est eadẽ demonstratio, qđ & patet ꝑ 34. q̃nti huius. Si itaqʒ q̃cũqʒ linea recta cuiuscũqʒ rei uisæ, ponat̃ in loco lineæ a o n, & centrũ uisus sistat̃ in puncto p, semꝑ fiet reflexio ad uisum ab aliq̃ puncto ꝝ lineæ a z e, q̃ est lĩea longitudinis speculi, & hoc ꝓponebat̃ faciẽdũ, patet ergo ꝓpositũ. XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.

Quando causa in diversis subiectis uniuocaē, & passio uniuocabitur, ob hoc non repetimus illa hic quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ, quia utrobiq; in planis.f.& ꝓpositis speculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi tm̄ distans à superficie speculi quantū punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisæ uidetur in concursu lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ in oībus his speculis, ut patet per 37. qnti hui9, patet ergo ꝓpositum.

XLIII.

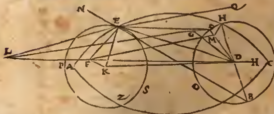
Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris cōuexi cōmunis sectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ est in speculis sphæricis conuexis.

Erit eīm aliqñ locus imaginis intra speculum columnare cōuexū, aliqñ in superficie speculi, aliqñ extra speculū, secundum modum quē kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius qui causam & demonstrationem quæsierit, recurrat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphæricis conuexis demonstrata sunt, nam eadē penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarū & metæ imaginū & loca & eædem ꝓportiones linearū sunt in illis speculis & in istis, patet itaq; per illa ꝓpositū, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpendicularem ductam à puncto reflexionis super superficiem speculi columnaris conuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concursus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axē.

Hoc quod hic ꝓponitur demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autē huic nostro ꝓposito concluso Mathematica sensibiliter applicetur, eandem demonstrationē duximus imitandam. Sit ergo a e b c, columnaris sectio, & sit e datus punctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui sit punctus rei uisæ 3 b, sit punctus reflexionis à quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi qui sit h k, fecerīq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui est punctus rei uisæ ipsum speculum secundum punctum ꝓpositæ sectionis, qui est e, dico uerum esse qđ proponit, ducaē eīm linea e d, sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea cōtingens sectionem in puncto e & super punctum sectionis b, fiat circulus æquedistans basibus speculi per 102. primi huius, quæ sit b t o, cuius centrū sit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sit e t, à puncto quoq; d per 11. primi, ducaē linea d g, perpendicularis super lineam b d, in ipsa circuli superficie, palam ergo quod superficies h d g, cum per axem h k, transeat, qui per 92. primi huius est erectus super circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero cōtingens speculum in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g, speculū secanti, ideo eīm quia linea longitudinis speculi ducta à pūcto b, est æqdistans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctū b, est æquidistans lineæ g d, per 29. primi, angulus eīm g d b, est rectus, ut patet ex ꝑmissis, & angulus cōtentus sub linea d b, & sub linea contingente circulū in puncto b, rectus, p 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 14. undecimi, igitur superficies in qua sunt li-



neæ l e & t e, non est æquedistans superficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, qm̄ superficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, nō est æquedistans superficiei contingēti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineæ l e q, contingens sectionē & linea longitudinis quæ est e t, angulus em̄ e d b, ut patet ex hypothesi est acutus, superficies ergo h e g, non æquedistat superficiei l e t, ergo concurret cū illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quæ necessario erit contingens circulū b t o, cū sup̄ficies in q̄ ducit̄ linea g t, ipsum speculū sit contingens, ducta autē linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, qm̄ linea t d, est diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius super e, punctum sectionis circulus æquedistans basibus speculi q sit e s 3 p, & centrū huius circuli sit punctus axis, q k, & ducat̄ liea k e, & ducat̄ etiam linea d l, quæ quidem secabit superficiem circuli e l p, secet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, est in superficie sectionis per 24. huius, cū ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctum l, qđ est punctū lineæ contingentis sectionē est in eadem sup̄ficie sectionis, ergo per primā undecimi, tota linea d l, est in superficie sectionis, punctum ergo f, est in sup̄ficie sectionis, sed ipsum est in superficie circuli e 3 p. Est ergo in cōmuni sectione illaꝶ sup̄ficieꝶ circuli & sectionis, sed & punctum e, est in ambabus eiusdem superficiebus, ergo itē per 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis sup̄ficiebus, ergo per 19. primi huius, secundū lineam e f, secant se superficies sectionis & circuli e 3 p, ducatur itaq; linea k f, & a puncto f, ducatur perpendicularis sup̄ficiem circuli b t o, per 11. undecimi, qui sit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet. & ducat̄ linea t m, palam qm̄ linea k d, æquedistans e t, æqualis est lineæ f m, per 25. primi huius, sunt em̄ lineæ k d & f m, ambæ ꝑpendiculares super sup̄ficiem circuli b t a, qa illi circuli æquedistant per 24. primi huius, utraq; em̄ ipsaꝶ æquedistat basibus columnæ per 100. primi huius, qm̄ ergo linea f m, est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit m f, linea æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t, per 37. primi, qm̄ linea e t, est æqualis & æquedistans axi k a, per 92. primi huius, cū sit linea longitudinis speculi, & erit ut prius linea k e, æqualis & æquedistans lineæ d t, & linea e f, æqualis est & æquedistās lineæ t m, per eandē 33. primi, uerū etiā superficies k d l g, quia transit axē columnæ, & angulus g d b, est rectus, orthogonalis est super superficiē sectionis oxigoniæ, quæ est a e b c, per diffinitionē superficiei erectæ, & eadem superficies k d l g, orthogonalis est super superficiē circuli e s p, qm̄ illa superficies k d l, transiens per axem, per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super sup̄ficiem circuli e l p, æquedistans basibus erecta est in eadem superficie k d l, quia itaq; ducta superficies k d l, est erecta super superficiē sectionis oxigoniæ & circuli e s p. Est ergo orthogonalis super lineam communem dictæ sectionis & circuli quæ est linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, est erecta super superficiē k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per diffinitionē lineæ super superficiē erectæ angulus e f k, est rectus, ergo & angulus t m d, est rectus per 19. undecimi, latera em̄ illos angulos cōtinentia in æquedistantibus circuloꝶ superficiebus ꝓtracta æqualia sunt & æquedistantia, ut patet ex p̄missis, cū ergo angulus d m t, sit rectus, & angulus g t d, sit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g. ducta est ab angulo ad basem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. sexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m, est æquale quadrato lineæ m t, & qm̄ linea g t, contingit circulum b t o, cum sit in superficie cōtingente ducta ad punctum contingentiæ quod est t, palā quod linea l g, est æquedistans axi k d, qm̄ enim superficies secundum lineam longitudinis speculū cōtingentes sunt erectæ super basem columnæ, superficies ergo per 19. undecimi, earū cōmunis sectio quæ in ꝓposito est linea l g, super eandē superficiem basium perpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiā æquedistabit lineæ f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m æquedistat basi l g, patet per secundā sexti, qm̄ secat alia latera illius trigoni ꝓportionaliter. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g, sed linea d f, maior est q̄ linea d m, p 19.

primi,qm̄ in trigono f d m, angulus f m d,est rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l,est maior q̄ linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l,maius est illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g.ergo & quadrato lineæ t m,sed linea t m,est æqualis lineæ e f,ut patet ex p̄missis,ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f i l f,maius est quadrato lieæ e f.Est ergo in trigono d e l, angulus l e d,maior recto p 30.primi huius,qa si esset rectus, tunc cum linea e f,sit perpendicularis super lineam d l,esset per 8.& per 16.sexti.idem qđ fit ex ductu lineæ d f in f l,æquale quadrato lineæ e f.Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentē sectionē a e b c,quæ est linea q l,ducta à puncto e, cadat sub li nea e d,nō perueniens in punctum d,sit ergo illa p̄pendicularis linea e b,& quia angul9 e d b.est acutus,& angulus d e u,acutus,qm̄ angulus u e q est rectus,ergo per 14.primi huius,lineæ e u & b d,productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d,cum linea b d,quod est euidens,patet ergo propositum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̄ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse,dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; p̄positio patet per 113.primi huius,ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur.Sit speculum pyramidale cōuexum a b g,cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq; in ipsum sectio oxigonia,à cuius circūferentia formæ punctorū lineæ uisæ reflectantur ad uisum,quæ sit b f e z.punctū q̄q; reflexionis sit e,& sit linea e d,existens à pūcto e,qđ est punctū reflexionis p̄pēdicularis sup̄ sup̄ficiē cōtingentē speculū,q̄ p̄ducta in superficie sectionis, concurrat quidē cū axe a k,per 14.primi huius,angulus eñ e a k,est acutus,& angulus a e d est rectus,cōcurrat ergo in puncto d, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, q sit h z,dico qđ kathetus h z,cōcurret cū perpendiculari e d,ultra punctū d,sub axe speculi,ducat̃ eñ linea t z q,quæ cōtingat sectionē b e f,in puncto z,cum sit punctū z, remotius à puncto a,uertice speculi,q̄ sit punctum e, ducta quoq; linea z d,angulū acutum contineat cū perpendiculari e d,super ipsum axem speculi,in quo cadit punctū d,transeat quoq; super punctū z, sup̄ficies æquedistans basi speculi,quæ secando speculum faciat circulū r z g,per 100.primi huius,iste ergo circulus secat sectionē b e f,in duobus tm̄ locis per 104.primi huius,qm̄ circulus est p̄pendicularis super axē a d,& sectio est obliqua super eandem axem,& ducantur lineæ a z & a e,linea quoq; a e,quæ ex hypothesi est breuior q̄ linea a z.ideo quod punctum z,remotius est à uertice pyramidis q̄ punctum e,p̄trahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circūferentia circuli r z g,& sit concursus punctus o,ergo punctus o,est remotior à puncto a,uertice speculi q̄ sit punctus e,eritq; linea a o,æqualis lineæ a z, per 89.primi huius.ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circūferentiā.Cum ergo exierit à puncto o, perpēdicularis sup̄ superficiē cōtingentē speculū secundum lineam a d.cōcurret illa linea cum axe a k,ultra punctum d,cui prius data est incidere perpendicularē e d.per 2.primi huius.Sit ergo punctus cōcursus k, erit eñ linea o k,æquedistans lineæ e d,p̄ 6.undecimi,ducanť ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z, est æqualis lineæ k o,p̄ 65.primi huius,est eñ k polus circuli,sed linea a d,est æqualis lineæ a z,p̄ 89.primi huius,cū sint lineæ lōgitudinis unius pyramidis,& linea a k, cōis est

ambobus illis trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æquanguli, ſed angulus a o k eſt rectus, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingente ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & ſuperficies z k o eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem. & quia à puncto z ducta eſt linea contingens ſectionem quæ eſt c z q, cum ergo ut patet linea k z ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem ſecundũ lineã a z & cõmunis ſectio ſuperficiei ſectionis, & illius ſuperficiei ſpeculũ contingentis ſit linea t z q cõtingẽs ſectionẽ, erit linea k z ꝑpẽdicularis ſuper lineã t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiẽ contingentẽ, & quia ut patet ex præmiſſis, angulus k z q eſt rectus, trigonũ quoq; a z k erectũ eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ ſecundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea b z eſt ſimiliter perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ cõtingentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ ſectionẽ ſuperficiei circuli r z g, & ſuperficiei pyramidẽ ſecũdum lineã a z contingẽtis, hoc aũt per 3. undecimi eſt linea recta, ſit ergo hæc linea z y, eſt palã per præmiſſa quod linea z y cõtingit circulũ r z g, ſit quoq; cẽtrũ huius circuli c, & producatur linea c 3 angulus c z y, eſt rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, quod eſt centrũ circuli r 3 g, linea continens cum linea 3 c angulum rectum per 13. primi, & ſit linea c f, linea ergo c r, eſt æquediſtãs lineæ 3 y per 28. primi, linea uero c r, eſt perdẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a 3 c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r eſt rectus ex præmiſſis, & angulus 3 c a, eſt rectus, ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli r 3 g, per 89. primi huius, & quia etiam axis eſt perpendicularis ſuper baſem pyramidis, cui circulus æquediſtat, ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23. primi huius, linea ergo 3 y æquediſtans lineæ c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a 3 c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens ſectionem eſt obliqua ſuper ſuperficiem a 3 c, ergo & ſuper lineam c 3, producatur ergo à puncto 3 in ſectionis ſuperficie extra ipſam ſectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimã primi, quæ ſit 3 b, & quia punctus d per 24. huius eſt in ſuperficie ſectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipſum aliud eſt à puncto k, qui eſt punctus axis inferior puncto d extra ſuperficiem ſectionis, ſed punctus z eſt in ipſius ſuperficie patet ergo quoniam linea k 3 eſt extra ſuperficiẽ ſectionis, linea ergo k 3 ſecat lineam 3 h, nec cõtinuatur cum ipſa, quoniam linea 3 h eſt in ſuperficie ſectionis, & linea k 3 eſt extra illam. & quoniam lineæ k 3 & h 3 ſecant ſe in puncto 3, patet quod ipſæ ſunt in aliqua ſuperficie una per 2. undecimi, ſint ergo lineæ 3 k & 3 h in alia ſuperficie præter ſuperficiem ſectionis, quæ ſecet ſuperficiem ſectionis ſuper lineã p 3 h in ambabus iſtis ſuperficiebus exiſtentem per 19. primi huius, & ſit 3 p eadem linea cum 3 h, quæ eſt producta in ſuperficie ſectionis, linea uero d 3, quæ eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperficiem in qua ſunt lineæ k 3 & 3 h, ſed linea 3 k continet cum linea 3 q, angulum rectum ideo quia ut prædictum eſt linea k 3 eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem quæ tranſit lineas a 3 & 3 q, & ſuperficies k 3 h ſecat ſuperficiem d 3 h ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus cõmunem, per 19. primi huius, quæ eſt h 3, una linea d 3 eſt in ſuperficie ſectionis ut ſupra patet. & ſecatur à linea k 3 in pũcto 3, & pũcta c & q ſunt à lateribus ſuperficiei k 3 p h. ergo & ſuperficies h 3 k, ſecat ſuperficiem d 3 q. differẽtia ergo cõmunis ſuperficierum h 3 k & d 3 q, & in ſuperficie h 3 k eſt quoq; illa cõmunis ſectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea 3 q angulũ rectũ, nã linea 3 q cũ ſit ꝑpẽdicularis ſuper lineã 3 h, & ſuper lineã 3 k, patet per 4. undecimi, quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiẽ h 3 k, ergo & ſuper lineã 3 p, & quoniam ſuperficies h 3 k, ſecat ſuperficiẽ d 3 q & declinatio ſuperficiei h 3 k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d 3 q fit ex parte ſemidiametri 3 t, erit linea quæ eſt differentia communis his duabus ſuperficiebus media inter duas lineas q 3 & 3 d, ergo angulus q 3 d eſt obtuſus, & h 3 eſt in ſuperficie in qua ſunt lineæ d 3 & 3 q, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea 3 q angulum rectum, linea ergo 3 h producta intra ſectionem ultra punctum 3, ſecabit angulum d 3 q, & linea h 3, concurret cum linea e d ſub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaque incidentiæ qui est h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurret sub axe & sub puncto ipsius axis, qui est d, sit itaque punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

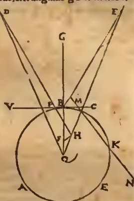
Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis conuexi, cū katheto incidentiæ puncto propinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cōcurrere est necesse, altioris quoque puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe, dum tamē linea à puncto superiori cū ppēdiculari ducta à puncto inferiori super axem angulū cōtineat acutū.

Sit ut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitque in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoque reflexionis sit e, sitque linea e d perpendicularis super superficiem speculi concurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitque kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pūcto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pūctum e, ita tamē quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerū est quod pponitur, circūducatur enī à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoque a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pūctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctum e sit ergo ut abscindatur in pūcto o, est ergo pūctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctum, eritque linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est enī pūctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z p 89. primi huius, & linea a k, est cōmunis ambobus illis trigonis, erūt ergo p 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineā a z, ducta quoque à puncto z linea cōtingentem sectionem in puncto z, quæ sit t z q, Perficiat demonstratio, ut in proxima præmissa, patetque propositum nunc ut prius, cadat enim pūctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cum perpēdiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus propinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit punctus x, ab eo quoque ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus, demonstrabitur cōcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pūctus y remotior erit sub axe a d. quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulū a z p, neque lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum cōtinens cum ppēdiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horū medij, à quorum punctis incidētiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidētiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secāte, & à puncto reflexionis ducta cōtingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partē sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utrasque interiacet sectiones.

Esto a b c sectio oxigonia, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus rei uisæ, d centrum uisus, à puncto quoque reflexionis quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, ducatur quoque linea cõtingens speculum in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k, duæ itaque perpendiculares, quæ sunt g b q & o k, concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes, sit ergo punctus cõcursus illarum perpendicularium pũctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducãtur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmissis, quoniam linea k m, cadet intra superficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in pũcto m. Cũ ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis, palã quod angulus e k b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo pũcto superficiei reflexionis, cũ sint in eadem superficie, sit ut prius earum cõcursus in puncto q, similiter quoque angulus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cõcurrẽt, sit ipsarũ concursus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, est locus imaginis formæ pũcti e, dico itaque quod erit proportio lineæ e q, quæ est kathetus incidẽtiæ formæ pũcti e, ad lineã q h, sicut lineæ e t ad lineã t h, quia eõ lineæ e k & b e cõcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æque distans lineæ e b, per 31. primi, & quoniam angulus e b t, est per 20. quinti huius, æqualis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, est æqualis angulo t b h, palã quod angulus e b t, erit æqualis angulo c b h. Restat ergo ut angulus e g b, sit æqualis angulo h b q, ideo quia anguli c b q & c b g, sunt recti & æquales, cũ igitur linea c b diuidat angulũ e b h per æqualia, erit per 3. sexti, proportio lineæ e t, ad c h, sicut lineæ e b, ad b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, est æqualis angulo h b f, quoniam ut postẽsum est angulus e b g, est æqualis angulo h b f, ergo per 6. primi, lineæ h b, est æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineã h f, sicut ad lineã h b, est autẽ proportio lineæ e b, ad h f, sicut lineæ e q ad q h, per 4. sexti, quia per 29. primi, trigona e q b & h q b, sunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ e t, ad lineã t h, sicut lineæ e q, ad lineã q h, quod est propositum.



XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existẽte linea recta interiacens pũctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locũ imaginis maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f, per 4 sexti, & proportio lineæ e b ad h f, est sicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineã b h, sicut lineæ e q ad lineã q h, per 11. quinti, ergo permutatim per 16. quinti, proportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed linea e q maior est quam linea e b per 19. primi, eo quod angulus e b q maior est recto, ut patet ex præmissis, quia angulus t b q, est rectus, ergo linea q h est maior quam linea h b, quod est propositũ, est enim pũctũ q illud in quo concurrũt duæ perpẽdiculares g b q & e b

& e b, quæ eſt kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, et punctus b eſt punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uiſus exiſtens in puncto d.

XLIX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, formaq́ꝫ rei uiſæ oblique ſpeculo incidente, locus imaginum formarum uiſorum punctorum quandoqꝫ erit in ſuperficie ſpeculi, quandoqꝫ intra ſpeculum, & quandoqꝫ extra ipſum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uiſæ non fuerit in diametro uiſuali perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi, tunc enim unius ſolius forma pũcti ſuper lineam perpẽdicularem accedit ad ſpeculum, & ſecũdum eandem lineam reflectetur ad uiſum, utpote pũctus ipſius ꝑpendicularis lineæ, quæ eſt in ſuperficie oculi uidentis, punctus eñ ultra ſuperficiem oculi ſumptus non poteſt reflecti ſuper hanc ꝑpendicularem, quia non poteſt accedere ad ſpeculum ſuper lineam perpendicularem propter rationẽ aſſignatam in 32. quinti huius, & ſimiliter non poteſt reflecti forma illius puncti ad uiſum ab alio puncto ſpeculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis, ſi enim daretur hoc poſſe fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à ſuperficie ſpeculi cõcurrere in cẽtro eiuſdem uiſus, ꝙd eſſet contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod eſſet contra 33. primi, & impoſſibile, in tali ergo ſitu perpendicularis reflectitur tantũ in ſeipſam, ſit autem nunc ut forma rei uiſæ incidat ſuperficiei ſpeculi non perpenpiculariter, ſed oblique, & eſto ut ſuperficies reflexiõis ſecet ſpeculũ columnare conuexum, & communis eorum ſectio ſit oxigonia ſectio, quæ a b g, à cuius punctum a ſumatur linea cõtingens ſectionem, quæ ſit e a t, & ducatur perpẽdicularis à puncto a per undecimã primi, ſuper lineam, e t, intra ſectionem quæ ſit a d, cadatq́ꝫ pũctus d intra ſectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit ſectionem in duas partes, in quarum utraqꝫ eſt pũctus unicus in quo pũcto linea ſectionem contingens erit æquediſtans lineæ d a, ſit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui ſit pũctus g, cuius puncti contingens concurrat cũ linea d a in puncto h extra ſectionem, & ducatur linea perpendicularis ſuper hanc lineam contingentem, quæ eſt g h per undecimã primi, perpendicularis ſit g q, ſecans lineam aliam contingentẽ quæ eſt e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cõtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, neceſſario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h eſt rectus, & angulus g h d acutus, ſit ergo in puncto d ipſarum concurſus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra ſectionẽ uſqꝫ ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut eſt æqualis angulo h a p, aut maior, aut minor, ſi ſit æqualis, incidit ergo forma pũcti q ſpeculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uiſus exiſtens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui eſt punctus ſectionis oxigoniæ & ſuperficiei columnæ ſpeculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uiſæ, quæ eſt q, ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto g, cũ linea reflexionis, quæ eſt p a, & quia punctus g eſt in ſuperficie ſpeculi, patet ꝙd tunc uidebitur imago formæ puncti q in ſuperficie ſpeculi, ſi uero in linea g q ſupra punctum a, ſumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Eſt enim angulus f a h minor angulo q a h, qui eſt æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h ſuper a terminum b e h a æqualis angulo qui ſit h a n, per 23. primi, & producatur linea n a

intra

intra sectionem, concurretque cum katheto f q g d, & sit punctus concursus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto speculi, quod est a, ad uisum existentē in pūcto n, & locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ q f, quæ sunt ultra punctum q, erunt intra columnam speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum t, qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m, palam quod linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionem, ideo enim quia linea p a cōtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsum sectionem in punctum g, patet quia linea m a, secabit lineam g q, extra sectionem, sitque ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o. & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum intra puncta o & g, si autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, secetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pūcti q, imago erit in puncto k, & omnium superficierum punctorum lineæ q t, imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r, sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqulis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g, quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra speculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra speculi superficiem, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t, est cōtingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit, secet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritque angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorū b & g, quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietque cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à puncto b, et per undecimā primi, quæ sit g s, hæc ergo coniuncta cū linea d b, fiat linea una per 14. primi, quoniam utraque ipsarum cum lineā l b, in eodem puncto qui est b, continet angulum rectum, & linea b s, secabit lineam h g, sit ut secet ipsam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, est rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, quia uero linea h g, secat lineam q a, sit punctus sectionis u, & quoniam angulus h g d, est rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a, quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g, contrapositus angulo h u a, per 15. primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, sit ergo concursus ipsarum in puncto z, forma itaque puncti z, mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uisum existentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ sunt circa z, loca imaginum erūt extra sectionem, quod est propositum.

L.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, centroque uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum, imagoque eius uidebitur recta æqualis rei uisæ.

Eſto ſpeculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z b, æquediſtat linea recta quæ ſit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquediſtans lineæ lõgitudinis ſpeculi columnaris, quæ exiſtens in eadem ſuperficie t h z k, ſit linea a g, dico quod ſi uiſus, cuius centrũ ſit e, fuerit in eadem ſuperficie t h z k cum linea t h, & cũ axe z k, poſſibile eſt, ut omnia puncta lineæ t h reflectãtur ad uiſum e, quoniã per 30. huius, poſſibile eſt, ut puncta reflexionis omniũ punctorũ lineæ t h, ſint in linea longitudinis columnæ, quæ eſt g a, quia illa linea ſuperficiei reflexionis in qua ſunt uiſus e, & axis z k & linea t h, & ſuperficiei columnæ eſt communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitẽ ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem ſuperficie cum uiſu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h eſſe ſecundum linenam rectam diſpoſita, ſicut in ſpeculis planis per 52 quinti huius, exiſtit probatum de lineis rectis uiſi, patet ergo propoſitum.

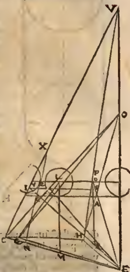
LI.

Lineæ rectæ æquediſtãtes axi ſpeculi columnaris cõuexi, uiſu nõ exiſtẽte in eadem ſuperficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uiſa.

Sit diſpoſitio quæ prius in 30. huius, reflectaturq; forma lineæ t h, à linea lõgitudinis ſpeculi, quæ ſit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliqñ curua, forma enim pũcti eius quod eſt q, ut ſupra patuit reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, qui eſt punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad cẽtrũ circuli b f, quod eſt l, quæ erit q l, & ipſa eſt kathetus incidẽtiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, eſt ppẽdicularis ſuper lineã contingentẽ circulum b f, cuius periferia eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, hic quoq; kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendiculari, pducta à puncto b, quod eſt punctum reflexionis ſuper ipſam ſuperficiem ſpeculi ſuper axẽ z k, & erit concurſus in pũcto axis l, ſcilicet in centro circuli b f, per 96. primi huius, cõcurrat ergo linea q l cũ linea m l, in puncto axis l, producatur quoq; linea reflexionis, quæ eſt e b, quouſq; cõcurrat cũ katheto q l, & ſit punctus concurſus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & eſt punctus c, per 1. undecimi, in ſuperficie in qua ſunt linea q h, & axis z k, eſt linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto ſpeculi g, qui per 10. huius, eſt punctus ſectionis oxigoniæ cũ punctus c ſit altior centro uiſus, quod eſt e, nec ipſa ſunt in eadem ſuperficie. Eſt aũt à puncto t, unã tm̃ ducere ppendicularẽ ſup ipſam oxigoniã ſectionẽ, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuper lineã contingentẽ ſpeculũ in pũcto aliquo oxigoniæ ſectionis per 12. primi, ſit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44. huius, cõcurret cũ perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis quod eſt g, ſuper axẽ z k, quæ eſt linea n g z, eritq; cõcurſus ſub axe, hoc eſt ſub puncto z, qui eſt concurſus perpendicularis, n z, & axi z k, qm̃ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod angulus n z y eſt rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad punctum x, & ducatur à puncto g, linea concurrẽs cũ linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo quia angulus x n t, eſt rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, ſecetq; linea t x axẽ k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, concurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta ſecat angulum t g x, ergo & baſem t x, quoniam illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie ut patet, ſit ipſarum ſectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, ſimiliter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ ſit orthogonalis ſuper lineam contingentem ſpeculum in aliquo puncto ſectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uiſum e, per decimã huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, ſub puncto d, qui eſt punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p,

& ſit

& sit secundum præmissos modos punctus concursus s, erit quoque ut prius punctus s imago puncti h, ducatur quoque linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in puncto x cum perpendiculari, n z, quæ est æquedistans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, similiter linea h s, cum concurrat cum perpendiculari d r, quæ est æquedistans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti t lineæ t h, respectu puncti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu, quoniam linea t h, æquidistat axi z k, & similiter puncta t & h, æqualiter distant à puncto q, & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti t & puncti h, ad punctum o, est idem, et punctorum i & s respectu puncti o, est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsenti demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s respectu lineæ e o, idem situs, lineæ ergo c i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o, concurrent ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s, axis autem speculi, qui est z k, non est in hac superficie, uerum linea c h, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli c b h super lineam communem, quæ est e h, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k, sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h, ergo non est in superficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, sunt in superficie illius trianguli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est t h, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctum f, sectionis lineæ i s, & superficiei circuli est ualde parua, sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est t h æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quanto minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor est quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & est quasi æquedistans lineæ t h, sicut & axi k z, patet ergo quod linea imaginis quæ est i t s, minor est re uisa, in qua est linea t h, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.

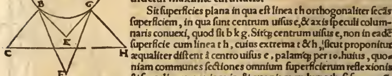


LII.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiẽ in qua est axis speculi columnaris cõuexi orthogonaliter secante, centroque uisus existente in utraque superficie à circũferẽtia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficierum & speculi fiet reflexio, lineæque rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f, sitque punctum e in superficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiei, t h e, & superficiei columnæ ipsius speculi qui sit g b, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e, erit retro lineã t h, & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas occultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt t & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius patuit

de speculis sphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona grossæ diafonitatis, ut cristallus, de hoc sermo alter erit in decimo libro huius scientiæ, sed si linea t h siue existente diafona siue non, fuerit uisus sub illa intra ipsam .s. et speculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝑpter interpositionẽ capitis in quo est uisus, pars autẽ illa lineæ t h, quæ uideri potest non obstante capitis impedimento, reflectetur à circulo b g, ad uisum, eodem penitus modo quem de speculis sphæricis cõuexis ostendimus suo loco, est ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uisæ semper curua, quod si centrum uisus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem superficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uisum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet secundum præmissa, & hoc est propositum.



LIII.

Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem speculi columnaris conuexi secante, centroq́ uisus non existẽte in eadem superficie, factaq́ reflexione ad uisum æqualiter distãtem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit superficies plana in qua est linea t h orthogonaliter secãs superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis speculi columnaris conuexi, quod sit b k g. Sitq́ centrum uisus e, non in eadẽ superficie cum linea t h, cuius extrema t & h, sicut proponitur æqualiter distent à centro uisus e, palamq́ per 10. huius, quoniam communes sectiones omnium superficierum reflexionis & speculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypothesi forma pũcti h, reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi propositi, sit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiusdem est distantiæ à puncto e quod est centrũ uisus, cuius est punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uisum e, ab aliquo pũcto speculi, sit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, sint eiusdem situs & longitudinis à centro uisus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ sunt b & g eiusdẽ distantiæ & situs à puncto e centro uisus, igiť duo puncta b & g, erunt in circulo æquedistante basibus speculi, quæ cadet semper inter lineam h t & inter superficiem transeuntem centrum uisus e, & secantem speculum æquedistanter basibus ipsius speculi, quod ideo accidit, quia pũcta reflexionũ quæ sunt b & g, plus declinant ad centrum uisus ad quod fit reflexio, quàm ipsa puncta h & c, quorum formæ reflectuntur, sit ergo ille circulus b z g, cuius centrũ sit d, ducãtur itaq́ lineæ incidẽtiæ, quæ sunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ sunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares super lineas circulum b z g, cõtingentes in punctis b & g, quæ sint d g & d b o, palã quia per 21 huius, quoniam illarũ perpendicularium partes, quæ sunt g d & d b sunt semidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uisus quæ sit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ sunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ autẽ puncta h & t, sint eiusdẽ situs & distãtiæ respectu puncti e, & respectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ sitũ respectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, esto quod cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturq́ linea lõgitudinis columnæ speculi in qua sit pũctus z, & sit hæc linea in superficie plana, in qua est centrũ uisus & axis speculi, sitq́ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniam superficies in qua sunt centrum uisus & axis speculi intersecat superficiem in qua est linea t h, sit punctus lineæ t h, in quo hæc sectio punctus q, & a puncto q, ducatur linea æquedistans lineæ d z c, cadat quidẽ hæc linea ꝑ 2. primi huius, super axẽ speculi ex una parte & sup lineã l z n ex alia, cadat ergo in pũctũ n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, quoniam angulus h b o, q est angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, est æqualis angulo o b e, q est angulus reflexiõis, sed angulus

h b o per

h b o, per 15. primi huius, est æqualis angulo l b d, q̃m est ei contrapositus, & angulus o b e, æqualis est duobus angulis b e d, & b d e, per 32. primi, cum in triangulo e b d, ipse sit extrinsecus, angulus ergo l b d, æqualis est eisdẽ duobus angulis. s. b e d, & b d e, secet itaq; ex angulo l b d, angulus qui sit m b d, æqualis angulo b d e, per 27. primi huius. Remanet ergo angulus m b l, æqualis angulo b e d, quia ergo in triangulo e b m, angulus b e m, est æqualis triangulo m b l, & angulus b m e, cõmunis uterq; illorũ trigonorũ erit per 32. primi, angulus m b e, trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, est ergo per 46. proportio lineæ e m ad b m, sicut lineæ b m ad m l, ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale est quadrato lineæ b m, ducatur quoq; linea m 3, & q̃m angulus b d m, maior est angulo 3 d m, quia enĩ angulus s d e, est æqualis angulo o d e, ꝓpter identitatem situs punctorũ reflexionũ, quæ sunt b & g, à centro uisus e, quæ causatur ut præostensum est ex identitate situs punctorũ uisorum, qui sunt h & t, respectu uisus e, angulus uero s d e, maior angulo 3 d m, nec totum sua parte, ergo & angulus b d m, est maior angulo 3 d m. Sed & duo latera 3 d & d m, sunt æqualia duobus lateribus b d & d m, q̃m d b & 3 d, sunt ex centro ad circũferentiã, & latus d m est cõmune, erit ergo p 24. primi, latus m b, maius latere m 3, illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius est quadrato lineæ 3 m, sit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor q̃ sit linea m l, æqualis quadrato lineæ m 3, & ducantur lineæ l b, i 3, e 3, & quia trianguli e 3 m, & 3 i m, quorũ cõmunis angulus est 3 m i, per 6. sexti, sunt æquianguli ꝓpter laterũ suorũ ꝓportionalitatẽ ex 16. sexti, quæ continẽt illum communẽ angulum, erit ergo angulus m 3 i, æqualis angulo 3 e i, est ergo angulus m 3 l, qui est maior angulo m 3 i, maior angulo 3 e d. Sed q̃m angulus m b d, constitutus est æqualis angulo b d m, erit linea m d, æqualis lineæ m b, per 6. primi. Sed linea m b, est maior q̃ linea m 3, ut patet ex p̃missis, ergo linea m d, est maior q̃ linea m 3, ergo per 18. primi, erit angulus m d 3, maior angulo m 3 d, igitur angulus d 3 l, maior est duobus angulis e d 3, & 3 e d, angulus enĩ d 3 l, continet angulũ m 3 l, maiorem angulo 3 d e, q̃m angulus m 3 i, qui est pars anguli m 3 l, æqualis est angulo 3 e d, ut supra patuit. Item præter angulum m 3 l, cõtinet angulum d 3 l, & angulũ d 3 m, maiorẽ angulo m d 3, angulus uero n 3 e, est æqualis angulo d 3 l, per 15. primi, & angulus e 3 c, per 32. primi, æqualis est duobus angulis 3 d e & 3 e d, est ergo angulus n 3 o, maior angulo e 3 c, secet ergo ex angulo n 3 c, p 27. primi huius, angulus æqualis angulo e 3 c, qui sit 3 c f, ducta linea 3 f, quæ quidẽ concurret cum linea n q, per 2. primi huius, q̃m concurrit in puncto 3, cum linea c d, æquedistante lineæ n q, concurret ergo super punctum f, cũ ergo angulus f 3 c, sit æqualis angulo e 3 c, palam per 20. quinti huius, q̃m reflectetur forma puncti f, ad uisum e, à puncto speculi e, sed forma puncti q, reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinis speculi transeuntis per punctum 3, reflectiẽ ergo à puncto quod est ultra punctum 3, quia si deberet ut reflectaẽ à puncto quod sit circa punctũ 2, ꝓpinquius puncto e, q̃ sit punctũ 3, tũc linea ducta à puncto q, ad illum punctũ reflexionis secabit lineam f 3, ille ergo punctus sectionis reflecteẽ ad uisum e, à duobus punctis lineæ longitudinis speculi, qui est 3 a. s. à puncto 3, & ab alio puncto dato, quod est impossibile, per 26. huius. Sumaẽ ergo punctus reflexionis formæ puncti q, ultra punctũ 3, & sit punctus k, à quo reflectaẽ forma pũcti q, ad uisum e, & ducatur linea incidẽtiæ quæ sit l k, & linea reflexionis quæ e k, & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q, concurret autẽ linea e k, cum

linea n q, per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante lineæ n q, hæc eñ in eadem superficie est inter puncta e & k, cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p, locus imaginis formæ pũcti q, sed punctus h, reflectit̃ ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cũ non sit in eadem superficie cũ uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentẽ sectionem oxigoniam in aliquo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari o b d, sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ, lineam .s. perpendicularẽ super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectit̃ forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius cõcurret cũ perpendiculari s g d, sub axe, & qm̃ semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, qm̃ reflexio formarum punctorum h & t, fit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionũ columnarum scilicet lineã 3 d, productam trans speculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. undecimi, & 19. primi huius, & qm̃ puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdẽ situs respectu lineæ e d, ideo eñ quod illa puncta h & t, sunt eiusdẽ situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cũ axe speculi & centro uisus, habẽt ergo puncta h 3 t, eundẽ sitũ respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter per quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti sup illas sectiones, quorum ut patet ex p̃missis quilibet cõcurrit cũ linea e d, ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, producta cõcurret cũ linea h u, sit punctus concursus r, concurratq; linea e g, cũ linea t u, in puncto y, & ducat̃ linea r y, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctum r est imago formæ puncti h, & punctũ y, est imago formæ puncti t, habemus ẽq; triangulũ e r y, & extra superficiẽ huius trianguli est punctum 3, superficies ergo huius trianguli altior est q̃ linea e p, si centrum uisus fuerit altius q̃ linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius q̃ linea h t, est ergo punctus p, semper extra illã superficiem, linea ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ t h, ut patet per 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quia eñ per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet non rectam sed curuã, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cũ linea uisa, imago semper uidet̃ curua per proximã p̃missam, palam per eandem, qm̃ lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedũt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quarum superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatẽ, & augmẽtatur uel minuitur curuitas imaginum secundũ accessum uel recessum linearum ad alterũ istorum situum, & hoc est propositum.

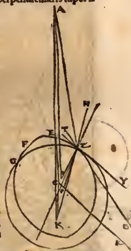
LV.

Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiẽ speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

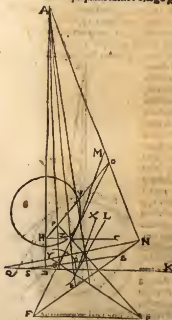
Sit speculum pyramidale conuexũ a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signe-

turq;

turq; in supficie conica eius linea longitudinis utcunq; contingit, quæ sit a z, per 101. primi huius, ducaturq; punctũ z, superficies æquedistans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidẽ speculi secundũ circulũ qui sit z u, & ducatur per 11. primi, à puncto z, perpendicularis super lineam longitudinis z a, quæ producta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctũ h, concurret autẽ cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a z, est acutus, & à puncto z ducatur linea contingens circulũ z u, per 16. tertij, quæ sit z m, & ducatur à puncto a, linea continens cũ utraq; linearum a z & a h, angulum acutũ, quæ sit extra superficiẽ contingentẽ pyramidẽ super lineã a z, hoc enim est possibile, cũ angulus h a z, sit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14 primi huius, ideo quod ut patet ex præmissis, duo anguli n a h, & a h z, sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circũferentiã circuli z u, ideo enim quod angulus a h o, est æqualis angulo a h z, oportet quod lineæ z h & o h, sint in eadem superficie, secet ergo linea h o, periferiã circuli in puncto u, & producatur linea longitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z, extra speculũ ad punctum c, & ducatur linea o z, & producatur in continuũ & directum, & sit o z f, & producatur linea a z, ad punctũ e, angulus ergo f z h, est acutus, per 15. primi, quia linea o z, cũ linea t z, continet angulum acutũ. Est enim angulus a z c, rectus, & quia linea o z, secat superficiẽ contingentẽ speculũ super lineã a z, super quã erecta est linea h z, ut patet ex præmissis, angulus itaq; a z h, existente recto, angulus o z a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & producatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autẽ linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o, est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducatur à pũcto e, linea e d, æquedistãs lineæ z h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super supficiẽ contingentẽ pyramidẽ secundũ lineam a e, cum linea z h, sit perpendicularis super eandẽ superficiem, & ducatur à puncto e, linea e l, æquedistans lineæ z m, & imaginetur superficies, in qua sint lineæ e l & e d, secare pyramidẽ, erit quoq; cõmunis sectio huius supficiei & supficiei conicæ ipsius speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, quoniam illa supficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m z, quæ est contingens circulũ z u, est perpendicularis super lineam a e, per 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus est sup superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea z m, est perpendicularis super illius circuli diametrũ per 17. tertij, est ergo linea z m, erecta sup superficiẽ a z h, ut patuit in 41. huius, quoniam superficies circuli, & superficies a z h, sunt adinuicẽ erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ z m, per 8. undecimi, est perpẽdicularis sup superficiẽ a d e, ergo angulus a e l, est rectus, quod tamen facilius patet per 29. primi, quia enim angulus a z m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a z h, est rectus, & linea e d, æquedistat lineæ z h, ergo per 5. undecimi lineæ n e, l e, d e, sunt in eadẽ superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiẽ illius sectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, cõcurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, protrahatur itaq; linea d e, in continuũ & directũ usq; ad punctum k, & extrahatur à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit f r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h z, per 30. primi, & producatur à puncto z, in superficie o z h, linea recta continens cũ linea z c, angulũ æqualem angulo o z c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o z h, est obtusus



tuſus,hæc ergo linea concurret cũ linea f r, per 2. primi huius, quia ſecabit lineam 3 h, æquediſtantẽ lineæ f r,& eſt in ſuperficie eius, quia linea 3 f,eſt in ſuperficie eius. Oẽs autẽ lineæ æquediſtantes ſunt in eadẽ ſuperficie per 1.primi huius,cõcurrat ergo in puncto r,& ſit angulus r 3 c,æqualis angulo o 3 c,& quia angulus o 3 c, eſt æqualis angulo 3 f r,per 29.primi,quia eſt extrinſecus illi,& angulus c 3 r, æqualis eſt angulo ſibi coalterno,qui eſt angulus 3 r f,palã quod angulus z f r, eſt æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi,lineæ 3 f & 3 r,ſunt æquales. Et quia linea f e n, eſt in ſuperficie ſectionis, & linea f r,eſt æquediſtans lineæ e d,quæ eſt in ſuperficie ſectionis. Eſt ergo per 2. primi huius, & per 7.undecimi,linea f r,in ſuperficie illius ſectionis, ꝑducatur quoq; linea r e,erit ergo linea r e,ſimiliter in ſuperficie ſectionis per 7.undecimi,& q̃m ſuperius declaratũ eſt, quod linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt e a,eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis, uterq; ergo angulus a e r,eſt rectus per diffinitionẽ lineæ ſuꝑ ſuperficiẽ erectæ, quadratum ergo lineæ f 3,ualet duo quadrata linearũ 3 e & f e,ꝑ 46.primi. Similiter quadratũ lineæ 3 r,ualet duo quadrata linearũ 3 e & e r. Sed quadratũ lineæ 3 f,eſt æquale quadrato lineæ 3 r,quia & linea lineæ eſt æqualis ex ꝓmiſſis. Eſt autẽ amborũ cõmune quadratum lineæ 3 e. Relinquitur ergo quadratũ lineæ f e,æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e,æqualis lineæ r e,ergo ꝑ 5.primi,duo anguli e r f,& e f r,ſunt æquales. Sed angulus n e r,eſt æqualis angulo e f r,per 29. primi, q̃a eſt ei extrinſecus, & angulus k e r, eſt æqualis angulo e r f,quia eſt ei coalternus. Sũt ergo anguli n e k, & k e r æquales,ergo per 20.quinti huius,forma puncti n,reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpeculi e,& forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpeculi 3,& omnis linea ꝑducta à puncto f,ad aliquod punctum lineæ o n, ſecabit lineam 3 e,patet quoq; ſecundũ ꝓmiſſa quod illa linea erit æqualis lineæ ꝑductæ à puncto r,ad idẽ punctũ, quia linea a e,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua ſunt lineæ r e & f e, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & duæ lineæ f e & r e,ſunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r,ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, ſunt æquales iterando modũ ꝓbandi quo uſi ſumus prius,patet ergo qđ forma omnis puncti, qui eſt in linea o n, cõuertetur ad uiſum exiſtentem in puncto r,ex illo puncto ſpeculi qđ ſecatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui eſt a, cadensq; oblique ſuꝑ axem pyramidis ſpeculi, q̃ eſt a d, ita ut angulos acutos cõtineat cũ axe a d, & cũ linea longitudinis quæ eſt a 3, uel alia quocũq; ꝓmiſſo modo demonſtrari poteſt, quia aliqua pars ipſius reflectitur ad uiſum, tunc diſpoſitũ reſpectu illius uiſibilis ut nunc eſt diſpoſitũ punctum r, reſpectu lineæ o n. Similiterq; patet, q̄ in hac diſpoſitione formæ punctorum totius lineæ a o n, reflectetur ad uiſum in puncto r, exiſtentẽ, & ſi punctus r, ulterius ꝑducatur in maiori diſtantia à puncto 3, & augmentabitur quantitas lineæ a o n, ſecundũ illud, & huius quidẽ ſimile demonſtratũ eſt per 41. huius, nunc uero hoc ꝓmiſimus in hoc propoſito theoremate, ut ſtudioſus indagare ea quæ ſequuntur facilius poſſit. Oĩbus itaq; ex his ſuo modo diſpoſitis cõtinetur linea n d, ſecabit ergo linea n d, circũferentiam ſectionis, nam duo puncta d & n, ſunt in eadem ſuperficie ſectionis, & punctũ n, eſt extra circũferentiã ſectionis, d uero eſt intra illam, ſecet ergo linea n d, circũferentiã ſectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, eſt totus in eadẽ ſuꝑficie



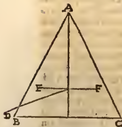
per 2 1.undecimi,palam qm̄ linea n d,erit in ſuperficie trianguli, a o h,per primam un-
decimi,puncta em̄ d & n,ſunt in lineis a o & a h,ergo & linea n d,eſt in ſuperficie eadē
cum illis,erit ergo punctus c, in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta
a & u,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h, ut patet ex p̄miſſis,qm̄ linea h o, ſecabat pe
riferiam circuli 3 u, in puncto u,ſic enim notauimus punctum illud,tria ergo puncta
quæ ſunt a & u & c,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ſed puncta a b c, ſunt omnia
in ſuperficie ſpeculi,ergo tria puncta a u c,ſunt in linea cōmuni,q̄ eſt linea recta per 90
primi huius,fiat em̄ ſectio ſecundū axem ſpeculi,ergo pūcta a u c,ſunt in linea recta,,p
trahať ergo linea a u, recta ad punctū c,& ,pducať linea r 3,ultra punctū 3, quæ ſecabit
lineā o h,per 29.primi huius,ideo quia lineæ r 3 & h o,ſunt in eadem ſuperficie, & linea
r 3,q̄ ſecat angulū f 3 c,ſecat angulū eius contrapoſitū,q̄ eſt h 3 o,ergo & baſem illi ſub
tenſam quæ eſt h d,neceſſario ſecabit,ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p,
in ſupficie trianguli a o h,,pducať q̄q; linea a p, & protrahatur ultra p,ſecabit ergo li-
neā d n,p 29.primi huius, ſecat angulū d a n,ſecet q̄q; ipſum in puncto g, & quia pun
ctus f,nō eſt in ſuperficie cōtingente pyramidē ſpeculi tranſeuntē per lineā a 3 e, ſed ob
liq;ue incidit eidē,ut patet ex p̄miſſis. Eſt autē in ſuperficie ſectionis,& qm̄ ſuperficies ſe
ctionis non eſt erecta ſuper ſuperficiē a d e,per 103.primi huius,patet per 4.undecimi,
quia neceſſario erit angulus a e d,acutus,qm̄ angulus a e f,eſt rectus, angulus ergo d e
n,per 13.primi,eſt obtuſus,ergo angulus e d n, eſt acutus per 32.primi, cadit ergo in
triangulo ampligonio qui eſt d e n, & ſit linea e x i,cōtingens ſectionē in puncto c: per
ea ergo quæ p̄miſſa ſunt in demonſtratione 4.quinti huius, & etiam ex eo qm̄ angulus
d e x,eſt obtuſus,palā quod ppendicularis extracta ex puncto c, ſuper lineam c x,cōtin
gentem ſectionē ſecat angulum d c x,& qđ concurret cū linea e d,ſub puncto d, hæc er-
go perpendiculariter ſecet lineā e d,producta ultra punctū d,in puncto r, perpendicula
ris ergo extracta ex puncto n,ſup lineā contingentē ſectionem ſecabit lineam e d,ultra
punctū s,remotius à puncto d,q̄ ſit punctū s,ſiue iſta perpendicularis cum linea e d, cō
currant ultra circūferentiam ſectionis uel intra illam:perpendicularis em̄ extracta à pū
cto n,ſuper lineam contingentē ſectionem non ſecabit angulū d e x,ſicut linea perpen-
dicularis ducta à puncto c,ſecat angulū illum,ut em̄ patet per 46.huius, & per 113.pri-
mi,erit illa ppendicularis remotior à linea n e, q̄ ſit linea n d e, hæc ergo perpendicu-
lariter ſecat axem ſpeculi, qui eſt a d,in puncto altiori q̄ ſit punctum d, ſit ergo per-
pendicularis extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto ſuæ
incidentiæ linea n q,& linea r e,ſecat lineam n e,in puncto e,qui eſt punctus circūferen-
tiæ ſectionis,& eſt in ipſius ſuperficie,& ſimiliter linea n q,eſt in ſuperficie ſectionis. Si
ergo linea r e,quæ eſt linea reflexionis extrahať motiuū & directum,palam qđ ipſa ſe-
cabit lineam n q,per 29.primi huius,qm̄ ipſa protracta ſecat angulū q e n, ſecabit ergo
baſem q n in trigono n e q,ſic ergo n t,ſecet ipſum in puncto x. Item qa punctum e, qđ
eſt in ſupficie ſectiōis eſt extra ſupficiē trigoni a n d,qđ trigonū ſecabit ſupficiē ſectiōis
quia ſuperficies a n d,non eſt ſuperficies ſectionis,cum ſicut patet ex p̄miſſis, punctum
a,ſit extra ſuperficiem ſectionis,& linea a e,ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectio
onis,& punctus e,eſt in circūferentia ipſius ſectionis,eſt autē linea n c d,communis am
babus illis ſuperficiebus trigoni,ſ.a n d,& ſectionis,ergo per 19.primi huius,linea n c d
eſt communis ſectio illarum ſuperficierum,ſ.trigoni a n d, & ſectionis linea n q, con-
currit cum ipſa ſectione ultra punctū c,ut ſupra declaratum eſt,ergo linea n q, eſt ultra
ſuperficiem trigoni a n d,ſed linea a p g,eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d, punctus er-
go y,qui per 37.huius,eſt locus imaginis formæ puncti n,cum ipſe ſit communis ſectio
lineæ reflexionis,quæ eſt r e,& katheti incidentiæ formæ puncti t,quæ eſt linea n q, erit
ultra lineam a p g,uiſu itaq; exiſtente in puncto r,& forma alicuius rei uiſæ reflexa ad
centrum uiſus in puncto r, à linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt 3 e, ut nunc in præce-
dentibus oſtenſum eſt,quod forma puncti o,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto
r,à pūcto ſpeculi 3,& forma pūcti n,à pūcto ſpeculi e,tūc pūctus p, erit locus imaginis
formæ pūcti o,p 37.qnti huius,qm̄ ipſum pūctum p,eſt cōis ſectio lieæ reflexionis, 3 r,

katheti incidentiæ forma puncti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis formæ puncti n, forma uero puncti a, uidebitur in suo loco proprio, quia est in uertice pyramidis, & erit imago lineæ a o n, linea transiens per puncta a p y, sed hæc linea est cōuexa, quia punctū y, est ultra lineā a p g, sit ergo illa linea imaginis curua, quæ est linea a p y, iam aūt patuit qđ formæ omniū pūctorū lineæ a n, reflectant ad uisum existentem in puncto r, à linea longitudinis speculi, quæ est a e, lineæ ergo reflexionū per quas reflectuntur illæ formæ sunt omnes in superficie trianguli r a e, omnes ergo imagines punctorum lineæ a n, sunt in hac superficie, ergo linea a p y, quæ est conuexa, est in hac superficie, & punctus p, qui est locus imaginis formæ puncti o, & ppior centro uisus qui est punctus r, q̄ sit punctus y, qui est locus imaginis formæ puncti r, ppter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus, eritq́; conuexitas parua, & diameter huius imaginis, quæ diameter est linea a y, erit maior q̄ sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit aūt illius diuersitatis excessus ī modica quātitate, imagiēs ergo linearū quæ extrahuntur ex uerticibus pyramidaliū speculorū conuexorum oblique super axem speculi, comprehendūtur à uisu à talibus speculis secundum lineam longitudinis suæ reflexæ, & apparent conuexæ, & hoc est propositum.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum æquedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundū oxigonias sectiones, imagoq́; ipsius uidetur curua maximæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale conuexū, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonū a b c, sitq́; centrū uisus d, & linea recta uisa sit e f, æquedistans superficiei trigoni a b c, sitq́; centrū uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existente per ipsam secaret speculū æquedistanter suæ basi, dico q̄d forma lineæ e f, reflectitur ad uisum d, secundū oxigonias sectiones speculi superficiē secantis, nō enī potest reflecti secundum lineā longitudinis speculi, qm̄ tunc oportet ut concurret cū axe speculi uersus



uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, à superficie uero istorū speculorū secūdum circulum non fit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harum linearū reflexio cū sit ad uisum fiat secūdū oxigonias sectiones, & qm̄ katheti incidentiæ qui sunt perpendiculares super illas oxigonias sectiones, qui sunt perpēdiculares super lineas illas sectiones contingentes cū lineis reflexionum, concurrunt enī in eadē linea æquedistante lineæ uisæ, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium linearū sic dispositarū respectu superficierū istorū speculorū uident̄ curuæ, sicut de speculis columnaribus ostēdimus in 53. huius. Sunt aūt imagines harum linearū multum curuæ, ita ut ipsarū curuitas sit manifesta sensui, sitq́; centrum illarū imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harū linearum, fiantq́; diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, qđ accidit propter augmentum suæ curuitatis, patet ergo propositum.

LVII.

Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium cōuexorū non secundum concursum cum uertice axis neq́; æquedistanter latitudini speculi, sed inter hæc oblique incidentium imagines sunt curuæ diuersæ curuitatis secundum modum quo plus participant sitibus extremis.

Quod hic proponit̄ satis euidentē habet causam, lineæ enī rectæ applicatæ his speculis neq́; secundū lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neq́; æquedistanter latitudini speculi, ut in pmissa medio modo secundū quod plus approximant uni situi uel alteri

participant

participant modos curuitatis,unde illæ quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi,habent formas minus conuexas,quæ uero plus approximāt lineis æquedistantibus latitudini speculorum,habent formas magis manifeste conuexas, sed tortuose tñ,quia quæ appropinquant plus uertici speculorum habent formas strictiores & cōuexiores,quæ uero appropinquant plus basi speculi,habent formas ampliores,ueruntñ omnium illorum imaginum conuexitas erit manifesta,patet ergo propositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisæ in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic ꝓponitur patet per 40.sexti huius,qm̃ ibidem monstratum est in speculis sphæricis conuexis,quod quanto minus fuit illud speculū,tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius,& sic imagines erunt propinquiores centro,& ideo erunt minores,similiter quoq; sectiones cadētes in aliquo speculo pyramidali,illæ quæ sunt ꝓpinquiores uertici sunt minores & strictiores,& sic locus imaginis erit ꝓpinquior puncto in quo cū axe speculi concurrunt perpendiculares ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionū oxigoniarum sectionū,à quarum punctis fit reflexio ad uisum,erunt ergo illæ imagines minores,sectiones uero oxigoniæ q̃ sunt ꝓpinquiores basi habent contrariā dispositionem alijs superficiebus,qm̃ ipsæ sunt ampliores,ut patet per 116.primi huius,unde loca imaginū fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt ꝑdictæ perpendiculares ductæ sup superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum,fiunt ergo imagines maiores,& ꝓpter hoc accidit,quod imagines formarum uisarū in speculis pyramidalibus cōuexis fiunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum,quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi,erit strictius, & quod fuerit propinquius basi erit latius,omnino enim forma rei uisæ quæ comprehenditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38.quinti huius,reliquæ uero oēs fallaciæ quæ accidunt uisui ex speculis colūnaribus conuexis,accidūt etiā istis,unde non est iterū talibus immorandum,econuerso etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in speculis his pyramidalibus,accidunt etiā in ipsis columnaribus,excepta pyramidatione imaginum,qm̃ oxigoniæ sectiones columnariū speculorum,quæ sunt eiusdē decliuitatis super axem columnæ,omnes sunt æquales,& pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodē situ respicienti basem speculi,quod non est in sectionibus oxigonijs pyramidū,quæ,ut ostensum est per 116.primi huius,omes ad partem basis pyramidū dilatantꝰ,secundū quod circuli ipsas æquedistāter basibus secantes sunt maiores,qui circuli omnes in columnis sunt æquales,patet itaq; propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola,reiq; uisæ propinquioris imago uidetur maior.

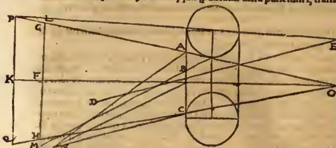
Propositæ passiones aliæq; q̃ plures cōmunes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphæricis cōuexis,unde istarum passionum sicut & aliarum communiū idem hinc inde demōstrandi est modus,uerū si in ꝓpositis his speculis fiat cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia,quæ non accidit in speculis sphæricis,cū in illis solum sint circuli,tunc in his quæ in hoc nostro libro ꝑmisimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum,patebitq; propositum ingenio diligenti.

LX.

Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisæ.

Sit speculū columnare conuexum,cuius linea longitudinis sit a b c,quod erigatur su per basem suam in loco aliquo domus cōuenienter amplæ,ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b,erecta super pauimentū domus,ducaturq; linea contingens speculum in puncto b,perpendiculariter super lineam a b,quæ sit d b e,quæ secundum puncta d & e tangat parietes domus,& illa pūcta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies

itaq; in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis sup̄ axem speculi, palam q̄m secat speculum secundū circulū per 100. primi huius, sup̄ punctū itaq; d, parietis domus signato puncto f, ut ꝓpinquius, cōuenienter possit fieri, ducat̄ à puncto f, linea æquedistans lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g f h, & eius medius punctus sit f, copuleturq; linea f b, quæ ꝓducatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries secundū lineā g f h, itaq; ergo ex alia parte sup̄ficiei muri maior fiat excissio rimæ parietis q̄uersus speculum, sicut consueuit fieri in fenestris domorum, fiatq; totalis illa excissio rimæ secundū extensionē lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto speculi, quod est b, ducat̄ linea erecta sup̄ superficiē speculi, quæ erit perpendicularis super lineam d b e, quæ educta extra speculū sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducant̄ lineæ ad speculū quæ sint g a & h c, quæ ꝓductæ cōcurrant in puncto o, superficiei circuli secantis speculū in puncto b, ducaturq; linea b o, facta quoq; tali resectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqualis lineæ b o, dico quod si in puncto n, ponat̄ centrum uisus, q̄ ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autē patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebit̄ extra speculū. s. intra speculū & inter lineam g f h. s. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens speculū in puncto b, ut patet per 49. huius, Si itaq; lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murū in puncta, & copulet̄ linea una quæ sit p k q, in q̄ tabula aliqua depicta ordinet̄ ultra murū, ita ut media linea formæ i illa tabula depictæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponat̄ quod per uisum existentē in puncto n, uel citra illud uideri nō possit forma depicta in tabula, uidebit̄ t̄n uisu sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculū pyramidale conuexū in centrū uisus per 41. & per 49. huius: à speculis uero sphæricis cōuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ꝓpositis speculis, patet ergo ꝓpositū. Secundū hunc itaq; modū studiosus percuntator inuigilet, q̄m hoc quod hic p̄misimus in præsenti theoremate exempli causa fecimus, ut ex huius libri septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artificii pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.


Otificatis aliqualiter passionibus speculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariū ut sphæricoꝝ columnariū & pyramidaliū, superest nunc ut de speculorum cōcauoꝝ proprietatibus aliqua conscribamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionū diuersitas & mirabilis diffusio naturaliū formaꝝ, uisuumq; aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius scientiæ libro propositione octaua declarauimus, sunt t̄n tria, scilicet

ſcilicet ſphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de ſphæricis concauis in præſenti libro tractabimus, utpote de illis quorum paſſiones ueluti ſimpliciores alijs in reliqua cōcaua ſpecula deſcendūt. Et quā principia communia his ſpeculis ſphæricis concauis & ſphæricis conuexis, in principio ſexti libri ſcientiæ huius præmiſimus, ideo ipſa, ut ex præmiſſis ſuppoſita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria ſunt his ſpeculis duximus explicanda.

Imaginem conuerſam dicimus, quæ totalem ſitum rei uiſæ uariat, ut ſi caput intuentis, quod eſt ſurſum, uideatur deorſum. & ſecundum hoc totus ſitus partium imaginis reſpectu ſitus partium rei uiſæ uarietur.

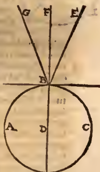
THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico concauo, communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei concauæ ſpeculi, erit circulus ſphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota ſphæræ concauæ ſuperficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, ſecundum hoc ergo illa communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi uariatur, cum autem ſuperficies baſis pyramidis ſit ſuperficies plana, & ſuperficies concauorum ſpeculorum ſit ſphærica, patet per 110. primi huius, quod ipſorum communis ſectio ſemper eſt circulus, hoc ergo quādoq; eſt circulus magnus, ut quando tranſit centrum ſpeculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non tranſit centrum ſpeculi, ſed cadit extra illud, patet ergo propoſitum.

II.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui neceſſe eſt circulum magnum uel arcum circuli magni ſuæ ſphæræ eſſe, ex quo patet, quod omnis ſuperficies reflexionis ſecat ſphæram ſpeculi concaui per æqualia.



Huius propoſiti theorematis non eſt alia demōſtratio, quàm quæ facta eſt ſupra in primo theoremate ſexti libri huius, ubi idem proponitur de ſphæricis ſpeculis conuexis, & quia ſphæræ concauitas ſic reſpicit centrum, ſicut & ipſius conuexitas & ſuperficies reflexionis, eſt ſuperficies plana erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, per 25. quinti huius, patet propoſitum, quoniam idem erit modus demonſtrandi hic qui ſupra. Eſto enim ſpeculum ſphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & ſit centrū uiſus g, reflectaturq; forma puncti e ad uiſum g, à puncto ſpeculi b, dico quod ſuperficiei reflexionis, quæ eſt e b g & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio eſt circulus a b c. Sit enim ſuperficies plana contingens ſphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto b contingentem p 12. undecimi huius, hæc ergo cadet neceſſario in ipſa ſuperficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctū b, neceſſario tranſibit centrum ſphæræ per 72. primi, quæ eſt d, producta quoq; ſit diameter ſphæræ, ergo & circuli magni illius ſphæræ, & quā hæc diameter cōmunis eſt ſuperficiei reflexiōis & ipſi ſphæræ, palā ergo propoſitū.

III.

In omni ſuperficie reflexionis, à ſpeculis ſphæricis concauis centrum uiſus, centrum ſpeculi, punctum reflexionis, punctum uiſum, terminumq; diametri uiſualis à centro uiſus per centrū ſphæræ ducti, ad ſphæræ ſuperficiem conſiſtere eſt neceſſe.

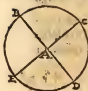
Cum ſuperficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palā quoniam continet punctum rei uiſæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uiſus ad quod reflectitur, & quoniam cōmunis ſectio ſuperficiei

reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui, est circulus magnus per æqualia di uidẽs sphæram per præmissam, palam, quia in qualibet superficie reflexionis est centrũ speculi, quia quælibet ipsarum transit centrum sphæræ ipsius speculi, cum quælibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per primam undecimi, producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphæræ, terminus illius diametri necessario erit in eadem superficie, cum alijs duobus suis punctis, prædicta ergo 5. puncta necessario sunt in omni superficie reflexionis, quæ fit à propositis speculis, & hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisæ in centro speculi sphærici concaui existẽte, à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum, ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendet, nisi se tantum, & quod punctus rei uisæ existens in centro speculi non reflectitur aliqualiter ad uisum. 1

1. Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit a, & signetur in ipso aliquis suorum magnorũ circulorum, qui b c d e, & centrum uisus sit in centro speculi, quod est punctũ a, dico quod à quocũq; pũcto fiet reflexio ad uisum, semper oportet ut reflectatur radius in seipsum: dato enim q; à puncto b, fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus, palam ergo per 72. primi huius, quoniã linea u a, quæ est linea reflexiõis est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21. quinti huius, si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidentiæ inæqualem esse angulo reflexionis, quod est cõtra 20. quinti huius, & impossibile, linea itaq; a b, reflectitur in seipsam ut ipsa est facta linea b a, & quoniam in hoc situ uisus, omnes lineæ incidẽtes superficiei speculi, sunt semidiametri ipsius, palam quoniam omnes anguli incidentiæ sunt inter se æquales, per 43. primi huius, quia sunt anguli semicirculorũ, reflectũtur ergo necessario in seipsos, uidebiturq; in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma, & apud superficiem speculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uisum, & ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se a quolibet puncto speculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionẽ à superficie speculi, quoniã ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neq; punctus rei uisæ existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solum in se ipsum, quoniam omnes lineæ incidentiæ sunt perpendiculares sup superficiem speculi, unde non reflectentur nisi in se ipsas, & hoc est propositum, & hæc quidem dicta sunt non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrũ uisus hominis uidentis constitutũ, fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius, cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam, tunc ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quæ à centro speculi intelligit protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam à uisu declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi, & ita non pertingat ad centrum uisus, patet ergo propositum.



V.

Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi, impossibile est ad uisum reflecti formã alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentẽ, reliqua uero semidiameter est possibile.

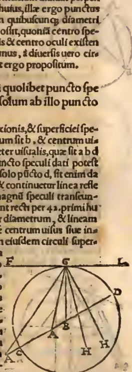
Hoc

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendet uisus formã alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentẽ, q̃m angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctũ, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductã, cũ illa perpendicularis tendatur ad centrũ speculi, secũdũ formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrũ uisus, ad complendam diametrũ speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea inciden tiæ ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo pũcto reflexionis ad centrum speculi productam, hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulũ à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, illæ ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunq; diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit, quoniã centro speculi ad quod terminatur ꝑpendicularis ducta à pũcto reflexionis & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, à diuersis uero circulus speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

.VI.

Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui à quolibet puncto speculi potest fieri formæ alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d e, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b à centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quæ sit a b d incidens superficiei speculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formæ puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo pũcto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnũ speculi transeuntem puncta g d e, palam ꝑ 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius, quoniam angulus b g a erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculũ, ubicunq; ponatur esse centrum uisus siue intra siue extra circulum g e d, constituatur quoq; per 23. primi, in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad pũctum g, angulus æqualis angulo f g a quæ sit h g l, erit ergo angulus h g b æqualis angulo b g a, & quoniam angulus cõtingentiæ est minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abscisso quocunq; angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutũ angulum continens cadet intra circulum g e d, quoniam solus angulus cõtingentiæ cadet extra circulum: posito itaq; quocunq; puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a, & eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra pũctum d, dato demonstrandum, sed & à puncto d sit reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis sup superficiem contingentem speculum in puncto d, quia linea a d reflectitur in seipsam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediente medio. Si uero nullũ tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud. & hoc est propositum.



.VII.

In speculis sphæricis concauis si supra periferiã uel extra ponatur cẽtrum uisus, oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur.

Sit

Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitq; centrum uiſus in puncto b ſuper ſpeculi periferiam,& ducantur lineæ b a & b g,non per centrum,& quoniam angulus maioris portionis,ut patet per 43. primi huius,eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ,ut patet per 20. quinti huius,palam quia non fiet reflexio ſecundam lineam a b,ſed fiet ad partē maioris anguli,& ſimiliter eſt de puncto g,quoniam non fiet reflexio ſecundam lineam b g,ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius,ſi enim forma puncti b à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctum g,eſſent æquales,quod eſt impoſſibile,& contra 43. primi huius,per diametrum tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli ,anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tunc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundū lineam b c,quæ nō percipitur,quia indiuiſibilis eſt,& omne quod uidetur diuiſibile eſt,quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius,alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris,& non perueniūt ad uiſum,niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus,& figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitibus permutatis,quod autem non reflectitur ,non uidetur,in his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi uel extra ponatur centrū uiſus,nō uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi propoſiti oculus ponatur,& eodem modo demonſtrandum,quoniam linearum inæqualitas naturā reflexionis nō immutat, patet ergo propoſitū.

VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici cōcaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illam, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſſibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z,& producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h,ducaturq; à centro z,per undecimā primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineā h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi,quæ ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e,dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e,in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri,detur enim ſi ſit poſſibile, ut punctus q,ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e,producta linea incidentiæ,quæ ſit q e, & à pūcto e contingens circulum per 16. tertij,quæ ſint p e o, & ducatur linea e z,ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtētem in puncto e,eſt palam per 20. quinti huius,quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p ,ſed angulus b e p eſt maior angulo recto ,quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus,ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13. primi,palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b,ſed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſſibile,ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſſibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoq; patet uiſu poſito in puncto t,citra diametrum a d,producta linea c k,uel poſito ip

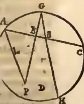
ſo in pun-

ſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſſibile eſt ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

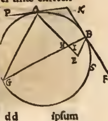
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoq; ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutū inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq́; reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentē in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius, angulus ꝓportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & ꝑ 20. quinti huius, quoniā angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d t, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cū angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam pūcti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterq́; demonſtrandū ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tūc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetq́; per modum quo præceſſimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq́; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitq́; concurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b maior eſt angulo p g h. Si itaq; angulus l a c ſit maior angulo p t b, concurſus fiet ut prius linearum a b & p g ad punctū p, per 14. primi huius. Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b, fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoq; ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi lineæ a l & p g æquediſtabunt. In nullo ergo puncto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrum uiſus à duobus pūctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum.



X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtente in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b s, ſitq́; pūctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circunferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitq́; u t g pūctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, q̄ ſint puncta a & b, fiatq́; reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ ſunt b e & a l, poſſibile eſt concurrere, ducantur itaq; lineæ contingentes ſpeculū in punctis a & b, contingatq́;



ipſum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoqꝫ ut lineæ a l & g b ſecent ſe in puncto h, quia itaqꝫ omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, p 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k æqualis eſt angulo p a g, & anguli cōtingentiæ omnes ſunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b s minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palā ergo quia angulus e b g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cum angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaqꝫ centrū uiſus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis ſpeculi fiet ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quia poſſibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.

XI.

Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum, quandoqꝫ eſt in puncto reflexionis, quandoque eſt ultra ſpeculum, quandoqꝫ inter uiſum & ſpeculum, quandoqꝫ in ſuperficie ipſius uiſus, quandoqꝫ retro uiſum.

Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ, tunc neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi in pūcto ſcilicet ſuæ reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt ſuperficiebus propoſitorum ſpeculorum, tunc diuerſificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus, & pūctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui, & ducatur ſuperficies plana per hæc duo pūcta quæ erit ſuperficies reflexionis, quoniam ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem contingentē ſpeculum ſecundum punctum illum ſuperficiei ſpeculi cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati, & erit communis ſectio illarum ſuperficierum circulus magnus per ſecundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uiſus ad centrum ſpeculi, quæ ſit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ ſit a e, & à puncto d ducatur ad

circulum

circulum linea æquedistans lineæ a e, quæ sit d h & producatur linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in pũcto l & b, taliter ut compleatur diameter l a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, est maior quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus e a d, est minor angulo a d e, est ergo p 32. primi, angulus a e d minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super punctum quoque e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t, palam itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam si caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, si linea producta circulum contingeret, aut obtusus, si secaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e patet per 16. tertij. & quia hoc est impossibile, ut patet ex præmissis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, secabitq; lineam d h, sitq; punctus sectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, sunt enim anguli e d t & t d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquedistat lineæ a b, concurrant ergo, sitq; punctus concursus z, deinde à pũcto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h, sibi æquedistãtem producatur, palam per secundam primi huius, quia concurret cum linea d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur linea d n, & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineã m y, quæ sit m n d, & quia anguls d n a, est acutus per quadragesimã secũdã primi huius, erit etiã angulus d n m acutus. Ideo eñ, qa angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunq; linea & termino diametri, palam quod est acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e i f, quæ sit a g, & ducatur linea d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a. & quoniam ut prius angulus d g a, est acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, concurret ergo linea g q, cum linea d h, sit concursus in puncto q, palam quoq; cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per secundam primi huius concurret cum linea d h illius æquedistante, sit concursus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimam quartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concursus, secetq; linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h, quod autem linea g q cadit inter puncta d et h, palam satis est ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat linea, g o ex circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in punctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, sed angulus q g d, est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo angulus h g p, est maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29. primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à pũcto a ducatur ad arcum f b, linea a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit linea k s maior quàm pars diametri, quæ est s d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctum d, hæc itaq; linea a k, sic ducta, ducatur linea d k, palam ergo per 42. primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaque per decimam octauam primi, angulus k d s, sit maior angulo d k s, ideo quia linea s k est maior quàm linea d s, erit ergo angulus k d s, maior angulo d k u, palam ergo per decimam quartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, sit ergo concursus in puncto u, palam itaq; per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a, kathetus quoque incidentiæ formæ puncti t, est linea t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistans lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo con

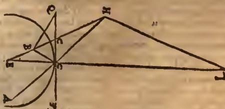
curret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in pūcto a, kathetus quoq; suæ incidentiæ qui est b z d ductus à puncto z, per centrū speculi con currit cum linea reflexionis quæ est a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum uisus quod est a, forma uero puncti m à puncto speculi quod est n reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locum imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q peruenit ad punctum speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o quod est ultra uisum, & forma puncti u, peruenit ad punctum speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrū speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto s, locus itaq; imaginis suæ est punctū s, quod est inter uisum & speculum, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi ut in ipso pūcto reflexionis, quædam uidentur ultra speculum, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrū uisus sit extra circulum speculi uel in circunferentia ipsius, idem accidit, et eodem modo est demonstrandū, quoniam semper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt omia ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.

Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculum ut in puncto s, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, cōprehenditur ueritas illius imaginis. Cū uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexionis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cum punctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cū sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra medium punctum sumptum apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum medium apparebit inter uisum & speculum, & cum totalis forma secundum partes ulteriores sui sphæræ speculi & citeriores uersus uisum semper uideatur una & cōtinua, necessario forma illius pūcti sensibilis ꝓximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in pūcto s reflexionis, aliæ q̄q; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctū uidebunt ab illo puncto declinare

modo

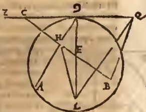


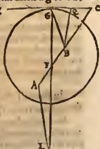
modo dicto, quædam ad uisum & intra speculũ, quædã ultra speculũ, uerũ in imaginibus quarũ locus est punctus a, qď est centrum uisus, ueritas ipsarũ non cõprehenditur, unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autẽ maiorem euidentiã, ut nõ solum demonstratio, sed etiã experientia doceat quod p̃misimus, erigatur super superficiẽ speculi sphærici cõcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigať uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior q̃ distantia centri uisus à diametro p stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cũ tñ stipes sit formæ lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nõ cõprehendiť ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculũ aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari p̃ lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

XIII.

In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectã à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à pũcto rei uisæ ad finẽ cõtingẽtiæ ductæ ad lineã à fine cõtingẽtiæ ad locũ imaginis ꝓductã.

Esto speculũ sphæricum concauũ, cuius centrũ sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulũ qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus cõcurrat cum linea z g, in puncto t, cõcurrẽt autẽ per 14. primi huius, cũ sint in eadẽ superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cum per 17. tertij, angulus e g z, sit rectus, & angulus uero g e b, sit acutus, sit ergo punctus t, finis cõtingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur quoq; extra circulũ linea reflexionis quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, sunt duæ lineæ rectæ, quarũ a g, secat lineã z g, in puncto g, & sit angulus a g t obtusus, qm̃ angulus e g t, est rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g, acutus per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nõ sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctũ g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctũ g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem ꝓportio katheti e b, ad lineã e h, interiacentẽ centrum speculũ, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est ꝓportio lineæ b t, interiacentis punctũ rei uisæ, & finem cõtingentiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cũ incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, producatur em̃ perpendicularis quæ e g, ultra speculũ, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ necessario per 2. primi huius, cõcurret cũ ꝓducta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, cõcurrat cum eadẽ, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans





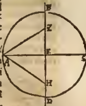
lineæ g h, quæ ut prius necessario concurret cũ linea z t, per 2. primi huius, cũ linea g b, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per 20. quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per 29. primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15. primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit lineæ l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cũ anguli e g z & e g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales. Remanet anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, p 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaq; lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineam h g, per 7. tertii, sunt enĩ antecedẽtia & cõsequẽtia æqlia inter se, ga uero angulo g h t, æqualis est angulo t b q, p 29. primi. Sunt enĩ illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b, & g t h, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est ꝓportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero p 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit p 4. sexti, ꝓportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam l h, ergo ut prius erit ꝓportio lineæ e b, ad lineã e h, sicut lineæ b t, ad lineã t h, quod est ꝓpositũ, eadem quoq; est demonstratio si locus imaginis fuerit inter a centrũ uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in puncto a, aut ultra illam. Si uero linea in puncto reflexionis speculũ contingens, quæ est z g, nõ cõcurrat cum katheto incidentiæ, qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto cõtingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, p 12. primi, eritq; per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaq; angulus b e g, est æqualis angulo h e g, quia uterq; est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e, p 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, qm̃ triangulus b g e, æquiangulus est triangulo h g e, ergo p 4. sexti, est ꝓportio lineæ b e, ad lineã e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, qđ est ꝓpositum ut prius, non enĩ tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quàm punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterq; demonstrandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc enĩ punctum b, quod est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, fit idem cũ puncto a, qui est centrũ uisus, nec oportet in illius demonstratione aliud adijci nisi quia p 3. sexti, est ꝓportio katheti b e, ad lineã e a, ductam à centro speculi ad locũ imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, qm̃ linea g e, diuidit angulum a g b, p æqualia, p 20. quinti huius. Erit ergo ut prius ꝓportio lineæ b t, ad lineã t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est ꝓpositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.

XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrũ e, signenturq; sub diametrũ b e d, duo puncta ex utraq; pte cẽtri e, quæ sint h & z æqualiter distantia à cẽtro e, erunt ergo lineæ h e & z e æquales, ducat̃ quoq; à centro p 11. primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrũ b d, & copulent̃ lineæ h a & z a, quia

quia itaque in trigonis h e a, & z e a, duo latera h e & z e, sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cōmunis est utriusque trigonorum anguli h e a, & z e a, sunt æquales quia recti, palā per 4. primi, qm̄ angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicē mutuo reflectunt̄ à puncto speculi quod est a, idē quoque patet ductis lineis h g & z g, qm̄ istorum punctorum mutua reflexio fiet à puncto g, si itaque fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigonū a h z, circa diametrū b d, linea trigoni, quæ est h z, manente fixa, tunc punctum a, motū perueniet in punctum g, & ex inde reuerteť ad locū suum primū, motuque suo describet in concauitate speculi circulū, à quo totali fiet formarum punctorum h & z, ad seinuicē mutua reflexio, qm̄ ad quēcunque punctum illius circuli ducanť lineæ à punctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctū anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrū uisus fuerit in puncto h, reflecteť ad ipsum forma puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tñ puncta h & z, inæqualiter, distent à centro e, nō fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

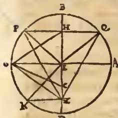
Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius centrū e, secentque se ī ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in qua una quæ k d, sint duo puncta h & z, inæqualiter distantia à centro e, sitque h propinquius centro e, & z remotius, sitque punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorum semicirculi a d g, nō potest fieri istorum punctorum adinuicē reflexio, sit enim si possibile est ut fiat à pūcto a, & ducatur linea a h, abscindatur que à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palā ergo per 4. primi, quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorum h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, per 20. quinti huius, sed neque ab aliquo alio pūcto arcus a d g. Sit eñ si possibile est ut fiat istorum punctorum reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaque per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulū h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e, ad lineam e z, sed linea e h est minor quam e z, ut patet ex hypothesi, ergo līea h k, est minor quam h z, est aūt līea h k maior quam k z, qm̄ est maior quam linea e k, per 19. primi, ut eñ patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a, recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior quam linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior quam linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorem, quod est impossibile, nōn ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctū z, uel econuerso ab aliquo punctorum arcus a k g, ab aliquibus uero punctis periferiæ semicirculi a b g, mutuam reflexionē istorum punctorum fieri est possibile, qm̄ est possibile esse aliquod punctum arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineā h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z, diuideť per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaque quod proponebatur, qm̄ ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus pūctis in una diametro speculi sphærici supficiei cōcaui existētibus sub inæquali distantia à cētro speculi, si excessus distantiarū ad minorē distantiam

diſtantiam proportionē habeat, quā pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & ſpeculum impoſſibile eſt à circulo illius diametri illorū pūctorū fieri mutuā reflexionē.

Sit ſpeculi ſphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter b d, ſintq; duo puncta 3 & h, conſtituta ſuper illam diametrum b d, quorū remotior à centro e, ſit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior quàm linea h e. Sitq; ipſarū exceſſus linea 3 t, dico quod ſi proportio lineæ 3 t, ad lineam r e, uel ad h e, fuerit ſicut lineæ 3 h, ad lineam h b, quod impoſſibile eſt reflexionē fieri ab aliquo punctorū circuli a b d g, patet enim per præmiſſam quod non poteſt fieri reflexio ab aliquo punctorū ſemicirculi a d g, ſed neq; ab aliquo punctorū ſemicirculi a b g, detur enim ſi ſit poſſibile à puncto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipſi æquediſtans ducatur à centro ſpeculi per 13. primi, quæ ſit linea m e n, & ducantur lineæ l 3, l e, & l h, ſecabit itaq; per 2. primi huius, linea l 3, lineā n m, ſit punctus ſectionis m, perducatur quoq; linea l h, ultra punctū h, quæ ſimiliter per 2. primi huius, ſecabit lineam m n ſit punctus ſectionis n, quia itaq; ex hypotheſi eſt proportio lineæ 3 t, ad lineā t e, ſicut lineæ 3 h, ad lineā b h, erit ergo per 18. quinti, cōiunctim proportio lineæ 3 e ad r e, uel per 7. quinti, ad lineā h e, ſicut lineæ 3 b, ad lineam b h, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim proportio lineæ 3 e, ad lineam 3 b, ſicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquediſtant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h, & n h e, ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ e n, ad lineā b l, ſicut lineæ e h, ad lineam b h, ſimiliter quoq; trigona b l 3, & e m 3, ſunt æquiāgula per 29. primi, quia lineæ b l & e a, æquediſtant, erit ergo proportio lineæ e m, ad lineam b l, ſicut lineæ 3 e, ad lineam 3 b, ſed eadē eſt proportio lineæ e h, ad lineā h b, quæ lineæ 3 e, ad lineam 3 b, eadem ergo proportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineā b l, quia ergo linearū n e & m e, ad lineā b l, eadē proportio linearū, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e, ſunt æquales, quia itaq; angulus n m l, diuidit per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, ſit enim reflexio punctorū h & 3, à puncto l, erit per 3. ſexti, proportio lineæ l n, ad lineā l m, ſicut lineæ n e, ad lineam e m, eſt ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, eſt communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m, & l e n, ſunt æquales, ſunt ergo recti per diffinitionē angulorū rectorū, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, continget circulū, & cadit extra circulum per 15. tertij, quod eſt impoſſibile, eſt enim ducta ſecans circulū per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, ſequitur autē magis impoſſibile ſi ſit proportio lineæ 3 r, ad lineam t e, ſicut lineæ 3 h, ad aliquā lineam minorem linea h b, patet ergo propoſitum, quoniam de quolibet dato puncto eſt penitus eodem modo decernendum.



XVII.

Centro uiſus & pūcto rei uiſæ exiſtentibus in una diametro ſpeculi ſphærici concaui & inæqualiter diſtantibus à centro, ſi exceſſus diſtantiarum ad minorem diſtantiam proportionē habeat quā pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorē parte diametri interiacente punctum centro propinquius & periferiā fiet reflexio, poſſibileq; eſt punctū reflexiōis inueniri.

Sit ſpeculi ſphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter ſit b d, in qua ſit centrum uiſus quod ſit 3, & punctus rei uiſæ quod ſit h, diſtetq; centrum uiſus 3, plus à centro ſpeculi quod eſt e, quàm punctus rei uiſæ qui eſt h, ſitq; proportio exceſſus diſtantiæ maioris quod eſt 3 e, ad minorē quæ eſt h e, ſicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ eſt 3 h, ad lineam maiorē parte diametri quæ eſt inter punctū h & periferiam, quæ eſt h b, dico quod in hoc ſitu fiet reflexio, & quod eſt impoſſibile, punctum reflexionis

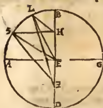
flexionis inueniri, ducatur em̃ diameter a g, orthogonaliter super diametrũ b d, & quia linea 3 e, est maior ꝙ linea h e, sit linea e t, æqualis lineæ h e, patet 3. primi, erit linea 3 t, excessus lineæ 3 e, super lineam h e, quæ ergo est ꝓportio lineæ 3 t, ad lineã h e, eadem sit per 3. primi huius, ꝓportio lineæ 3 h, ad aliam lineam quæ sit h k, eritq; ex hypothesi linea h k, maior ꝙ linea h b, cadet ergo punctum h, extra periferiã circuli, à puncto itaq; k, ducatur linea contingens circulũ a b g d, per 16. tertij, quæ sit k l, contingens circulũ in puncto l, & copulent̃ lineæ l 3 & l h, & l e, & à puncto e, per 31. primi, ducat̃ linea æquedistans lineæ k l, quæ sit n, secans lineam in puncto m, & linea l h, ꝓducatur: hæc ergo per 2. primi huius, concurret cũ linea m e n, quia cõcurrit cũ eius æquedistante, quæ est linea l k, sit punctus concursus n, quia itaq; est ꝓportio lineæ 3 h, ad lineã h k, sicut lineæ 3 t, ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam s. t e, per 7. quinti, erit per 18. quinti, coniunctim proportio lineæ 3 k, ad lineam h k, sicut lineæ 3 e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, proportio lineæ 3 k, ad lineam 3 e, sicut lineæ h k, ad lineã t e, uel ad eius æqualẽ lineã h e. Est autẽ proportio lineæ k h, ad lineã e h, sicut linea k l, ad lineã e n, per 4. sexti, qm̃ trigona h l k, & h n e, sunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, sunt æquedistãtes, ꝓportio uero lineæ k 3, ad lineam e 3, est sicut proportio lineæ k l, ad lineã e m, per 4. sexti, qm̃ trigona k l 3 & e l 3 sunt æqangula p 29. primi, qa linea e m æquedistat lineæ k l, lineæ itaq; n e & m e, ad lineam k l, eandem habent proportionẽ, qm̃ ex hypothesi est ꝓportio lineæ k 3, ad lineã 3 e, sicut lineæ k h, ad lineã h e, ergo per 9. quinti, lineæ e n & e m, sunt æquales, linea uero l e, est cõmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n & l e m, sunt æquales, quia sunt recti per 29. primi, angulus em̃ k l e, est rectus per 17. tertij, ergo per 4. primi, duo anguli 3 l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti h, reflectitur ad punctũ 3, uel econuerso, à puncto speculi quod est l, patet ergo propositũ. Ostensum est em̃, quia fit reflexio mutua datorum punctoꝝ in hoc situ, & inuentus est pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq; manifestũ est quod si linea e 3, fuerit maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k 3, ad lineam 3 e, sicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphæricis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor ꝙ linea e k, fiet mutua reflexio punctoꝝ h & 3, adinuicẽ à duobus punctis cõmunis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit em̃ in linea k h, punctus, qui sit b, & sup centrum e, describatur circulus ad quãtitatem unius semidiametri e b, qui sit a b g d. Sitq; in speculo sphærico concauo, & diuidat̃ linea e k, per æqualia in puncto f, per 10. primi, fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, hæc ergo secabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quæ sint puncta l & p, dico quod punctoꝝ h & 3, mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur em̃ lineæ k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e, rectus per 30. tertij, ergo per 15. tertij, linea k l, contingit circulũ a b g d, cũ sit perpendicularis super diametrum ipsius quæ est e l, ducta itaq; à puncto e, linea n e o y, æquedistanter lineæ k l demonstrabit̃ ut prius, qm̃ puncta h & 3, mutuo reflectent̃ adinuicem à puncto k & l. Similiter quoq; ductis lineis 3 p & h p, & linea q e s, æquedistante lineæ k p, nam eadẽ est demonstratio hinc inde. Semper em̃ anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p, sunt æquales, patet

ex præmissis quod si linea incidentiæ & reflexionis quæ est h l, sit perpendicularis super lineã e k, quã linea 3 l, necessario circulũ cõtingit, cuius diameter est linea e k, efficiturq; tũc angulus 3 l h, maximus illorũ angulorũ, secundũ quos in hoc situ potest fieri reflexio, ducatur enim à puncto f, qđ est centrũ circuli k l e p, linea f b, erit p 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b. Sed angulus f e l, est æqlis duobus angulis e 3 l, & e l 3, p 32. primi, cũ sit illis extrinsecus in trigono 3 e l, angulus quoq; f e l, est æqualis duobus angulis e 3 l, & e l 3. Sed angulus e l 3, est æqlis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e 3 l. Sit quoq; angulus h l 3, cõmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l 3, æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3, ex hypothesi est rectus, patet p 32. primi, qđ illi duo anguli qui sunt h l 3, & h 3 l sunt æquales uni recto. Angulus ergo f l 3, est rectus, linea ergo l 3, cõtingit circulum k l e m, p 15. tertij. Sequit ergo idem quod prius, et hoc est notandum, quod in hac dispositione centrũ uisus & ipsorũ uisibilium semp locus imaginis est in centro uisus, patet p 37. quinti huius, quã ut patet ibi, concurrit kathetus incidentiæ cũ linea reflexionis, patetq; ex pmissis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorũ circulorũ, patet ergo ppositum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphærici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab alio puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

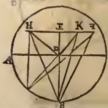
Sit dispositio quæ in figuris pximis, reflectaturq; forma puncti h, ad punctũ z, à pũcto speculi l, dico quod impossibile est ut formarum illorum pũctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiusdẽ quartæ circuli, quæ est b a, quã à puncto l. Sit



enim si possibile est ut fiat à puncto s, eiusdẽ quartæ, & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s, quia itaq; angulus z l h, diuisus est per æqualia per lineam e l, patet per 3. sexti, quia est proportio lineæ z l, ad lineã l h. Sicut lineæ z e, ad lineam e h, similiter quia angulus z s h, diuisus est per æqualia per lineam e s. Erit per 3. sexti, proportio lineæ z s, ad lineam l b, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo p 11. quinti, erit proportio lineæ z s, ad lineam s h, sicut lineæ z l, ad lineam l h, ergo p 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z s, ad lineam z l. Sicut lineæ s h, ad lineam l h, sed linea z s, est minor quã linea z l, per 7. tertij, ergo linea s h, est minor quã linea h l, quod est contra eandem 7. tertij, quoniam est linea s h, propinquior centro speculi quod est e, quã linea h l, & quoniam de quolibet puncto arcus a b, potest eadem fieri deductio, patet ergo quod non potest fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio quã à puncto l. Similiter quoq; demonstrandum est in quarta circuli, quæ est b g, si ab illius aliquo puncto fiat reflexio patet ergo propositum.

XIX.

Centro speculi sphærici concaui existente extra lineam connectentem centrum uisus, & punctum rei uisæ in diametris diuersis existentia, & æqualiter distantia à centro speculi, ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, fit reflexio ad uisum.



Sit speculi concaui circulus a b g, cuius centrũ sit d, diameter a g & semidiameter d b, orthogonaliter erigatur super diametrum a g, sitq; centrum uisus punctum z, & punctus rei uisæ sit h, & ducatur linea z h, secans pductã semidiametrũ d b, in puncto e, ita qđ centrũ speculi d, sit inter lineã z h, & superficiem speculi à qua fit reflexio, distentiq; puncta z & h, æqliter à puncto d, qđ est centrũ speculi, propter qđ erit linea b d e, ppẽdicularis sup lineã z h, dico qđ forma pũcti h, reflectitur ad uisum z, ab uno tantum puncto semicirculi a b g, quod est b, ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h, & quia per 3. tertij, linea d e b, diuidit lineam h z, per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h, & b e z, sunt

b e z,sunt æquales,quia recti,ergo per 4.primi,patet,quõ anguli z b e,& h b e,sunt æquales,fit ergo per 20.huius,reflexio formæ puncti h, à puncto speculi b, ad centrum uisus quod est z,dico itaque quod non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri hæc reflexio.Si enim detur quod fiat à puncto t,ducantur lineæ z t & t h,& à centro d,ducatur ad punctum reflexionis t, linea d t,quæ producta ad lineam z h,secet ipsam in puncto k, quia itaque per 20.quinti huius,linea k t,diuidit angulũ z t h,per æqualia, patet per 3.sexti,quõ est proportio lineæ z t,ad lineam t h. Sicut lineæ z k,ad lineam k h.sed linea z k,est minor quàm linea z e,ergo & quàm linea k h.Erit ergo linea z t,minor quàm linea t h,sed per 7.tertij, linea z t,est maior quàm linea z h,& linea h b,maior quàm linea h t,erit ergo linea z b,minor quàm linea h b,quod est contra præmissa & contra 4.primi. Non ergo reflectetur forma puncti h,ad centrum uisus existens in puncto z,à puncto speculi t. Similiter quoque demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g, patet ergo propositum.

XX.

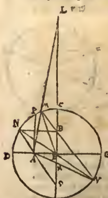
Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphærici speculi concaui,possibile est reflexionem fieri ab aliquo pũcto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta,nõ autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui sit d g t q, & sit a centrũ uisus intra speculũ sphæricũ concauum,& sit e centrũ speculi, & sit b punctus rei uisæ, & ducatur diameter d a g,per centrũ uisus a,& ducatur diameter t q,ut contingit,dico quod si fuerit b, punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a,ab aliquo pũcto semicirculi d t g,& ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi,qui est d q g,ducatur enim à pũcto b,rei uisæ ad aliquod pũctũ semicirculi g t d arcus quartæ t d,quod sit punctus m,linea incidẽtiæ quæ sit b m,& ducantur lineæ b a & m a,& ducatur diameter e m,quæ quia diuidit basem a b,trigoni a m b,diuidit ergo angulũ b m a,per 20.primi huius,producatur ergo semidiameter m e, ad partem circũferentiæ, quæ opponitur puncto m,in punctum,qui sit punctus h,arcus g q & ducantur lineæ b h & a h,secabit quoque linea a h, diametrũ t q. Sit ut secet ipsum in puncto t,& linea h b,secabit eandem diametrum t q,in puncto b.Sunt quoque puncta b & c, ex diuersis partibus centri e,linea ergo e h,diuidet angulum a h b, per 29.primi huius,quõ diuideret ei basem subtẽsam, quæ est b c,dico itaque quod forma puncti b,potest reflecti ad uisum a, uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d,in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illis conterminales, qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus,qui est a g, & quod non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t.Si enim hoc dicatur esse possibile,sumatur tunc aliquis punctus arcus g t,qui sit k,propinquius puncto t,& ducantur lineæ a k & k b, producatur linea k b,donec cadat super diametrũ d g, in punctũ o,cadet autem per 14.primi huius,ideo quia angulus b e e d est rectus,& angulus k b t,est acutus,& omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie,quõ ergo puncta o & a,sunt in eadẽ parte centri circuli,quod est e, patet quod perpendicularis ducta à puncto k,ad centrũ e, non diuidit angulũ o k a,& ita forma puncti b,nõ potest reflecti ad uisum a,à puncto speculi quod est k.Similiter sumpto alio puncto quod sit f,ita ut linea b f,sit æquedistans diametro d g, uel quod angulus f b t,fiat obtusus.Semper enim tunc patebit,quõ perpendicularis e f,non diuidit angulũ b f a,per 29.primi huius,quõ cadet extra a b,basem trigoni a b f,non ergo potest reflecti forma puncti b,ad uisum a,à puncto speculi f,ergo neque ab aliquo puncto arcus oppositi arcui

g t, qui est arcus d q, eodẽ quoq; modo demonstrandũ si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi aut extra speculũ, dum tñ punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum, & idem erit modus ꝓbandi. Similiter quoq; si punctus a, centrum uisus fuerit in superficie speculi, & punctus b, fuerit interius uel exterius, idem est ꝓbandi modus. Si etiam centrum uisus a, fuerit extra speculũ, & punctus b, rei uisæ fuerit intra speculum, patet idem qđ ꝓpositum est. Ducanť eñ à puncto a, cẽtro uisus lineæ contingente circulum g t d, per 16. tertij, quæ sint lineæ a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit a e g, & alia quæ sit t e q, & sit b punctus rei uisæ in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma puncti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t 3, quia impossibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus 3 d, qm̃ ille arcus cadit sub puncto contingentiæ, & etiã propter inæqualitatem angulorum, qm̃ per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e, per 42. primi huius, erit minor recto, cui fiunt inæquales omnes anguli constituti super lineam 3 a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g, qui est oppositus arcui t d, potest fieri reflexio formæ puncti b, ad uisum existentem in puncto, sed ab arcu t g, uel d q, nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrum quæ sit idem diameter t q, idem accidet quod prius, patet ergo propositum. XXI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro in qua est punctũ rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacẽte terminũ diemetri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarũ à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducať à puncto a, linea æquedistans semidiametro t e, q̃ sit a p, dico qđ loca imaginũ reflexarũ à punctis arcus t p, erunt extra speculũ, loca uero imaginũ arcus p d, erunt ultra centrũ uisus, qđ est a, loca uero imaginũ arcus q g, erunt inter centrũ uisus & speculi superficiẽ, dato eñ qđ forma pũcti b, existens in semidiametro t e, reflectať ad uisum existentẽ in semidiametro t e, ab aliq̃ puncto arcus p t, qui sit m & b, palã ꝑ 14. primi huius, qđ lineæ a m & b e, cõcurrent ultra puncta m & b, extra speculũ. Sit quoq; pũctus cõcursus l, q ꝑ 37. quinti huius, erit locus imaginis formæ pũcti b, qđ si à puncto n, arcus d p, fiat reflexio, patet ꝑ eandẽ 14. primi huius, qm̃ linea a n & b e, cõcurrent ultra pũcta a & e, sit cõcursus in puncto s, eritq; punctũ s, locus imaginis formæ puncti b, retro uisum. Si uero forma pũcti b, reflectať ad uisum a, ab aliq̃ puncto arcus q g, qm̃ in ꝑmissa ostẽsum est hoc esse possibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g qđ sit u, palã itaq; qm̃ linea b e, ꝓducta diuidit angulũ a e u, ergo ꝑ 29. primi huius, patet qđ ipsa secat basem a u, sit ut secet ipsam in puncto x, linea itaq; a u, q̃ est linea reflexionis, & kathetus incidẽtiæ formæ puncti b, q est b e, secat se i puncto x, est ergo ꝑ 37. quinti huius, punctũ x, locus imaginis formæ puncti b, & ipse est inter uisum & speculũ, secundũ hoc itaq; loca imaginũ diuersanť, ut etiam declaratũ est in 10. huius, nunq; aũt est possibile locũ imaginis esse in cẽtro uisus, nisi cũ pũctus rei uisæ & centrũ uisus i eadẽ sunt diametro. Tũc eñ facta reflexiõe, utcũq; fit possibile, semꝑ patet qđ liea reflexionis & kathetus incidẽtiæ cõcurrunt in centro uisus, qm̃ solus ille punctus ambabus illis lineis est communis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodem modo est demonstrandum propositum, siue punctum a, centrum uisus sit intra speculum, siue in superficie speculi, siue extra speculũ, dum tamen linea à puncto a, ducta æquedistanter diametro in qua est punctum rei



uisæ

uiſæ ſecet circulum ſpeculi & non contingat ipſum, forma uero reflexa à puncto p ſecundum lineam p a, ſi punctus cuius forma reflectitur fuerit in ſemidiametro t e, cui æquedi ſtat linea a p, poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie ut oſtendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſphærici concaui poteſt eſſe locus imaginum quantumcunqꝫ producatur.

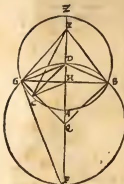
Sit a g diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui, qui ſit a p m g, cuius circuli centrũ ſit d, producaturq́ꝫ extra circulum, & ſignetur in ipſa punctum z, ſitq́ꝫ punctus e centrũ uiſus intra circulum in ſemidiametro m p, dico quod punctus z poteſt eſſe locus imaginis, ducatur enim linea e t z per t punctum circunferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d, acutus per 43. primi huius, fiat itaqꝫ angulus d c l ſuper terminum lineæ d c æqualis angulo e c d, per 23. primi, ſecetq́ꝫ linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaqꝫ per 20. quinti huius, quoniã forma puncti l, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à puncto ſpeculi quod eſt c, & eius imaginis locus eſt in puncto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ qui eſt d l z, cum linea reflexiõis quæ eſt c e, & aſſumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet oſtendi poſſe eſſe locus imaginis, ut ſi ille punctus ſit l, palam quia & ipſe erit locus imaginis alicuius formæ, ducat̃ enim linea e l, & producatur uſqꝫ ad punctum circunferentiæ quod ſit b, & ducatur linea d q, eritq́ꝫ angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis ſibi, qui ſit d b p, palam itaqꝫ per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma pũcti p ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, & locus imaginis formæ puncti p eſt punctus l, per 37. quinti huius, ſumpto quoqꝫ quolibet puncto alio eadem eſt probatio, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in eadem circuli magni diametro exiſtentibus punctorum reflexorum à ſpeculis ſphæricis concauis quilibet eſt locus imaginis centrum uiſus, poſſibile eſt ut ab uno tantum ſemicirculi puncto fiat reflexio ad uiſum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Eſto circulus ſpeculi ſphærici concaui g z b a, cuius centrum ſit d, & interſecent ſe in ipſo duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & ſit in diametro z a pũctus e, qui ſit centrum uiſus z h, qui ſit punctus rei uiſæ, ſit in eadem diametro z a, quoniam ubicunqꝫ fuerint centrum uiſus, & punctus rei uiſæ in una illius circuli diametro, ſemper poſſunt dictæ diametri taliter produci, ut ſe orthogonaliter interſecent, diametro z a per puncta e & h tranſeunte, aut ergo linea e d interiacens centra uiſus & ſpeculi eſt æqualis lineæ d h aut non. Si ſit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter diſtent à centro ſpeculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaqꝫ per 4. primi, quoniam triangulus h g d eſt æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipſorum anguli reſpicientes æqualia latera ſunt æquales, & quoniam angulus h g d eſt æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, poteſt ergo per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflecti ad uiſum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod eſt centrũ uiſus. Similiterq́ꝫ poteſt forma puncti h à puncto ſpeculi b reflecti ad uiſum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius. S itaqꝫ diametro z a ma-

nente immobili, ſemicirculus z g a, imaginetur moueri per ſphæram ſpeculi, aut etiam ſolus triangulus h g e moueatur fixa manente latere e h, palam quia pũctus g, motu ſuo deſcribit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti poteſt forma puncti h ad uiſum e, & locus imaginis erit ſemper punctus e quod eſt centrum uiſus, quod autem ab alio puncto ſpeculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non poſſit forma puncti h, reflecti ad uiſum e, manifeſtũ eſt. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu ſuo cauſat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius ſemicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod ſit c, & hoc erit extra illũ circulum imaginatum in ſuperficie ſpeculi, ducantur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g, per eandem 7. tertij, non ergo erit ꝓportio lineæ e c ad lineã h c, ſicut lineæ e d ad lineam b d, quæ ſunt æquales, ergo per 3. ſexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, nõ ergo reflectitur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, & eadem eſt deductio ſi ſumatur punctus c inter puncta g et z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uiſus quod eſt e, à puncto rei uiſæ, quod eſt h, exiſtentibus in eadem diametro, & æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſemper fit reflexio formæ pũcti uiſi ad uiſum modo propoſito, quod ſi puncta ducta in eadem diametro exiſtentia inæqualiter diſtent à centro ſpeculi puncto d, utpote ſi linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, per 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h ſit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. ſexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, ſicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem ſemidiametri d q cuius centrum ſit q, & quoniam ille circulus interſecat circulum g z b a in duobus locis, per 10. tertij, ſunt illa loca ſectionis pũcta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b, & quia linea q g eſt æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniã eadem eſt proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, eſt ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis eſt utriq; triangulorum qui ſunt e q g & h q g, ergo per 6. ſexti, illi duo trianguli ſunt æquianguli. Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. ſexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. ſexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur p 20. quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e locus imaginis ſuæ, & ſimiliter forma puncti h, à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctũ e locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e, & ſemper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non poſſit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet ut prius. Si eñ ſumatur punctus c inter puncta g & a, erit per 7. tertij. linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea b g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. ſexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia, non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c. Similiter quoq; ſi punctus c à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z idem ſequitur impoſſibile, patet ergo propoſitum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt, ſic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarũ intelligenda ſunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum, & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & pũctus medius totius illius formæ erit in puncto e quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari



ſpeculi

ſpeculi habente ſenſibilem latitudinem, cuius medium mathematicum eſt circulus prædictus, & ſunt pũcta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit eſſe maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g, prout oſtendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, exceſſus lineæ e d ſuper lineam d h, ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uiſum e, per 16. huius, eritq́ proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineã d h, alias enim non poterit reflecti forma puncti h, ad uiſum in punctum e, quia ſi detur quod poſſit reflecti, ſit ut reflectatur à puncto g, dico itaq; quod neceſſario ſequitur ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaq; à puncto g, linea contingens circulum a g z b, quæ ſit g f, hoc ergo neceſſario concurret cum linea e h, p 14. primi huius, cum angulus h d g ſit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, ſit cõcurſus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui eſt h d ad lineam d e, ductã à centro ſpeculi ad locum imaginis, ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius, erit econuerſo proportio lineæ e f ad f h, ſicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm ſit lineæ e f ad lineam f h per 4. primi huius, quoniã æquali linea quæ eſt f a addita utrobiq; minuitur proportio, igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e, neceſſarium eſt ut proportio lineæ e a ad lineam h a, ſit maior quàm lineæ e d ad lineam d h, hoc itaq; cum fuerit erit ex hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ ſicut prius demonſtratum, palam ergo ſunt omnia quæ propoſita ſunt, cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi non poſſibile ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantum puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Eſto c pũctus rei uiſæ, & h centrum uiſus, & ſit d centrum ſpeculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, ſuperficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, eſt ſuperficies h d c, ſecat ſuperficiem ſpeculi per ſecundam huius, ſuper circulum qui ſit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c nõ reflectitur ad uiſum h, niſi ab aliquo puncto huius circuli, non enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis, producatur itaq; linea h d ultra centrum d, donec ſecet circunferentiam circuli, & ſit punctus ſectiõis a, & producat̃ linea c d ultra punctũ d, ſecans circulũ in puncto q, incidatq́ linea h d circulo in pũcto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cũ ſolum ſit poſſibilis reflexio ab arcubus interiacẽtibus diametros, in quibus ſunt centrũ uiſus, & punctus rei uiſæ, quod forma puncti c ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, nõ reflectit̃ ab aliq̃ pũcto arcus q g uel arcus b a, reflectit̃ itaq; aut ab aliq̃ pũcto arcus g b, aut ab aliq̃ pũcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatq́ ipſum linea d e l, ſecans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint ſuper aliam lineam contingentem, ubicunq; conſiſtant, palam quod non eſt poſſibile reflecti formam puncti c ad uiſum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctũ huius arcus, linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet ſuper eundem arcũ exterius

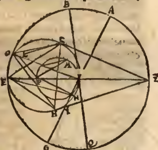
terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cōcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q, & punctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentiæ, qui est c d q, in puncto p, cū itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet quod angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est communis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h est diuisus per æqualia per lineā d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctū h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrū speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniā linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor q̃ linea h z, est autem per 3. sexti, cū angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandem 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per nonam primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, quàm lineæ h o ad lineam c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineā l c, quàm lineæ h m maioris, quàm sit linea h l ad lineam m c minorem, quàm sit linea l c. quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorē q̃ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, nō ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à pūcto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatem minoris, per 3. primi, & ordinetur demōstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, patet quod quæcunq; istarū linearum fuerit maior quàm alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secūdum modū præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione centri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantū pūcto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet pūctus p, in quo linea reflexionis quæ est h z secat kathetū incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

XXV.

Si angulū à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circūferentiæ & diametri medij ducātur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorū, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circunferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctū diametri interiacens illa pūcta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, p 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & æquianguli, quoniā enī angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti. & linea e d est ambobus illis trigonis cōmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterque fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi, anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z. patet autē per 20. huius, qđ nō reflectet̃ forma pūcti c ad punctū existentē in pūcto h, ab aliq̄ puncto arcus a b, uel ab aliq̄ pūcto arcus g q, nec ab aliq̄ pūcto arcus a q, nec à pūcto z, p 19. huius, & qm̄ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatque circulus secundū quantitatem diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d fiunt recti, quoniā ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaque punctus e, sit communis utriusque illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cōtingat circulus maior minorem tantū in puncto e, p 12. tertij, et non in alio, circulus itaque minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cōmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æq̄lis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quàm linea h e, & linea c o est minor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quàm linea c o, nō ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neque ab aliquo alio pūcto arcus e b. Similiterque est deducendū, si punctus o, à quo supponit̃ fieri reflexionē cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur contingit linea e m super partem diametri b q, quæ est c d, & secetur linea h d pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus e m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaque e m d, p 27. primi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æquedistans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per secundam primi huius, cū linea e d, cum qua concurrit sua æquædistans, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p, eritque per 30, tertij, ille circulus transiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaque arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 26. tertij, eruntque trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̄lis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p existente communi triangulo n e p, & trian-

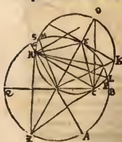


gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma puncti m, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à pūcto z, & non ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pūcto arcus b g quàm à pūcto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & sumpto pūcto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctū sibi simile lineæ d n, tantūdem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cōcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tūc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tunc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio, lineæ reflexiōis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circunferentiæ & diametri medīj ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphærici concaui, & superficiei reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum speculi sphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semidiametro b d punctus c supra punctum, in quē cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d, & in linea d g sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, & à puncto z, sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, est autem necessarium formam puncti c, reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis super lineam c d, per 11. primi, quæ sit c o, &



quia linea c o est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e, super semidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulū speculi non secans punctum e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipsorum est minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cum linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum angulus d c o sit rectus, quod etiam d h o est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, necessario transibit per pūctum o, & erit linea d o dia-

d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniam circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij, angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c m d est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, fit locus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, est ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, qm̃ idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à pũctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z constitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ob hoc inæquales angulos constituunt super circumferentiam circuli maioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

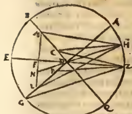
& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentum per æqualia, sitq; c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineam f l, erit itaq; angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, seceto; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m q sit i d a, sitq; pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam linea m c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est rectus, ergo per 32. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed, cũ triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s i ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, q̃m triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 32. primi, cũ enĩ anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit proportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, proportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y l, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem

dem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaqꝫ à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatᷓ quoqꝫ linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cum eius æquedistante quæ est h x, fietqꝫ concursus punctus u, eritqꝫ triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex p̃missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineã i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitqꝫ punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaqꝫ per 13. primi huius, qđ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportio lineæ h d ad lineam d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerum ut supra patuit, angulus s i u, est medietas anguli u i h, qm̃ angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per p̃missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, et angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t, uterqꝫ tñ illoꝝ angulorꝫ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, qm̃ ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̃missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempꝙ eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit eñ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & qm̃ à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non cõsistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorũ paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, secentq; circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphæræ speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatq; diameter e d z, angulū b d g per æqualia, dico quod quicunq; punctus sumat̃ in arcu a q, præter punctū z, ab illo possunt reflecti infinita paria pūctorum inæqualiter à centro distantiū. Sumatur eñ in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, punctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitq; diameter e z, lineam m l, per 29. primi huius, q secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritq; per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq; h d, quousq; cadat super lineam m l, p 29. primi huius, sitq; punctus sectionis n, eritq; linea l n, minor q̃ linea n m, ideoq; linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d z, qui per 15. primi, est æqualis angulo n d f, minor est angulo a d z, est æqualis angulo f d l, uerum cū angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d z, p 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, ẽ maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur p 24. primi, linea l h, est maior q̃ linea h m, cū linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, cōmunis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, qm̃ si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, p 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequet̃ impossibile ut prius, pducta alia linea secāte ad lineā l n, p 29. primi hui9, est igit̃ angulus d h l, minor angulo d h m, secet̃ igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, p 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor q̃ linea l d, qm̃ est minor q̃ linea d m, similiter si sumant̃ in semidiametris b g & g d, alia pūncta q̃ l & m, æqualiter distantia à punctis l & t. Similiter pbabit̃ q̃ à puncto h, fit reflexio pūctorũ inæqualiter distantiū à centro adinuicẽ, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semp similis erit proportio, & à quocūq; puncto arcus a q, præter quod à puncto z, eadẽ est demonstratio, à puncto uero z, non est possibilis reflexio propter angulorũ t z d & d z l, inæqualitatem, quæ patet p 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p z, patet ergo propositum.



XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterq; distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarū eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

Remaneat omnimoda dispositio theorematis p̃cedentis, & sit ut punctus rei uisæ, qui est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectat̃ ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, q̃ punctus rei uisæ qđ est t, sintq; puncta t & l, ambo intra speculū, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, q̃ à puncto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctū k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousq; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ p 29. primi huius, ut in p̃missa ostendimus, quia itaq; ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm̃ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, er-

go per 3. ſexti patet, qm̄ eſt proportio lineæ l h ad lineam t h, ſicut lineæ l n ad lineam n t, & ſimiliter cū angulus t k p, ſit æqualis angulo l k p, ex hypotheſi, erit per eandem 3. ſexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, ſicut lineæ l p ad p t, ſed linea l h, eſt maior ꝙ linea l k, per 7. tertij, & linea t h, eſt minor ꝙ linea t k, igiẗ per 9. primi huius, maior eſt ꝓportio lineæ l h ad lineam t h, ꝙ lineæ l k ad lineam t k, maior ergo erit ꝓportio lineæ l n ad lineam n t, ꝙ lineæ l p ad lineam p t, qđ eſt impoſſibile, & contra eandē 9. primi huius, quocūqꝫ uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impoſſibile, palam ergo qm̄ ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h, eſt impoſſibile formam puncti t ad l centrū uiſus reflecti, ergo nec aliquē punctoꝝ æqualiter diſtantiū à puncto t, & à puncto l, poſſibile eſt ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h q, reflecti, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaqꝫ duobus theorematibus patet uniuerſalis paſſio, quæ accidit uiſibilibus, & uiſui ſic diſpoſito reſpectu centri ſpeculi ab omnibus punctis arcus a q, qm̄ à nullo puncto aliorū arcuū eſt poſſibilis reflexio punctoꝝ taliter diſpoſitoꝝ, ut etiā hoc patet ꝑ 27. huius.

XXX.

Centro uiſus intra circulū qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexiōis & ſpeculi ſphærici concaui in eius diametro exiſtente, à quolibet puncto illius ſemicirculi reflectuntur ad uiſum formæ punctorum æqualis uel inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi cum ipſo centro uiſus.

Sit a centrum uiſus, centrum uero ſpeculi ſphærici concaui ſit b, & ſit a intra ſpeculum, ducaturqꝫ una diametros quæ ſit d a b g, & imagineẗ ſuperficies plana, in qua ſunt puncta a & b, quocūqꝫ modo extenſa, hæc ergo per 69. primi huius, ſecabit ſphærā ſpeculi ſecundum circulū qui ſit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius iſtoꝝ ſemicirculorum reflectunẗ ad uiſum a, formæ punctoꝝ inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cū ipſo puncto a. Sumatur eñ in alicuius ſemicirculoꝝ illoꝝ periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palam itaqꝫ quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum ſemicirculi, ſuꝑ punctum itaqꝫ e, tm̄ lineæ b e, fiat ꝑ 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, qui ſit p e b, & producatur linea p e quantū placet, palam itaqꝫ per 20. quinti huius, qm̄ quodlibet punctum illius lineæ reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi quod eſt e, ducta qꝫ à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineā p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, ſecundū quā diſtat centrum uiſus à centro ſpeculi, aut maior aut minor, ſi fuerit æqualis, tunc cū omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, ꝑter illam perpendicularē, ſint maiores illa perpendiculari per 18. primi, qm̄ opponunẗ angulo recto in illo triangulo, palā qđ oēs lineæ erūt maiores ꝙ linea b a, & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, ſuper lineam p e, inæqualiter diſtabit à centro b cum puncto a, centro uiſus, ſi uero perpendicularis fuerit maior ꝙ linea b a, tunc patet ſecundū præmiſſa qđ omnia puncta lineæ p e, plus diſtabunt à centro b, ꝙ punctus a. Si autē illa perpendicularis fuerit minor ꝙ linea b a, tunc poſſibile eſt duci à puncto b, duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet ſubtenſis illis angulis rectis, ex utraqꝫ parte lineis æqualibus lineæ a b, per 16. primi huius, & oēs lineæ aliæ ductæ à cētro b, ad lineā p e, aut ſunt minores aut maiores, ꝙ linea b a, palā itaqꝫ ꝑ 28. huius, qm̄ à puncto e, reflectuntur omnia puncta lineæ p e ad a centrum uiſus, quoꝝ diſtantia à centro ſpeculi inæqualis eſt diſtantiæ centri uiſus, quod eſt a, ab eodem centro ſpeculi. Sed ut patet ex ꝑmiſſis, inter hæc ſunt puncta æqualiter diſtantia à centro ſpeculi cū puncto a, ſumpto quoqꝫ quocūqꝫ puncto in toto ſemicirculo illo, in quo ſumptum eſt punctum e, ſemper eſt eodem modo demonſtrandum, eodem quoqꝫ modo poteſt in alio ſemicirculo circuli d l g, demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Centro uiſus extra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis

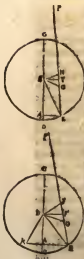
nis & speculi sphærici concaui existente, si à uisu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminū ultimū diametri & punctum contingentiæ præter q̃ ab illis punctis potest fieri reflexio ad uisum punctorum inæqualiter distantium à centro circuli cum centro uisus.

Huius demonstratio euidens est per p̄missa, sit em̄ centrū uisus h, extra circulū d l g, cuius centrū est b, ducatur diameter h d b g, patet'q; per 6. huius, quod à puncto g, nō fit aliqua reflexio ad uisum, ducantur'q; à puncto h, quod est centrū uisus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ sint, h t & h q, palam'q; est per ea quæ dicta sunt in 24. huius, quoniā ab arcu q d t, nulla fit reflexio ad uisum existentē in puncto h, sed nec ab aliquo punctorum contingentiæ quæ sunt q & t, potest fieri reflexio ad uisum existentē in puncto b, qm̄ angulus contingentiæ est indiuisibilis, & lineæ q h & t h, sint circuli contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus sub termino cordæ & diametri est acutus, angulus uero b q h est rectus, nō ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uisum in punctum h, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propositum, seruata hypothesi præmissa.



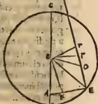
XXXII.

Centro uisus intra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existente, facta'q; reflexione ab aliquo pūcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter distantium à centro speculi cum centro uisus diameter circuli in qua est punctus reflexus, cū diametro in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Stante priori dispositione 30. huius, ducatur à centro speculi quod est b linea b f, perpendicularis super lineam e p, aut ergo linea b a est perpendicularis super lineam e a, aut non, sit primo ꝑpendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 32. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli sunt recti ex hypothesi, ducatur itaq; linea o, super lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cū angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui est angulus constans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, sit æqualis triangulo e b a, qa cum angulus b f e sit æqualis angulo b a e, qm̄ uterq; rectus, & angulus b e f, est æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e b a, æqualis angulo e b f, est em̄ b e latus utriq; illorū trigonorum cōmune, erit'q; p 4. sexti, latus f b, æquale lateri b a, qm̄ ipsa respiciunt angulos æquales, sed latus o b, per 18. primi, est maius latere b f, ergo & ipsum est maius latere b a, ducta uero linea b n, super aliquod punctū lineæ f p, erunt per p̄missa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, sed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor est angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior q̃ linea b f, erit ipsa maior q̃ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto a, à puncto speculi quod est e, & inæqualiter distat à centro speculi quod est b, cū centro uisus quod est a, & diameter b n, in qua est punctus rei uisæ quod est n, cum diametro a b g, in qua

qua est centrum uisus quod est a, facit angulum a b g, minorem angulo t e a, qui est angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, diameter uero o b, cum diametro a b g, continet angulū o b g, maiorem angulo o e a, patet ergo propositum. Si uero linea b g, nō fuit perpendicularis super lineā t e a, tunc p 12. primi, à puncto b super ꝓductā lineam e a, ducat̃ perpendicularis quæ sit b k, quæ quidē siue cadat ultra lineam a b, uel citra, uersus punctū e, semp eadē ꝓbatio. Sit eñ linea b f, perpendicularis super lineā e p, & sit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducat̃ linea t b, palam itaq; quoniam in trigono f e b, angulus e k b, est rectꝰ æqualis angulo f e b, trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est æqualis angulo f e b, linea uero e b, est latus cōmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e sunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, sed linea a k, æqualis est lineæ f t, ex hypothesi, ergo p 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cōmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, sed duo anguli k b f & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia

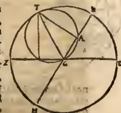


in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, si igit̃ à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur linea ultra punctum t, faciet angulū cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui est æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior q̃ linea a b, quia erit per 18. primi, maior q̃ linea b t, quæ est æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum speculi quod est b, faciet angulū cū diametro b g, maiorē angulo t b g, ergo & maiorē angulo t e b, & erit quælibet illarū linearū minor q̃ linea b t, ergo erit minor q̃ linea b a, patet ergo ꝓpositū.

XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existentibus & inæqualiter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei uisæ cum diametro in qua est centrum uisus angulum extrinsecū angulo reflexionis æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uisus, & centrum speculi sphærici concaui sit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d, sitq; a punctus rei uisæ, & esto ut aliqua superficies plana secet sphæram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, existentis in diametro h g e, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & si inæqualis est distantia punctorum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte pūcti d, faciet angulum a g d, quē impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, si uero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit punctus reflexionis t, sitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b, trigoni a b g per 5. quarti, trāsibit ergo ille circulus necessario per punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferētiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,



 sed

ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palam eſt per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam omnes duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a g b, cum angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b, ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoq; accidit idem impoſſibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctū t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcui g a, per 25 tertij, ergo p 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, ꝓpoſita aūt eſt eſſe inæqualis, hoc ergo eſt impoſſibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrū uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrū uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus, & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ fiet reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit 3 d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius ſectio communis circulus qui ſit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior ꝙ linea a g, dico quod ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, non erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus fit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e 3, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b, qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tñ quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3, per æqualia per 9. primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor ꝙ linea g a, eſt ergo linea b f, maior ꝙ linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus nō tranſibit per punctum g, ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualē eſſe duobus rectis, quoniā illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto

ſcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoque dico quod non tranſibit ille circulus minor punctũ reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaque anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſſibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritque palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, quod eſt ĩpoſſibile, non ergo tranſibit ille circulus per punctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q, ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius.

Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit cordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo cordis b o & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k, perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſſis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b, & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus & angulus g f b, obtuſus per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta concurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoque ſi concurret cum linea g f, in puncto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdẽ altitudinis, & eorum baſes quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f, in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per 3. ſexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoque accidit impoſſibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior quàm linea k a, quod totum eſt impoſſibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in puncto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoque linea k o, quæ ut patet ex præmiſſis diuidit cordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpẽdicularis ſuper lineã b a, punctumque o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copulentur ut prius cordæ b o & a o, patetque per 4. primi, quoniam cordæ b o & a o, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit in-

ter puncta k & o, ut supra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de necessitate prius concurret cum linea g a, sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uisum in punctum b, à puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, nō minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadēti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrum uisus, & in altera punctus rei uisæ, patet ergo propositum, quoniā semper similis erit improbatio sumpto quocunq; alio puncto arcus e n, sed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formæ puncti a, rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterq; minor angulo a g d, remanente cū dispositione figuræ prioris quæ est anguli a t b, sit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uisum b. Sit itaq; quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus cōstans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctū t, minor est eodem angulo a g d, ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmissum est linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, est eñ per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præostensum est, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaq; punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cū itaq; duæ lineæ g t & g p sint æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cū angulus quem efficit illa ꝑpendicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitq; angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars diametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circulum minorem transiēs per eius centrum per primam tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus q fit super punctū t, tantū lineæ g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, secabit illum circulum sicuti priorem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaq; a b p, secabit circulum a b t, in duobus punctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum uersus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij & impossibile. Restat igitur ut forma puncti rei uisæ qui est a, non reflectatur ad uisum existentem in puncto b, à duobus punctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad uisum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros q est e 3, ita ut uterq; angulorum cōstātiū ex angulis incidētiæ & reflexiōis sit minor angulo a g d, qđ est ꝓpositū.

In

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & in æqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta cõſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſſibile eſt inuẽniri.

Sit circulus, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ d, & ſumantur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & bh, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſſibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto e, ſuper diametrũ b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g æqualis lineæ m d, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens p̃ tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctũ e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq́ quadrangulũ d m e n, intra circulũ, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadrunguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſſibile, dum duo anguli e m d & e n d. ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quoq́ fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt iterum minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in puncto p, cum itaq́ ut patet ex præmiſſis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, cõmmunis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d æqualis eſt triangulo p n d, erit quoq́ angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq́ rectus, angulus itaq́ p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circũferentiam minoris circuli ſit linea f k, hæc itaq́ ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itaq́ quoniam aliquis pũctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctũ n quàm punctum k, ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſq́ ad circunferentiam circuli minoris cadatq́ in punctum o, arcus itaq́ n o, aut eſt minor arcu c l, aut nõ. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminũ illius arcus linea à pũcto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcu l c, ſit ergo arcus n o minor quàm ſit arcus c l, ergo per ultimã ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatq́ punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n qui ſit angulus q c m, cũ itaq́ angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſſis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q. qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, ſit itaq́ concurſus in puncto q, cũ igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n q ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſſis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z. eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cũ angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineã m q. & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, punctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itaq́ c f r eſt rectus, cum linea f k ſit perpendicularis ſuper lineã c d,

ergo per 32. primi, angulus f c r est acutus, quia uero linea d m, ut patet ex praemissis est aequalis lineae d n, erit per 27. tertij, arcus d m aequalis arcui d n, ergo per 26. tertij, angulus m c d est aequalis angulo d c n, sed angulus q c m est aequalis angulo o c n, ex praemissis, fit ergo angulus q c f aequalis angulo f c r, quia ex aequalibus angulis constat, angulus ergo q c f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam c d, angulus quoque c f k est rectus, ergo per 14. primi huius, linea k f producta concurret cum linea c q, sit punctum concursus s, & linea producta à puncto c usque ad punctum s, quod est punctum concursus, cuius pars est linea c q est aequalis lineae c r, quoniam enim illorum trigonorum anguli ad punctum f, sunt recti ad punctum c, ex praemissis sunt aequales per 32. primi, quoniam illi trigoni c f s & c f r sunt aequianguli, & linea c f communis, reliqua ergo latera quae sunt c d & c r, sunt aequalia per 4. sexti, sed linea c s est maior quàm linea c q, & linea c z est maior quàm linea c r, linea ergo c q est minor quàm linea c z, est ergo per 8. quinti, minor proportio lineae n c ad lineam o q, quàm lineae n c ad lineam c z, igitur maior est proportio lineae i n ad m q, quàm lineae i n ad lineam n z, quare per 10. quinti, linea m q est minor quàm linea n z, secetur ergo ex linea n z linea aequalis, lineae m q quae sit n x, & ducatur linea d x, & quoniam per 22. tertij, angulus l n d cum angulo l m d, ualet duos rectos, & angulus l n d aequalis angulo q m d, ergo per 4. primi, triangulus x n d est aequalis triangulo d m q, & linea d x aequalis lineae d q, & angulus x d n est aequalis angulo q d m, & angulus d x n aequalis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto, cum sit maior angulo d n x, per 16. primi, & angulus d n x est maior recto per 30. tertij, quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l, & etiam patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus l m d est acutus, patet quod angulus d n l est obtusus, ergo per 19. primi, linea d z est maior quàm linea d x, ergo linea z d est maior quàm linea q d, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctum z, à duobus punctis speculi quae sunt c & l; & puncta q & z, sunt inaequalis distantiae à centro & in diuersis diametris, quod patet ideo quod angulus x d n est aequalis angulo q d m, addito ergo communi angulo q d x, sed angulus n d m est minor duobus rectis, ergo & angulo q d x, ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z, non sunt in eadem diametro, sed in diuersis, & hoc est propositum.

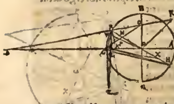
XXXVI.

A speculis sphaericis concauis duobus punctis inaequaliter distantibus à centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

Sit circulus speculi sphaerici concaui a g h, cuius centrum sit d, & sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g, sitque punctum k, remotius à centro speculi quod est d quàm punctus o, & sint lineae g d a & b d m, duae diametri, in quibus sunt puncta illa k & o, sitque punctum k, in semidiametro g d, & punctus o, in semidiametro b d, reflectanturque formae istorum punctorum ad inuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur per praecedentem, & sit angulus o d k maior angulo o d a, & sit c unus punctus arcus b g, à quo fit reflexio, palam ergo ex 34. huius, quod uterque duorum angulorum constantium ex angulis incidentiae & reflexionis, non erit minor angulo o d a, neque est aliquis illorum angulorum aequalis angulo o d a, ut patet per ea quae declarata sunt in 33. huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineae o c, d c, k c, & ex angulo o c k, secet per 27. primi huius, angulus aequalis angulo o d a, qui sit

qui sit c o f, ducta linea c f super diametrũ g d, & diuidatur angulus f c k, per æqualia, per 9. primi, ducta linea c e super lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquedistans lineæ c f, per 31. primi, quæ sit k z, & quoniam linea c f æquedistans lineæ k z, concurrit cũ linea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cũ linea c e, producta per secundam primi huius, sit ergo linea k z cõcurrens cũ linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o in puncto p, cũ ergo sit linea k d maior q̃ linea o d, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineæ k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior q̃ linea p o. Item sit ut linea d c secet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p ũ cadet inter duo puncta k & n, non aũt inter duo pũcta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, sed angulus p d o est æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior est angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior est angulo o p d, est ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, est acutus, sed angulus k n d est acutus, quod patet si fiat circulus trãsiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctũ d, quod est centrũ circuli maioris, quoniam cũ angulus o d k sit maior angulo o d a ex hypothesi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille transiret punctũ d, uel supra punctũ d, quoniam eadem est demonstratio, linea uero n d diuidet k c o, arcũ illius circuli per æqualia, per 25. tertij, quoniam diuidit angulũ o c k per æqualia ex hypothesi, fiet aũt illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuisionis arcus o k, ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k, quæ est corda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis super lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cũ linea k p sit maior quàm linea p o & angulus super punctum n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus super punctũ p ex parte o erit acutus, hoc enim ostẽsum est superius. Si ergo detur quod punctus p cadat inter duo puncta n & o, impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tũc secaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unius angulus esset rectus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est angulũ k n d esse acutum, ergo per 13. primi, angulus o n d est obtusus, punctũ ergo p non cadet inter pũcta n & o, quoniã cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex præmissis angulo d p k est obtusus, sequeret ergo in trigono d n p, duos esse angulos obtusos, quod cũ sit impossibile per 32. primi, palam quia punctus p, non cadet inter puncta n & o, non cadit etiã in pũctum n, ut est euidens, cadet ergo inter pũcta k & n, quia ergo ut patet ex præmissis angulus k c d est medietas anguli k c o, sed & angulus k c e est medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior est angulo f c o, in angulo k c f, restat ergo ut angulus e c d sit medietas anguli f c o, sed angulus f c o est æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d est medietas anguli o d a, cũ angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p ualent duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni e c d sunt æq̃les duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c hinc inde illis angulis cõmuni, & ablato angulo e c d, q est medietas anguli o d a, restat ut angul9 c e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus, est aũt angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cũ sicut patet ex præmissis pũctum n, lineæ d n cadat inter pũcta p & o, est ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a maior angulo c o d, cũ medietate anguli o d a, patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus c e d est acutus, quare per 15. primi, ei contra positus, qui est angulus k e z, est acutus, igitur si per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis super lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmissis linea k e, non est perpendicularis super lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicularis ca

ris cadat ultra punctum e, super lineam ç e, tunc cum angulus ç e k, per 13. sit obtusus, accidit triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum, quod est impossibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ sit linea k q, hoc autem seruato nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c se habet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est enim linea c o, aut æquedistans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primū æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d a æqualis angulo ç o d, est ergo angulus ç o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmissis, anguli o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedistabunt, aut concurrent. Si æquedistent, cū illi cadent inter lineas k d & c o æquedistantes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, concurrētes facient triangulū, cuius duo latera erunt æqualia, per 6. primi, quoniā duo æquianguli qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedistāter basi d o, erit ergo per secundam sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterū ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub linea k d, quasi concurrant sub linea c o, erit eadem ꝓbatio, quia fiet triangulus cuius unum latus est linea c o, & alia duo latera æqualia per sextā primi, ut prius, quia linea c o est æquedistās lineæ d f, erit per secundam sexti, proportio unius illorum duorū laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eritq; ut prius ꝑ 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f est æqualis angulo d ç o, per 29. primi, ideo qđ linea ç o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo angulus c d f est æqualis angulo d ç k, cum anguli d c o & d ç k sint æquales ex hypothesi, & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo qđ antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea ç o non æquedistat, sed concurrit cū linea k d, aut hoc est ad partem puncti g, diametri a g, si fiat concursus ex parte a, sit hoc in puncto l, manifestum ergo per 13. primi huius, quoniā proportio lineæ c k ad lineam c f, cōponitur ex proportione lineæ c k ad lineā c l, & ex proportione lineæ c l ad lineam c f, sed proportio lineæ k c ad lineā c l, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d l, per 3. sexti, linea enī d c diuidit angulū k ç o per æqualia ex hypothesi, quia uero angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l c f, & angulus ad punctū l, cōmunis est ambobus trigonis c l f & o d l, patet per 32. primi, quod tertius angulus est tertio æqualis, erit ergo ꝑ 4. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, ꝓportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus posita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat cum linea k d ex parte g, sit cōcursus in puncto s, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c quæ sit d r cōcurrens cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesi æqualis est d c o, ergo anguli d c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam triangulus s ç k æquiangulus est triangulo s r d, per 29. primi, & propter angulū a s d cōmunē erit per 4. sexti, proportio lineæ d r ad lineam s r, sicut lineæ k c ad lineam ç s, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r s, sicut lineæ k c ad lineam c s, sed proportio lineæ r c ad lineam r s, est sicut proportio lineæ d k ad lineam d s, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c s, sicut lineæ k d ad d s, sed quoniam angulus f ç o æqualis est angulo o d a, erit angulus o d s æqualis angulo f c s, per 13. primi, & angulus ad punctum s est cōmunis, erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f c s, ꝑ 32. primi,



ergo

ergo ꝑ 4.sexti,est ꝓportio lineæ c s ad c f,sicut lineæ d s ad d o,est aũt ꝓportio lineæ k c ad lineã c s, sicut lineæ k d ad lineam d s,& est ꝓportio lineæ c s ad lineam c f,sicut lineæ d s ad lineam d o,ergo per 22.quinti,erit proportio lineæ k c ad lineam c f,sicut lineæ k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquedistat lineæ c f,ut patet ex præmissis,erit ꝑ 29.primi,angulus k z e æqualis angulo e c f,sed angulus k e z est æqualis angulo c e f, per 15.primi,ergo trigoni k z e & e c f,sunt æquianguli per 32. primi,ergo per 4.sexti,erit proportio lineæ k e ad lineam e f,sicut lineæ k z ad lineam c f,sed proportio lineæ k e ad lineam e f,est sicut lineæ k c ad lineam c f, ꝑ 3.sexti,quia angulus k e f, diuisus per lineam e c,lineæ ergo k z & k c,ad eandem lineam c f,eandem habent proportionem,ergo ꝑ 9.quinti,linea k z est æqualis lineæ k c,sed ex præmissis patet,quod est proportio lineæ z k ad lineam c f,sicut lineæ z e ad lineam e c,est ergo per 11.quinti,ꝓportio lineæ z e ad lineam e c,sicut lineæ k d ad lineam d o,sed linea k d ex hypothesi est maior quàm linea d o,linea ergo z e est maior quàm linea e c,hoc quidem pro alijs referuares, nũc ad ꝓpositum redeamus,quia uero ut supra patuit linea k q,est perpendicularis super lineam e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti,sed angulus e c d est acutus,quoniã est medietas anguli f c o,ut superius ostensum est,ergo per 14.primi huius,linea k q concurret cũ linea c d sit punctus concursus h,& ducatur linea e h,& à puncto e,ducatur linea æquedistans lineæ k h,producta usq; ad lineam d h quæ sit e x,secans lineam d h in puncto x, fiatq; per 5.quarti,circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x,& immutatur figura si placet ꝓpter diuersam intricationẽ linearũ,quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis,erit ꝑ 29.primi,angulus c e x rectus, ergo ꝑ 30. tertij,linea x c erit diameter illius circuli qui est e c x, & ꝓducatur linea k e,per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m,circunferentiæ circuli c e x,& ducat̃ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e,per 26.tertij,cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c,sed angulus c x e æqualis est angulo c h k,per 29.primi,quoniam lineæ e x & k h,ductæ sunt æquedistãtes,erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k,sed angulus c h k maior est angulo d h e,quod patet per 29.primi huius,secat enim linea h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e,resecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e,per 27.primi huius,qui sit angulus f m d ducta linea f m,& punctus in quo linea f m secat lineam c x,sit i,palã ergo cũ ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e,& per 15.primi,angulus i d m sit æqualis angulo e d h,quoniam per 32.primi,triangulus i m d est æquiangulus triangulo d h e,ergo per 4.sexti,est ꝓportio lineæ h d ad lineam d m,sicut lineæ e h ad lineã i m,& similiter triangulus c m d sit similis triangulo k h d,cũ sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d,& per 15.primi,angulus c d m sit æqualis angulo k d h,& tertius tertio per 32.primi,erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c,sicut lineæ h d ad lineam d m,est autem ꝓportio lineæ h d ad lineã d m,sicut lineæ e h ad lineã i m,est ergo per 11. quinti,ꝓportio lineæ k d ad lineam d c,sicut lineæ e h ad lineã i m,sed proportio lineæ k d ad lineam d c est nota, q̃m semper una & eadem permanet,quicunq; punctus reflexionis sit c, in arcu b g,quia semper linea d c,quæ est semidiameter est una,& linea k d, similiter est semper una,quoniã ipsa est distantia alterius punctorũ reflexorum à centro speculi,linea etiam e h,una permanet in quacunq; reflexione,& non mutatur eius quãtitas,quoniam non mutatur quantitas anguli e c h,qui est medietas anguli o d a,qui nõ mutatur, quare linea i m,semper erit una & æqualis,erit ergo punctus circunferentiæ in quem cadit lineam i m producta ultra punctum i,qui est punctus f,semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g,possit fieri reflexio,contingat ducere à puncto f,ad circulum c x e três lineas,quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x, & perisferiam circuli sit æqualis lineæ i m,per 9.quinti,quia semper erit proportio lineæ k d ad lineam d c,sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearum,patet aũt hoc esse impossibile,ꝑ 133.primi huius,qđ ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ per ipsam diametrũ ad circũferentiã,ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã partem circunferentiæ sit æqualis datæ lineæ,nõ nisi duæ lineæ æquales duci possunt, quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio, quod est propositum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato pũcto ſpeculi ſphærici concaui ductæ poſſibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantum alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur.

Remaneat diſpoſitio proximæ, ſitq́ꝫ datus quicunqꝫ punctus ſpeculi, qui ſit c, proponitur nobis ut inueniantur duo pũcta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtentia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantũ alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuo reflectantur, ſit enim ut quantacunqꝫ placuerit ſumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineæ z e ad lineã e c, ſicut in præcedenti propoſitiõe prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineæ k d ad lineã d o; & quoniã ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quàm linea d o, erit linea z e maior ꝙ linea e t, diuidaturq́ꝫ linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis ſuper lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo ꝑ 24. primi huius, linea t d, concurret cũ perpendiculari ductu à puncto q ſuper lineã z t, ſit concurſus in puncto h, completum eſt ergo trigonũ orthogoniũ, quod eſt t q h, in cuius altero laterũ rectum angulũ t q h continentiũ quod eſt t q, datus eſt punctus e, poſſibile eſt ergo à puncto e, per 137. primi, duci lineam ad baſem trigoni t q h quæ eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cũ altero laterũ rectum angulũ continentium, quod eſt q h, producto ultra punctũ q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partẽ abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineã datam, ſic à puncto e, taliter ꝓducta linea d e k, ita ut ſit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrum ſphæræ ſpeculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis ſemidiametro, punctũ ergo d, eſt centrum ſpeculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, ſuper punctũ t, terminũ lineæ d t æqualis angulo qui ſit o t d, dico quõ punctus ſpeculi qui eſt t, eſt pũctus reflexionis formæ puncti o, ad uiſum exiſtentem in puncto k, uel econuerſo formæ puncti k, ad punctũ o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantũ alio ꝓpoſiti arcus puncto, ſit illorũ punctorũ mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis ꝓcedentis ꝑut huic ꝓpoſito eſt neceſſe, patet ergo ꝓpoſitũ.

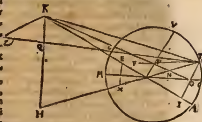
XXXVIII.

Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulũ, & alio extra illum & inæqualiter diſtantibus à centro reſpicientibus arcum ſpeculi à quo fit reflexio, ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris non eſt ea poſſibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ ſit g, ſintq́ꝫ ille diametri a e & b d, & ſit pũctus reflexionis t, & ducanť lineæ b t, a t, g t, illa itaqꝫ b t ſecabit arcũ circuli, ſit pũctus ſectionis q, ſed & linea a t, ſecabit periferiã eiuſdem circuli, ſit pũctus ſectionis m, & quõ angulus b t g æqualis eſt angulo a t g, palam ꝑ 25. tertij, quõ cadunt arcus æquales, ꝓducatur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, ſi igitur forma pũcti b, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ à puncto a, ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem, ſit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & ſecet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in pũcto n, producaturq́ꝫ

ſemidia

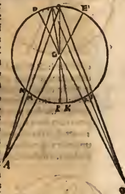
semidiameter b g. in punctũ circunferentiæ qui sit k, secundũ prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, sed habitũ est prius, quod arcus q p est æqualis p m, sed arcus q p maior est arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uisum a, à puncto h, uel ab alio pũcto arcus d t e, oppositis diametris in qbus sunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoq; accidit impossibile, & eodem modo deducendum si unũ datorum punctorum sit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propositum.



XXXIX.

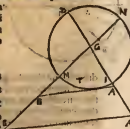
Duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui existẽtibus ambobus extra circulũ, si linea continuans illa puncta cõtingat illum circulum, aut tota sit extra circulum, non est possibile unum illorum puncto rum ad alterum reflecti nisi ab uno tantum illius speculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphærici concaui, cuius centrum sit g, sintq; illi diametri l d & n m, sitq; punctus a, in semidiametro l g, & pũctus b, in semidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ sit a b, & hæc cõtingat circulũ illũ, à quo per secundam huius, potest fieri reflexio, sitq; ille cõtactus in arcu circuli qui sit arcus l m, aut si linea illa sit tota extra speculum, dico q̃d à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus sunt illa pũcta, fit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad pũctum reliquum, sumpto enim q̃cũq; puncto in arcu l m, ut pũcto c, ductisq; lineis a c & b c, si linea a c cadat intra speculum, linea b c necessario cadet extra speculum, quoniã hoc requirit talis situs speculi, & econuerso, si linea b c cadat in speculo, linea a c cadat extra, semper em̃ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ speculi ductarum tota erit extra speculũ, et sic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, similiter quoq; patet idem, si linea tota sit extra speculum nõ contingens ipsum, respiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadent intra speculum, sed si una erit intra speculum, reliqua erit tota extra speculũ, unde non fiet reflexio secũdũ illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, potest fieri reflexio per 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet nisi ab uno solo puncto speculi, quod est propositum.

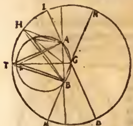


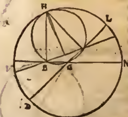
XL.

Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui inæqualiter distantibus à centro, si linea continuans illa puncta producta secet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto speculi uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor possibile est reflecti, & secũdum hoc loca imaginum numerantur.

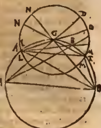


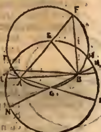
Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq; illa pūcta inæqualiter distantia à centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum pūctorum ad alterum producta secet circulum, dico quod uerum est quod proponitur, fiat enim circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulum speculi, aut cōtingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulū, palam p 6. huius, quod unū illorum punctorum reflectetur ad alterū ab aliquo puncto speculi & propositi circuli, ut patet p secundā huius, & p 27. quinti huius, sic ergo pūctus reflexionis t, palamq; p 20. huius, quod pūctus t, est in arcu interiacente diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducanſ lineæ a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, sit enim ut semidiameter g t secet circulū a b g in pūcto f, & ducanſ lineæ a f & b f, fientq; duo trigona a t b & a f b, sup unā basem, q est a b, palā ergo p 21. primi, qm angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a f b cū angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b est æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus sic factus sup arcū l m, ut super punctū h, erit minor angulo b g d, ac arcu itaq; speculi qui est l m, nō fiet reflexio nisi ab uno tantū puncto speculi, qm iam ostensum est p 34. huius, quia non est in huius pūctorum reflexorum dispositiōe possibile reflexionē fieri à duobus pūctis speculi, ita ut uterq; angulorum cōstans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositiōe ab uno tm̄ puncto speculi fiet reflexio quod est unum ppositorum, Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulū speculi, sit punctū cōtactus h, & ducanſ lineæ a h, b h, g h, qa itaq; angulus a h b, p 21. tertij, cū angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, qd angulus a h b est æqlis angulo b g d, quare ab illo pūcto cōtactus nō fiet reflexio p 33. huius, angulus qq; factus sup quocūq; aliud punctū arcus circuli speculi erit minor illo angulo, p modū quo iam superius postensum est, quare à duobus punctis illius arcus nō fiet reflexio p 34. huius, sed solū ab uno pūcto, si uero circulus a b g, secet circulū speculi, patet q tm̄ in duobus punctis secare necesse est p 10. tertij, & illa duo pūcta a & b, aut ambo erūt extra speculū circuli, aut ambo intra, aut unū extra circulū, aut aliud intra illū, aut unū illorum punctorum in circūferentia circuli & aliud extra illū uel intra illū. Si fuerint ambo extra circulū speculi, tūc patet qd linea a b, nō secabit circulū speculi, fietq; reflexio ab uno tm̄ speculi pūcto, ut patet p pcedentem, tūc enim manifeste patet, qd circulus a b g, nō secabit circulū speculi secūdū arcū l m, qm ille arcus interiacet lineas a g & b g, et arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pūcta periferiæ circuli ipsius speculi, cū ambo pūcta a & b sunt extra circulū speculi, si uero pūctus b, sit in periferia circuli speculi uel intra, pūcto a cōstituto extra, patet tunc qd arcus l m, in duobus pūctis nō secabitur, sed arcus b g, trāsibit pūctum aliqd arcus l m, qd sit t, ergo angulus factus super arcū l m, erit maior angulo b g d, qm ductis lineis l t, b t & a t. patet secundū pmissa p 21. tertij, qm angulus l t b est æqualis angulo b g d, angulus uero a t h est maior illo, patet ergo p 24. huius, qm in hac dispositione ab unico pūcto, uel à duobus pūctis arcus l m, fiet formarum illorum punctorum ad inuicē reflexio. Si uero duo puncta a & b, fuerint extra circulū speculi, & circulus a b g, secet circulū speculi, tunc patet qd circulus a b g, secabit arcū l m in duobus punctis, qm duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secāt circulū a u g, in pūctis a & b, & transeuntes resecant ex circulo speculi arcū l m, secat ergo circulus a b g, arcū l m, in duobus punctis quæ sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cōstitutus sup arcum circuli speculi qui est t b,





est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille eñ est maior angulo b g d, producta eñ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandũ, ad hoc itaq; arcu t e h, ut patet per 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantum puncto, & forsan à duobus, quod si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis pꝛtibus ipsius circuli a b g, tũc secũdũ præmissa om̃es anguli super illos arcus consistentes cõtenti sub lineis à punctis a & b, ꝓductis, erunt minores angulo b g d, fiat eñ angulus b k a, super punctũ arcus b t, & qm̃ arcus a t, circuli a b g, est intra circulũ speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo p 21. tertij, & per 13. primi, qđ angulus a o b, est æqualis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, est demonstrandũ, ergo p 34. huius, ab uno tantũ illoꝝ arcuũ puncto fiet reflexio, in hac itaq; situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qđ ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliqñ à tribus pũctis speculi, aliquãdo uero à quatuor punctis fiet reflexio, Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm̃ puncto, qui sit t, qm̃ in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens eñ in altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qđ est cõmunis sectio illaꝝ, & sit ĩ puncto b, existente in puncto m & puncto a, intra speculũ, restabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundũ ꝑmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliq̃d punctũ arcus l m, qđ sit e, qm̃ per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcũ t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq̃ secabit circulũ speculi secundũ arcum l m, qm̃ semidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ secat arcum t b, nec secatur ab illo, om̃es itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forsan à duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio pũctorum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc situ reflexio à duobus aut à tribus punctis speculi & non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter distantia à centro speculi aliquando ab uno tm̃ puncto, aliqñ à duobus, aliqñ à tribus, aliqñ à quatuor, nunq̃ à pluribus reflectanẽ, secũdũ hæc quoq; loca imaginũ numeranẽ queadmodũ patuit iam pluries in præmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.



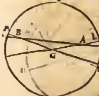




XLI.

Existentibus duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa pũcta secet circulum, possibile est unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo pũcta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq; puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illorum punctorum ad alterũ secundum circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qđ proponitur, quod enim ab uno tantum puncto speculi quandoq; fiat illorum punctorum adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest per modũ 24. huius, linearũ enim inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq; uero fit mutua reflexio istorũ punctorum a & b, à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero fit reflexio mutua propositorum punctorum quæ sunt a & b, à quattuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculorum formas punctorum æqualiter distantium à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si enim ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet per 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatẽ laterũ g a & g b, quoniam anguli constituti super illud punctum fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius; sed &



fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui; palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & quoniam, ut patet per præmissam & ex pluribus ꝓpositionibus huius libri, nunquam fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorum duorum pũctorum adinuicẽ nisi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiõe reflexio fiet semper à quatuor punctis speculi oppositi, & nunquam à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmissa theoremata disposuimus secundum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cõmendanda.

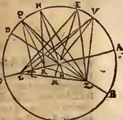
XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24. quinti huius, esto ergo arcus speculi sphærici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq; g r linea uisa, cuius unus terminus qui g reflectatur à puncto speculi quod sit f, & illud sit alius punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectatur à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur enim linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq; intra semidiametrũ o e, sitq; punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducantur lineæ g f, e f, z f, r b, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq; linea f e, ultra punctum e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ enim reflectatur forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectantur ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum enim est

per

per 20.huius,qđ in hoc situ à duobus arcubus a b & d o,non potest fieri reflexio formæ puncti c,ad uisum existentē in puncto z,oportet ergo qđ fiat reflexio ab aliquo puncto arcus a d,qm̄ patet solum offerri uisui arcū speculi b a d o,per 72.quarti huius,ideo qđ centrū uisus est in puncto z,diametri d b,ostensum etiā est per eandē 20.huius,qđ forma cuiuscūq; puncti semidiametri e o,reflectiť ab aliquo puncto arcus a d,sit autē p 27. huius,formæ cuiuslibet puncti lineæ g r,reflexio ad uisum ab uno tm̄ puncto arcus a d cadente inter semidiametros,in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrū uisus,forma ergo puncti c,reflectiť ab uno tm̄ puncto arcus a d,ad uisum existentem in puncto z,si ergo illud punctū sit in arcu f h,habemus ꝓpositū. Si uero non, esto primo qđ ipsum sit in aliquo puncto arcus a f,sitq; punctū u,& ducanť lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7.tertij,linea g u,maior q̄ linea g f,sed per eandē 7.tertij, linea z u, est minor q̄ linea z f,ergo p 9.primi huius,lineæ ꝓportio g u,ad lineam z u,est maior proportione lineæ g f,ad lineam f z,sed per 3.sexti,& ex hypothesi ꝓportio lineæ g f,ad lineam f z,est sicut proportio lineæ g m,ad lineam m z,ꝓportio ergo lineæ g u,ad lineam z u,est maior q̄ ꝓportio g m ad lineam m z,linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia,secat lineā z m,secat ergo lineam z e,p 22.primi huius,angulus ergo g b u, est minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t,ad uisum 3,in pūcto speculi u,ut patet per 20.huius,similiter q̄q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f,forma ergo puncti c,non reflectitur ad uisum existentē in puncto 3,ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo puncto arcus h d. Sit eñ si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d,ut reflectať à puncto eius quod sit q,& ducanť lineæ 3 q,e q,c q,r q,i r, & ꝓducatur linea e h,ultra punctū e,ad lineam r 3,incidatq; in punctum n,ergo per 7.tertij,linea 3 q,est maior q̄ linea 3 h, & linea q r, est minor q̄ linea r h,est ergo per 9.primi huius,proportio lineæ r q, ad lineā q r,maior ꝓportione lineæ 3 h,ad lineam h r,sed per 3. sexti,quæ est ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3,eadem est lineæ 3 n,ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q,ad lineam q r,maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r,per æqualia secat lineam n r,ergo p 32.primi huius,secat lineam r e,angulus ergo r q e,est maior angulo e r q,angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3,nō ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uisum in punctum 3,à puncto speculi quod est q,arcus h d:codemq; modo deducendū quocūq; puncto arcus h d,dato,forma ergo puncti c,non reflectiť ad uisum existentē in puncto 3,ex arcu h d,sed neq; ex arcu a f,neq; ab aliquo punctoꝝ h uel f,ut per 29.quinti huius,omnia ergo puncta media lineæ g r,reflectuntur à punctis medijs arcus h f,nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectanť puncta g & r,& ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ medioꝝ q̄ katheti suaꝝ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremoꝝ,& quia illarum lineaꝝ cōmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius,patet ergo quod loca imaginum punctoꝝ medioꝝ cadunt inter loca imaginū punctorū extremorum,& hoc est ꝓpositum. Idem eñ accidit,si res uisa uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur,quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt,patet ergo propositum.



XLIII.

Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio,sit quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro,maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locū imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q̄ lineæ interiacentis idem centrum & locū

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphæricum concauũ, per cuius centrũ transeat superficies plana, secabit ergo illa supficiem speculi secundũ circulũ magnum illius sphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ sit d, & extrahat̃ à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ sit d g, & transeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducatur à centro d, in superficie illius circuli linea pendicularis super lineam d g, quæ sit d a, & abscindat̃ ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita qđ inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulũ a d e, sit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulum e d g, hoc autẽ potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat̃ ꝑ æqualia, & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiat angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat̃ angulus a d e, in duo æqualia per lineã d b, per 9. primi, à pũcto quoq; d centro speculi extrahat̃ linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q̃ sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut cõpleat diametrũ, & sit linea d k, & à puncto d, ducat̃ linea d 3, continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulũ æqualem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrũ h d k, hoc autẽ est possibile, quia em̃ anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquit̃ angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahat̃ à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cũ linea 3 h, angulũ æqualem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt em̃ à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, concurret cũ linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũscribat̃ per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctũ 3, per 31. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, sunt æquales duobus rectis, sunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, est ergo illud quadrilateꝝ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt æquales ꝑ 26. tertij, cadunt em̃ in arcũ eundẽ circuli d h l, q est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus, abscindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducat̃ linea l m, angulus l m d est rectus, quia em̃ angulus b d e, est æqualis angulo b d h, qm̃ angulus a d e, diuisus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, est æqualis lineæ d h, sed latus h d, est cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est æqualis lineæ l m, & angulus l m d, est æqualis angulo l h d, sed angulus l h d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transit per punctũ m, & secat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat̃ linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, est æqualis arcui d h, per 27. tertij, qm̃ lineæ d m & d h sunt æquales, sed & arcus d f, est æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquit̃ ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducant̃ ergo lineæ h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, &

quia

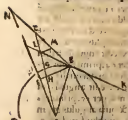
qa angulus l h d est rectus, patet q angul9 b h d est acutus, & angul9 g d h est rectus, er
go p 14. primi huius, linea h b cōcurret cū linea d g, extra circulū a b g, cōcurrāt ergo in
pūcto q, similiter q̄q; p eādē 10. primi huius, liea h f, cōcurret cū linea d g, extra circulū,
sit cōcursus punctus n, & producaẽ linea f b, ultra punctū b, q̄usq; secet arcū l 3, secet er-
go ipsum in puncto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circumferen-
tia respicit arcum f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim
extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g, er-
go si linea b m, protrahaẽ ex parte puncti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem
quodam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circu-
lo l h d, est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, qm̄ duplū arcus f e, correspondet du-
plo anguli f d e, super periferiā sui circuli constituti per ultimā sexti, & per 29. tertij, est
aūt arcus f e, æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo qđ angulus e d g, est æqualis angulo f d
e, cū uterq; ipsorū sit æqualis angulo a d 3, ut patet ex p̄missis, arcus ergo g f, est duplus
arcui f e, est ergo arcus f g, in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea
b m, extrahaẽ recte in partem m, abscidet de circulo a b g, arcum ultra punctū g, maio-
rem arcu f g, si eñ caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, ex-
trinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m non cadet in punctū g, sed seca
bit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in puncto o, p̄ducatur quoq; linea f m
ultra punctū m, hæc ergo quia secat angulū d m o, patet per 29. primi huius, quia seca-
bit lineam d o, secet illam in puncto u, & p̄ducatur à linea e n b, ultra punctum b, seca-
bitq; arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducaẽ linea c d, à puncto c, ad centrū speculi;
quia ergo angulus b f, est in circūferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas angu
li b d 3, per 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, mul
tiplus, ergo per ultimā sexti, arcus r 3, est multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior
arcui r 3, ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo;
ducatur itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus e m d sunt æquales duobus rectis
p 21. tertij, sed angulus b m d, cū angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquiẽ
ergo ut angulus c h d, sit æqualis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulū c h
d, angulus c h 3, qui est per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multi-
plus anguli 3 d a, per ultimā sexti, qm̄ ut supra patet arcus c 3, est multiplus arcui 3 h, er
go angulus c h 3, est multiplus anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulū c h d, in
multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d, est æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, re-
manet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d, æqualis an-
gulo 3 h d, sed angulus c h d, est æqualis b m e, ergo angulus f m d, excedit angulū b m
e, in multiplo anguli e g d, sed angulus o m d, est æqualis angulo b m e, per 15. primi, er-
go angulus f m d, excedit angulū o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m
ualet tm̄ angulū o m d, & angulus o d m, per 32. primi, palam quia angulus f m d, exce-
dit angulū m o g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d, per 32. primi, excedit angu
lum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d, maior angulo m o g, ergo angu
lus m o u, est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea
m u est maior q̄ linea m o, & quia arcus h d, est æqualis arcui m d, per præmissa erunt
duo anguli h f d & m f o, æquales per 26. tertij, formæ ergo punctorū duarum linearū h
f & f u, ad seinuicē reflectantur, & similiter formæ punctorū linearū h b & b o, ad se inuicē
reflectuntur, qm̄ per præmissa angulus d b h, est æqualis angulo d b m, per 4. primi, & p
hypotheses præmissas, duo ergo puncta quæ sunt o & u, ad uisum existentem in puncto
h, reflectuntur à duobus punctis speculi quæ sunt b & f, est ergo per 37. quinti huius,
punctus q imago puncti o, & punctus n, imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m li-
nea æquedistans lineæ h q, per 31. primi, quæ sit linea m s, & linea æquedistans lineæ h n
quæ sit m p, quia ergo angulus h n d, est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus
m p o, qui per 29. primi, est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. primi,
est æqualis h q d, erit ergo punctum p, inter duo puncta s & u, per conuersam per 21. pri
mi, & quia angulus h d u est rectus, erit per 32. primi, angulus h u d acutus, ergo angu-

lus m p d est acutus, angulus ergo m p s est obtusus per 13. primi, ergo linea m s est maior quam linea m p, per 18. primi, sed ex præmissis linea m u est maior quam linea m o, ergo per 9. primi huius, maior est proportio lineæ m s ad lineam m o quam lineæ p m ad lineam m u, sed proportio lineæ s m ad lineam m o, est sicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. sexti, trigoni enim q b o & s m o sunt æquianguli per 29. primi, cum linea m s sit æquedistans lineæ q b, & angulus q o b sit cōmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ p m ad lineam m b, est sicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, sed proportio lineæ q b ad lineam b o, sicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, est sicut lineæ n d ad d n, per ea quæ sunt ostensa in 13. huius, quorum declarationē cum manifesta sit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo quam rei uisæ.

Esto speculi sphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitque centrum uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatque reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi b, appareatque imago retro speculū, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie quam ipsius rei uisæ, ducantur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit e h g t, producatur quoque linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z h, concurrūt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctū t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior quam linea b h, quæ est distantia rei uisæ à puncto reflexionis. Et similiter linea h g est minor quam linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ sit l b k, quia itaque anguli cōtingentiæ qui sunt a b k & g b l, sunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æquales per 20. quinti huius, fit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h, sed angulus t b l est æqualis angulo k b z, per 15. primi, angulus ergo t b l est æqualis angulo l b h, sed angulus l b h est acutus, quoniam angulus l b e est rectus, ergo & angulus t b l est acutus, sed angulus e l b est acutus, quoniam in trigono e l b, angulus e b l est rectus, ergo per 13. primi, angulus b l t est obtusus, angulus itaque t b l est minor angulo b l t, resecetur quoque ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, per 27. primi huius, qui sit b l m, quia itaque angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æqualis angulo b l h, erunt per 32. primi, trigona l b m & l b h æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed latus l b, cum sit commune ambobus est æquale sibiipsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor quam linea b t, ergo linea h b est minor quam linea b t, & quia linea l b diuidit angulum t b h per æqualia, patet per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ l h ad lineam l t, sicut lineæ b h ad lineam b t, sed linea b h est maior quam linea b t, ut patet ex præmissis, ergo & linea h l est minor quam linea l t, linea ergo g h est multo maior quam linea g t, patet ergo propositum, & ex his patet quod uerum quarum distantia ab eodem uisu maior est, uel augetur & distantia imaginum retro speculum uisorum maior est uel augetur. Si enim protrahatur linea b h ultra punctum h ad punctum s, & producatur kathetus e s, quousque cōcurrat cum linea reflexionis z b, in puncto n, erit punctum n locus imaginis formæ puncti s, & erit linea b n, maior quam linea b s, ut prius patuit, & erunt lineæ b s & b n, maiores quam lineæ b h & b t.



XLV.

In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunquam minor erit distantia imaginis à uisu quam sit ipsius rei uisæ, à super

perficie uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, quãdoq; æqualis.

Esto in speculo sphærico concauo circulus magnus a b g, cuius centrum sit d, & sit semidiameter d b, sitq; centrũ uisus in puncto e, & linea rei uisæ sit 3 t m, quæ reflectatur ad uisum à puncto speculi b, sitq; linea incidentiæ 3 b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum est qđ proponiť, ducatur enĩ per centrum d ad lineam reflexionis e b, linea quæ sit t d h, & esto ut ipsa sit perpendicularis sup semidiametrũ d b, ducatur quoq; similiter à puncto rei uisæ quod est 3, linea 3 d, quæ producta ultra punctum d, ad lineam reflexionis quæ est e b, secet ipsam in puncto k, & similiter à puncto uiso quod est m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l, est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti 3, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadũt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginũ approximent uisui, qui est in puncto e, quia multo minor erit distantia ipsarũ imaginum à uisu quàm sit ipsius rei uisæ, quoniam enĩ linea d b, semper diuidit angulũ reflexionis per æqualia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisæ semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; linea e 3, eritq; in trigono k e 3, angulus e k 3, nonnunquam maior angulus k 3 e, ergo per 19. primi, erit tunc linea e 3, quæ est distantia rei uisæ à centro uisus maior quàm linea e k, quæ est distantia imaginis k, à centro uisus, minus aũt distantiã uisu loca imaginum quæ sunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui sunt b d t & b d h sunt æquales, quia recti ex hypothesi, & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20. quinti huius, cũ sint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. sexti, cũ linea b d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo distabunt imago & res uisa à supficie speculi, sed linea b k est minor quàm linea b h, & linea b 3 est maior quàm linea b c, erit ergo linea b 3 maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior superficiei speculi quàm res uisa cuius illa est imago, & quia linea b m est minor quàm linea b l, est aũt punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uisa propinquior est speculo quàm eius imago, patet itaq; propositum, & ex his patet, quoniam rerũ quæ magis elongatæ sunt à speculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginum sint inter uisum & speculi superficiem, fiunt imagines ipsarum propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à cẽtro uisus. Rerum quoq; quæ sunt propinquiores speculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculum & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.

XLVI.

Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum cõcauum in eadem linea recta æqualiter à cẽtro speculi secundum sui extrema distante, imago rei uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit speculũ sphæricum concauum, cuius centrum sit a, dico quod si centrum uisus fuerit intra speculũ & similiter linea uisa, sitq; illorũ dispositio modo quo proponitur, uerũ esse qđ ꝓponiť, secetur enĩ speculũ ꝑ supficiẽ planã transeuntẽ per centrũ speculi, erit ergo ꝑ 69. primi huius, cõmunis sectio illius supficiei planæ & supficiei speculi circulus g sit b g, & ducatur in hoc circulo linea à cẽtro speculi, ad circũferentiã quocũq; modo cõtingat, & sit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o, & à centro a secundum quantitatem lineæ a o, describatur circulus qui sit e 3, & in linea o u signetur pũctus t, utcunq; cõtingat, & à puncto t ducantur lineæ t n & t m, perpendiculariter super lineam a u per 11. primi, & ducatur à puncto t lineæ t e & t 3, contingentes circulũ e 3, per 16. tertij, & sint puncta contactuũ e & 3, ducantur quoq; à centro speculi puncto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a 3, quæ productæ secent speculum in pũctis b & g, copulentur quoq; lineæ t h & t g, & à puncto t, ducatur linea b m, æquedistans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquedistans eisdem lineis a b & b m, & ducantur à centro speculi ad puncta m & n, lineæ a m & a n, quæ producanť ulterius extra circulũ g b, quia itaq; linea a e est

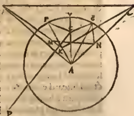
æqualis lineæ o u, palã p eandẽ, qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b, & linea a 3, æqualis lineæ 3 g oẽs eñ diametri circuli e 3, sunt medietates diametrorũ circuli b g, ergo illa q̃ interiacet circulos existẽs à cẽtro a, est æq̃lis semidiametro circuli e 3, & qa linea t e cõtingit circulũ minorem qui est e 3, erit per 17. tertij, linea t e ppendicularis super lineam b a, & similiter erit linea t 3 perpendicularis super lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t, æqualis lineæ t a, & similiter erit linea g t, æqualis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a, æqualis angulo t a g, & quia linea b m est æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, angulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cũ ergo uisus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tunc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectet̃ ad uisum existentẽ in puncto t, & forma puncti n, reflectet̃ à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto t: uisus itaq; existens in puncto t, cõprehendet formas punctorũ n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b, ut patet per 42. huius, & quia linea m t, est perpendicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus. quia eñ angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus, ergo angulus m t b est acutus p 32. primi, ergo per 19. primi erit linea t b, maior q̃ linea b m, sed ut p̃missum & linea t b est æqualis lineæ a t, ergo linea a t est maior q̃ linea b m, sed linea a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16 primi huius, linea t b, cõcurret cũ linea a m, concurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37 quinti huius, punctus f locus imaginis formæ puncti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cũ linea a n in puncto qui sit q, & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n, qm̃ kathetus incidentiæ formæ puncti m, est linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q, & erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t 3 sunt æquales per 58. primi huius, erũt anguli 3 a e & t a 3 æquales, anguli eñ t 3 a & t e a sunt recti p 17. tertij, & lineæ 3 a & e a sunt æquales, qa semidiameter eiusdẽ circuli, linea q̃q; t a est cõmunis ambobus trigonis t 3 a & t e a, ergo p 8. primi, anguli 3 t a & e t a sunt æquales, & similiter anguli t a e & t a 3 sunt æquales, ergo & angulꝰ t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi, erũt lineæ t b & t g æquales, & qa angulus e t a est æqualis angulo 3 t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinquit̃ ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, qm̃ anguli u t m & u t n sunt æquales, qa recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt p 32. primi, æqangula, ergo p 4. sexti, cũ linea t g, sit æqualis lineæ t b, erũt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo p 4. primi, cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æq̃les, erũt lineæ a m & a n æq̃les, & sic pũcta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi qđ est a, eritq; p 2. sexti, & p 18. q̃nti, pportio lineæ a f ad lineã f m, sicut lineæ a t ad lineã b m, & erit pportio lineæ a q ad lineã q n, sicut lineæ a t ad lineã g n, sed p 7. q̃nti, eadẽ est pportio lineæ a t ad lineam b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ sunt æquales, & eadẽ ergo est pportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ est lineæ a q ad lineã q n, ergo p 7. primi huius, erit euersim eadẽ pportio lineæ a f ad lineã a m, q̃ est lineæ a q ad lineã a n, ergo p 16. q̃nti, erit pmutatim pportio lineæ a q ad lineã a f, sicut lineæ a m ad lineã a n, sed linea a m est æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æq̃distat lineæ n m, p 2. sexti, ergo linea f q est maior q̃ linea n m, si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t, & in linea n m, fuerit aliq̃d uisibile, tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorem q̃ sit secundum ueritatem, & hoc est propositum, etsi arcus cuiuscunq; circuli copulentur ad has cordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis.

Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundũ punctum t, ultra sui medium uersus circunferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphærã speculi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi, & super omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secundã huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculum contingentes, patet quod ille superficies, per 18. undecimi, sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorũ contingentibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à pũctis circunferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq; linea linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k, sitq; linea b m minor quàm linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliã quàm linea t k, ita ut lineæ t k & b m, sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g, ducantur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, cõcurrent autem per 16. primi huius, cũ linea b m, sit minor quàm sua æquedistãs linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostẽdimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est cõmunis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectã, palam p 4. primi, quia linea b k est æqualis lineæ k a, & per eãdem erit linea g k æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a sunt æquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales, Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n, est propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo et angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, linea q f æquedistat lineæ m n, & linea f q est maior quàm linea m n, cũ itaq; uisus fuerit in pũcto k, uel super punctũ k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secundum lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineã g k, in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, punctum f,



ctum f,& imago puncti n punctum q,& erit linea q f,diameter imaginis lineæ n m,& linea f q erit maior quàm linea m n,imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisa, & ultra speculum,in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u,ipsa linea a u,permanente immobili,tunc pũctum k,describet motu suo quendam circulũ,super quem erecta est linea a u,transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli,& omne punctũ illius circuli habebit sitũ respectu lineæ comparis lineæ m n.Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n,fuerit in superficie alicuius rei uisæ respiciẽtis centrum uisus secundum illum situm,ut res uisa in qua est linea m n , respiciebat uisum existentem in puncto k,tunc uisus comprehendet formã illius lineæ maiorem sua propria quantitate; & similiter si extrahatur linea c k, in continuũ & directũ, & signetur in ea pũctum aliud præter punctum k,ut punctum p,& ducantur lineæ ad illud punctum p,sicut ad punctũ k,sunt prius ductæ , erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k,pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphæricis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisa, quod est notandum.

XLVIII.

In speculis sphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ,quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum,retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphæricum concauum a b,cuius centrũ sit e,seceto; ipsum superficies plana transiens centrum e,cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69.primi huius,qui sit a b,& ducatur à centro linea e z,utcũq; contingit , non in ipsa superficie circuli a b,sed oblique super illam sicut placet,quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g,& à puncto g,extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b,per 12.undecimi,& in illa perpendiculari signetur punctũ d, & ducatur linea d e,quæ protrahatur ultra centrum e,ad punctum o,& ducatur linea e b, cõtinens cum linea d e,angulũ obtusum , & ducatur linea e a continens cũ linea e d , angulũ obtusum æqualem angulo d e b,per 23.primi,& ducantur lineæ d a,d b,erũtq; per 4.primi ,in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorũ d e a & d e b, secant se super lineam d e,& duo anguli d b e & d a e,sunt acuti & æquales,per 4.primi,linea enim e b est æqualis lineæ e a,& linea d e est communis ambobus trigonis d e a & d e b,& anguli d e b & d e a sunt æquales,à puncto quoq; b,in superficie trianguli d e b,ducatur per 23.primi,linea continens cum linea e b,angulum æqualem angulo d b e , quæ sit linea b o,hæc igitur linea concurret cum linea d e,per 14.primi huius,ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o,qui est apud punctum b,est acutus,non ualens cũ angulo d e b duos rectos , cum angulus o b e sit æqualis angulo d b e,qui cum angulo b e d & angulo b d e,ualet duos rectos,per 32.primi,sit itaq; linearum d e & b o,cõcursus in pũcto o,& à puncto a,ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e , angulum æqualem angulo d a e,concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in pũcto o,quoniam anguli a e o & b e o,per 13.primi,& ex præmissis sunt æquales,& anguli e b o & e a o,ex præmissis inter se sunt æquales,ergo per 32.primi,anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales,ergo per 4.sexti,latera ipsorum sunt proportionalia,sed linea e a est æqualis lineæ e b,ergo linea e o est æqualis sibi ipsi,cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ,qui est o,ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita q; cõtineat cum linea e b angulum rectum per 11.primi,& protrahatur linea c e ultra punctum e,& linea b o ultra punctum o,concurrentq; lineæ c e & l o,per 14.primi huius, quia cum angulus b e c sit rectus,angulus e b o est acutus,sit ergo concursus pũctus h,eritq; linea c e æqualis lineæ e h,& linea c b æqualis lineæ b h,per 4.sexti,trigona enim c e b & b e h, per 13.primi,& ex præmissis sunt æquiangula,& quibus latus e b est cõmune,& similiter per ducatur linea e k ad lineam a d,ita q; contineat cum linea e a ,angulum rectũ per 11.primi,& producatur ultra punctum e,& producatur linea a o ultra punctũ o, concurrentq; lineæ k e & a o,per 14.primi huius,quia cũ angulus k e a sit rectus,angulus e a d est acu-

tus

tus, ſit concurſus pũctus l, & erit linea k a æqualis lineæ e l, quia cũm angulus k e a ſit re ctus, erit angulus e a l rectus, ſed & angulus e a l eſt æqualis angulo k a e, ut patet ex p̃miſſis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, cũ linea e a, ſit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l, & hoc etiam poteſt concludi per 3. ſexti, & per eundem modũ oſtenſum, ſunt lineæ d e & e h, ad inuicem, & lineæ c h & b h, ad inuicem æquales, ducãtur ergo lineæ c h & l h, quia itaq; duo latera d e & k e ſunt æqualia, duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus c e k eſt æqualis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineæ c h & l h erunt æquales inter ſe. Si ergo uiſus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uiſibili, tunc uiſus exiſtens in puncto d, comprehendet formã puncti h, in ſpeculo a b, reflexam à puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt linea h e, concurrit cũ linea reflexionis quæ eſt d b, in puncto c, ſimiliter quia forma pũcti l, reflectetur ad uiſum in punctum d, à puncto ſpeculi quod eſt a, & quia kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt l e, cõcurrit cum linea reflexionis quæ eſt d a in pũcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formæ puncti l, & erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura ſpeculi, & linearũ productarũ linea h l immobili exiſtente, tunc punctus d, deſcribet circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo centro uiſus exiſtente poterit comprehendere aliquod uiſibile comparem habens ſitũ ad uiſum, ſicut tunc habet linea l h ad uiſum d, & erit imago illius uiſibilis æqualis ei, & ſimiliter ſi uiſus fuerit intra circulum ſpeculi in puncto o, et res uiſa fuerit diſpoſita ſecundum lineam c k, erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uiſæ, ſed tñ re uiſa exiſtente in linea l h, et uiſu exiſtente in puncto d, cum imago rei uiſæ fuerit linea c k, erit forma imaginis, conuerſa reſpectu ſitus rei. Si enim punctus h, fuerit in dextra, erit punctus c in ſiniſtra, et ſi pũctus h fuerit ſupra lineã aliquam eleuatus, erit pũctus c infra illam lineam depreſſus et inclinatus, et ſimiliter eſt de puncto l, reſpectu pũcti k, ſed cum res uiſa fuerit in linea c k, et uiſus fuerit in puncto o, et imago lineæ c k fuerit linea l h, erit forma non cõuerſa ſed directa, nam imago quæ eſt linea l h, erit retro uiſum, ut oſtenſum eſt in 11. huius, et uiſus comprehendet punctũ h, quod eſt imago puncti c, retro ſe in linea h o, et punctum l, quod eſt imago pũcti k, in linea l o retro ſe, et pars formæ uiſibilis quæ reflectitur ad uiſum, erit reſpiciens uiſum in ipſa imagine, ſicut et in ipſa ſuperficie rei uiſæ, patet ergo propoſitum.

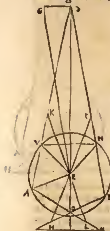
XLIX.

In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uiſa, quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum habet ſitum rei uiſæ, quandoq; uero uidetur maior re uiſa, quæ occurrens retro uiſum conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit diſpoſitio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, et producatur linea b h, in continuum et directũ, et in ipſa ſignetur punctus r, et ducatur linea r e, ad centrũ ſpeculi, quoniam angulus r e b eſt rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b eſt rectus, palã ergo quia angulus r e b erit obtuſus, producaturq; linea r e ultra punctũ e, ad lineã b d, incidatq; in punctũ n, cadetq; n inter pũcta t & b, cũ enim angulus b e r ſit obtuſus, patet per 13. primi, quod angulus b e n eſt acutus, linea itaq; e n, diuidit angulum t e b qui eſt rectus, ergo per 29. primi huius, ipſa ſecabit baſem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, ſed linea t b, ut patet in præcedenti eſt æqualis lineæ b h, et linea b r eſt maior q̃ linea b h, erit ergo linea r b maior q̃ linea b n, et quia ut patet ex præmiſſis in proxima præcedente angulus n b e eſt æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b di-

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erũt ergo per 3. sexti, proportio lineæ r b ad lineã b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e est maior quàm e r, producaturq́ similiter linea a l, in continuum & directum, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in pũcto u, concurret autem ut prius demonstratũ est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cõmento præmissæ ꝓpositiõis, & duo



latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, qa ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulũ u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducãtur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, et angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorũ per 13. primi, et latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, et per 7. quinti, et per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineã e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u, Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in pũcto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior q̃ linea n u. Sed cum in linea m r, fuerit aliquod uisibile, & uisus in pũcto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situ͂ alium quàm res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cũ uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secũdum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor; sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 49. huius, & signetur in linea o b punctũ q, & ducãtur linea e q, & producta ultra centrum e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut ã linea o l, abscindat linea o f æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctũ i, erit itaq; secundum prædictũ in præmissis probandi modũ duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quàm linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqua

lis an

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior quàm linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm cõformem situi rei uisæ. Si uero uisus fuerit in pũcto d, & linea f q in aliquo uisibili, tũc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quãtitatis quàm linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrariũ habens sitũ respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

LI.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cõcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoq; situ uisus cõprehendet propriã imaginem minorẽ & cõuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, seceťq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d, & ducatur linea g d, utcunq; contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d sitq; pũctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g, & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producatũ linea h c ultra pũctum c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatq; uisus existens in puncto e, formã puncti h, per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaq; duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctũ p, fietq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus per ultimam sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistant in eodem latere puncti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in punctum q, nõ enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta à pũcto g, centro speculi ad punctũ a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctũ k, angulus itaq; h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est punctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g ad lineam b e, incidatq; in punctũ l, seceťq; linea z u semidiametrũ d g in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu cẽtri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b intersecabũt semidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4. primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eãdem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g inæqualis est angulo f b g, similiterq; per eandẽ 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum exi-

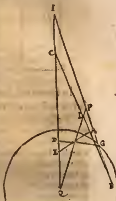
ſtentem in puncto e,& erit punctus l,locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoqꝫ linea k l,quæ erit diameter imaginis lineæ z h,& quia linea z h eſt ꝑpendicularis ſuper lineā d e,& linea z c eſt æqualis lineæ c h,ex hypotheſi,& quia ut patet ex præmiſſis duæ lineæ z f & h f ſunt æquales,& duæ lineæ a f & b f ſunt æquales , tota ergo linea z b eſt æq̄lis toti lineæ h a,ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales,ducan̄ q̄qꝫ lineæ e h & e z, in trigonis itaqꝫ e,a h & e z b,duo latera unius quæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus alternis lateribus,quæ ſunt e b & b z,& angulus h a e eſt æqualis angulo z b e,ergo per 4. primi,baſis z e eſt æqualis baſi h e,ſimiliterq́ꝫ in trigonis z c g & h c g,duo anguli ad punctum c ſunt recti,et latus z c æquale lateri h c,latus quoqꝫ c g eſt cōmune,ergo per 4.primi,linea g h eſt æq̄lis lineæ z g,lineæ uero a g & g b , ſunt ſemidiametri circuli a b d & æquales,ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æq̄les duabus lineis b g & g z , & baſis a h eſt æqualis baſi b g,ergo per 8.primi,erit angulus a h k æqualis angulo b z l,& angulus h a k æqualis angulo z b l,erit ergo per 32.primi,angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaqꝫ h a k & z b l ſunt æquiangula,ergo ꝑ 4.ſexti,erit ꝓportio lineæ h k ad lineam r l,ſicut lineæ z b ad lineā h a,ſed linea z b eſt æqualis lineæ h a,ut patet ex præmiſſis, ergo linea h k eſt æqualis lineæ z l,ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g,ut ſupra patuit,erit ergo reliquum æquale reliquo,ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l,quia itaqꝫ duæ lineæ z g et h g,inter ſe ſunt æquales, & duæ lineæ g k & k l,inter ſe ſunt æquales,patet ꝑ 7.quinti, q̄m eſt proportio lineæ z g ad lineā g b,ſicut lineæ h g ad lineam g k. Sed angulus z g h & k g l ſunt æquales,per 15.primi,ergo ꝑ 6.ſexti,erūt trigona z g h & k g h æquiangula,angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h,ergo ꝑ 27.primi,lineæ z h & k l ſunt æquedistantes,quod etiam patere poteſt per 14.primi huius. Item angulus h g a,ut patet ex p̄miſſis eſt obtuſus,ergo per 13.primi,angulus a g k eſt acutus,duo uero anguli h a g & g a k ſunt æquales,relinquit̄ ergo per 32. primi,angulus a k g maior angulo a h g, ergo ꝑ 19.primi,in trigono a h k,latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æquales,ergo per 3.ſexti,linea h g eſt maior quàm linea g k,& ſimiliter linea z g eſt maior q̃ linea g l,ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l,per 4.ſexti,ſed linea k l eſt diameter imaginum lineæ z h,linea ergo z h uidebitur minor quàm ſit ſecundū ueritatem. Si ergo reuoluerimus circulū a b d, linea e d immobili exiſtente ex duobus punctis a & b,deſcribetur circulus in ſuperficie ſpeculi,& ſicut ſe habet uiſus exiſtens in pūcto e , ad rem uiſam in qua eſt linea z h,ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cōparis lineæ cadentis inter illū circulum quem ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu compari arcui a b,ex ꝓportione ſpeculi quem diuidit circulus quē ſignant duo puncta a & b,& ſimiliter poteſt declarari,ſi linea z h,ponatur maior uel minor quàm nūc eſt poſita,uniuerſaliter enim in hoc ſitu diametri imaginis uel faciei aſpicientis comprehenditur in ſpeculo ſphærico concauo minor quàm ſit,ſed etiam imago uidetur conuerſa,ſi enim uiſus fuerit in puncto e,tunc aſpiciens comprehendet formam ſuā in tali ſpeculo minorem quàm ſit,& quia punctus k eſt imago pūcti h, & punctus l eſt imago puncti z,erit imago cōuerſa, q̄m pars dextra uidebitur ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& ſimiliter ſuperior uidebitur inferior,& inferior ſuperior,& ſimiliter etiā uiſus cōprehendet ſuā formā, quia illud quod eſt in dextro cōprehendet in ſiniſtro,& econuerſo,& quod deorſum eſt cōprehendet ſurſum, & econuerſo,ſimiliter quoqꝫ ſi uiſus fuerit in quolibet puncto inter quod & ſuperficiem ſpeculi fuerit centrū ſpeculi,ſemper comprehendet ſuam formam conuerſam,& hoc eſt propoſitum. Ex his itaqꝫ præmiſſis quatuor theorematibus patet quod in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cōprehenditur à uiſu quandoqꝫ maior quandoqꝫ minor quandoqꝫ æqualis rei uiſæ,& nūc conformē habens ſitum ipſi rei uiſæ,& nūc conuerſum,& quoniā ſicut oſtendimus per 40.huius,quandoqꝫ unius rei una uidetur imago ,quandoqꝫ duæ,quandoqꝫ tres,& quādoqꝫ quatuor, illud ergo qđ habet unā imaginem maiorem ſe,forſan habebit alias minores,& quod habet unā cuius ſitus eſt directus compar rei uiſæ ,forſan uidebitur ſub alijs imaginibus habentibus conuerſum

uersum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest, patet ergo propositum.

LII.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctū sectionis existentes reuersæ, quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

Esto speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum q, sintq; duæ altitudines d e & h n, erectæ super superficiem speculi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, à pūcto speculi quod sit a, & forma puncti d, à puncto g, intersecentq; se lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in linea e a, & eius punctū n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur ad uisum b, à puncto speculi a, & oīa puncta lineæ d g, à puncto speculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto speculi a, & forma pūcti n, à puncto speculi g, quia uero lineæ h n & d n, sunt erectæ sup superficiem speculi, patet per 72. primi huius, quoniā quælibet ipsarū transit pūctum q, centrum speculi, producatur ergo à centro speculi quod est q, per lineam h n, linea q n h, producaturq; ab eodem cētro q, p lineam e d, linea quæ, pducatur extra speculū, & quia linea q e a est ppendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g, cōcurrent ultra speculum, & sit concursus pūctus i, palam etiā per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, sit concursus punctus p, & linea b a concurrat cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifestū aūt per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ pūcti h, erit in pūcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in pūcto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aūt imago l p, situm reuersum respectu situs, lineæ h n, quoniam punctus h est altior puncto n, & punctum l, quod est imago puncti h, est bassius puncto b, quod est imago puncti n, punctus uero i est locus imaginis pūcti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est altior pūcto c, sicut pūctus d est altior ipso pūcto e, palam quoniam imago lineæ d e est linea i c, conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago, quoniam imago situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est ppositum de altitudinibus sphæræ, de profunditatibus uero idē patet, ut si lineæ h n & d e, quædā profunditates ponantur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d e quemadmodum est disposita sic apparet, hoc itaq; est propositū. Si uero ambæ lineæ d e & h n essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio, ut patet p præmissa.

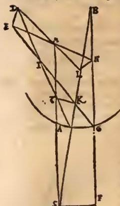


LIII.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis obliquæ lōgitudines citra punctū sectionis existentes quemadmodū sunt sic apparent, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersæ.

Sit speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum m, & sit centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d, forma reflectatur ad uisum b, à puncto speculi quod est a, formaq; puncti e, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ sunt d a & e g, intersecent se in pūcto i, sitq; citra punctū i, linea obliq incidens superficiei speculi quæ sit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto speculi g, & punctus c, à pūcto speculi

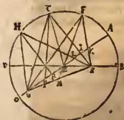
culi a, ducatur itaq; linea d m, à puncto d ad centrum speculi, quæ ꝓpter obliquitatem lineæ b a, super superficiem speculi cum linea d m sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72. primi huius, ideo quia transit centrū speculi quod est m, concurret cum linea b a, ob liquæ superficiei speculi incidentiæ, ut patere potest per 14. primi huius, sit cōcursus in puncto b. Similiter quoq; linea e m cōcurret cum linea b g, sit punctum concursus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in pūcto l, est imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturq; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuersæ se ad situ lineæ d e, quoniam punctus n est altior puncto l, sicut punctus d est altior puncto e, producaturq; linea m k donec concurrat cū linea b g ꝓ ducta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, super superficiem speculi, & ꝓpter perpendicularitatem lineæ m k, sit cōcursus punctus f & producatur linea m c donec cōcurrat cū linea b a producta, & sit punctus concursus s, copuleturq; linea f s. erit ergo linea f s imago lineæ k c, & sic punctū k, est altius puncto c, sic erit punctum f altius puncto s, est itaq; imago f s, conformem habens situm ipsi rei uisæ quæ est k c, occurrens speculo citra punctum sectionis linearū incidentiæ quod est i, patet ergo ꝓpositū.



LIIII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam.

Sit speculū sphæricū concauum a b, cuius centrū e, seceturq; ꝑ superficiē planā ꝑ centrū, erit ergo ꝑ 69. primi huius, cōmunis sectio circulus magnus q sit a b, & eius centrū e, ducanturq; duæ diametri huius circuli quæ sunt a e o & b e d, & speculū nō excedat arcum b a d o, assumaturq; in semidiametro b e, quicūq; punctus placuerit, & sit z, in quo ponaſ centrū uisus, & sumaſ in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior ꝗ linea k e, & ducaſ linea z h, et ꝓtrahatur ad circūferentiā incidatq; in punctū f, & ducatur linea e f, & sup f tū linea e f, cōstituaſ angulus æqualis angulo z f e, ꝑ 23. primi, q sit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pūctus g, cadet in semidiametrū d e, quia eū linea f k est maior ꝗ linea k a, ꝑ 7. tertij, & linea k a est maior ꝗ linea k e ex hypothesi, erit linea f k maior ꝗ linea k e, ergo ꝑ 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g ꝑ 14. primi huius, cōcurret cū linea g e, cōcurrat ergo in pūcto g, duæ ergo linearū z g & f g, pūcta reflectunſ ad se inuicē à pūcto speculi qď est f, ꝓpter angulorū æqualitatē ꝑ 20. quinti huius, est ergo pūctus k imago pūcti g, cētro uisus existēte in pūcto z, ducaſ itaq; linea l h secās diametrū o a in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h, utcūq; cōtingit, ducanturq; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatur linea f e, sup lineā z g, incidatq; punctū m, ergo ꝑ 3. sexti erit, ꝓportio lineæ z m ad lineā m g, sicut lineæ z f ad lineā f g, sed ꝑ 7. tertij, linea z h est maior ꝗ linea z f, & linea g h est minor ꝗ linea g f, ꝑ eandē 7. tertij. ergo ꝑ 9. primi huius, maior est ꝓportio lineæ z h ad lineā g h, ꝗ lineæ z f ad f g, est ergo ꝓportio. lineæ z h ad lineā g h, maior ꝗ lineæ z m ad lineā m g, ergo ꝑ 3. sexti, linea q̄ diuidit angulū z h g, ꝑ æqualia secat lineā m g, secat ergo prius lineā e g, ꝑ 32. primi huius, q̄m linea e g est uicinior ad punctū h ꝗ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e b z, argumento 29. primi huius, & ex ꝓmissis. ponamus ergo angulū e h r æqualē angulo e h z, linea ergo h r secat lineā g f, & secat lineā g e ꝑ 29. primi huius, secet ergo g e in pūcto r, & secet lineā h r, semidiametrū e a in pūcto l, pūcta ergo duæ lineæ z h & h r, reflectunſ ad inuicē ꝓpter æqualitatē angulorū r h e, e h z, fietq; reflexio à puncto speculi qď est h, ꝑ 20. quinti huius, & erit l pūctus imago pūcti r, palā uero q̄m forma cuiuslibet pūcti lineæ g r, reflectitur



ctit ad uisum in punctũ z, ex aliq̃ pũcto arcus f h, & nõ ex alio, ꝑ 42. huius. Sumat itaq; aliqs pũctus lineæ g r q sit p, & hic reflectat ab aliq̃ pũcto arcus f h qđ sit c, & ducant lineæ p c & r e, q̃a ergo pũctus t, est inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, ꝑ 29. primi huius, secat lineã k l, secet ergo in puncto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & pũctus p, non habet aliam imaginem nisi punctum i, q̃m tm̃ ab uno puncto arcus f h, fit reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut paret per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo puncto lineæ k l, est ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & est recta, quia est pars semidiamitri circuli a e, uisus ergo existens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ est g r, imaginem h k, rectam existentem in speculo sphærico concauo a b, & hoc est propositum.

LV.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq; lineæ cuius conuexitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineæ cuius concauitas respicit speculum imago concaua respiciens uisum.

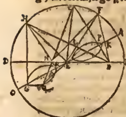
Sit dispositio quæ in proxima præcedente, constituanturq; super lineam g r, à duobus suis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ sint g n r & g q r, & sit arcus g n r, nõ secans lineã g h, & ponat in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; sit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42 huius, sit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m sunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t secabit arcũ g n r, sit ut secet ipsum in puncto n, & producatur linea t m uersus arcũ g q r, secetq; illum in puncto q, & ducat linea n e, producaturq; ultra punctum e, secabit ergo lineam 3 t sub linea k l, per 29. primi huius, q̃m secat angulũ k e 3, cui subtendit pars lineæ t 3, secet ergo linea illam in puncto i, q̃a ergo duo anguli 3 t e & n t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n reflectitur ad uisum 3, à puncto speculi t, est ergo palam ꝑ 37. quinti huius, q̃m punctus i, est locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, sunt imagines duorũ punctorum g & r, ut patuit per præmissam, imago ergo arcus g n r est linea transiens ꝑ puncta k i l, sed linea k i l, est conuexa ex parte uisus 3, & arcus g n r, est cõuexus ex parte speculi, uisus itaq; existens in puncto 3, cõprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & ꝑducatur ultra punctũ e, secabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, q̃m secat angulum t e k, secet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, q̃m à pũcto speculi qđ est t, reflectetur forma puncti q, ad uisum 3, & locus imaginis formæ puncti q, est punctus p, & erit ut supra linea l p q, ex parte uisus concaua, & ipsa est imago arcus g q r, concaui ex parte speculi, comprehendet ergo uisus in puncto 3, existens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc est propositum.

LVI.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq; curuæ, cuius conuexitas est ad speculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphæricum concauũ in quo sit circulus maximus qui a b d, cuius centrum g, & extrahatur à centro g, semidiameter g b, utcunq; contingit, quæ diuidatur ꝑ æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, sit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducat linea t 3, perpendiculariter super lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad pũctũ e, fiantq; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũscribat circulus per 5. quarti, eritq; centrũ circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior est q̃ linea t b, palã q̃m ille circulus secabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3 sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g communis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo per 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g, æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, qm̄ omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectit̃ ad punctum e, à punctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior q̃ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi. palā per penultimā primi, qm̄ linea g e est maior q̃ linea b e, quadratū em̄ lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinquit̃ quadratū lineæ g e, maius quadrato lineæ e b qm̄ linea g t est maior q̃ linea t b, ergo linea g e est maior q̃ linea e b. in trigono g e b, ut patet per 19. primi, angulus g b e est maior anguloe g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & p 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo qm̄ anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 19. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulū, sit earum concursus punctus m, & quia linea e d, est intra triangulū m e g, palam qm̄ ipsa producta cõcurrat cū linea g m, p 29. primi huius, cõcurrāt ergo in pũcto l, & q̃a liea g b trāsit p pũctũ t, q̃d est cẽtrũ circuli e g 3, & liea uero a g, ducit̃ extra illā à cẽtro ad pĩferiā, palā q̃a portio a e g ē mĩor semicirculo, ergo p 29. tertij, angul9 a e g ē obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo p 14. primi huius, illæ duæ lieæ a e & 3 g, cõcurrẽt in partẽ lineæ e g. cõcurrāt ergo in pũcto f. Si itaq; uisus fuerit in puncto e, & punctus 3 in aliquo uisibili, tunc tria puncta m l f, erunt imagines puncti 3, sic ergo punctus 3, comprehendit̃ in tribus locis, qm̄ à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahat̃ à puncto e, linea super arcū d 3, utcunq; cõtingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k. & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erũt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, pducaturq; linea g k ad circũferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producant̃ lineæ e r & 3 r, & qm̄ angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si em̄ sit æqualis, tunc per 3 1. primi. & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k æqualem esse arcui e a k, quod est contra p̄missa, est em̄ arcus e a, æqualis arcui d 3, quod si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatẽ anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idem impossibile quod prius, pducta illa linea ad lineam r k, restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius, duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est t, reflectentur ad se inuicem p 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producat̃ quoq; linea e r ad lineam g m, cõcurret autẽ cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ puncti n, respectu uisus e. imaginẽ ergo superficiẽ existentem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac supficie quæ sit perpendicularis super lineā g 3, & transeat in utrãq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundũ quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in supficie perpendiculari super supficiem a b d, per 2. undecimi, pducantur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q



in

in superficie transeunte lineam m g f. secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p. fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e, ꝓductas, secet ergo lineam g t in puncto s, & linea g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiē duarum linearum g t & g p. palam per diffinitionē, quōd duo anguli e g s, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficiē g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraq; superficierum quæ sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiē s g o, & utraq; istarum superficierum facit in speculo circulū magnum cōparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli qd' facit superficies e g s, quod est cōpar puncto circuli a b d. s. puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi qd' est g, & respectu uisus qui est in puncto e, quē habet punctum r, concurrunt ergo ex ipso secundū angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c, quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionē circuli, & similiter lineæ g s, g z, g o sunt æquales per diffinitionē circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus s, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus s q o, concauus ex parte uisus, & punctus l est imago formæ puncti 3, & duo puncta s & o sunt imagines formarum duorum punctorum c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p, est linea curua transiens per tria puncta s l o, hæc aūt linea s l o, est concaua ex parte uisus. Ducatur itaq; linea transiens per puncta s l o, & extrahatur linea e g, ad circūferentiā circuli a b d in punctū h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t recta, & p n t conuexa, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineæ p 3 c recte apparebit concaua. s. s l o, & forma lineæ p n c, conuexæ respectu speculi erit cōcaua uisui occurrens. s. s q o, & forma lineæ p 3 t. unam tm̄ habebit imaginē, & arcus p n c tm̄ unam. Item ꝓducatur linea b g, ultra punctū g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctū i, & ꝓducantur lineæ e i & e 3, erit ergo ex p̄missis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctū e, à puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginū formæ puncti 3, & si speculum excesserint duo puncta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus cōprehenderit totū arcum i d a, tunc punctū 3 uidebitur in quatuor locis. s. in punctis m l u f, & uidebuntur duo puncta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis s & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concauas, & una transit per puncta s m o, & secunda pertransit puncta s l o, tertia pertransit puncta s u o, & quarta pertransit puncta s f o. s. lineā s f o, in his tamen omnibus imaginibus semp cōcauitas imaginis respicit uisum, patet ergo ꝓpositū. Patet ētiā q imaginis eiusdē lineæ rectæ, ut patet nūc in linea p 3 n fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris, & fit principiū formæ monstruosæ.

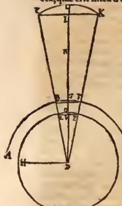
LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctū o, remotius à centro speculi d & u ꝓpinquius illi, & super hanc semidiametrum d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrū uisus, & sit linea h d super superficiē circuli a b g. sitq; linea h d, minor semidiametro circuli secundū dispositionē lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum & cætera referunt, reflectaturq; forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctū h, à puncto speculi b, sitq; locus imaginis punctus q, & ꝓducatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectatūq; forma puncti u, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctū n, & quia puncta o & u sunt in semi

diametro

diametro d g, erunt loca imaginū quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri ꝓducta, quæ erit linea d u o, n q, sitq́ quantitas linearū d q; d u, d n, d o, illis omnino æqualis, quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex p̄missis, est em̄ ipsa perpendicularis super superficiē circuli, estq́ linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq́ cōmunis sectio superficiei planæ in qua sunt lineæ h d & d q, & sup̄ficiei speculi circulus cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, est arcus ex quo fit reflexio formarū quarum imagines sunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43. huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarū duorū punctorū, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducatur ergo à puncto u, in superficie circuli a b g, recta ꝑpendicularis super lineam d u, quæ sit z u e, & à centro d secundū longitudinē semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus secabit lineā z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in punctis z & e, fiatq́ arcus circuli secundū quantitatē lineæ d q, à centro d, & ducātur à centro speculi d, lineæ d z, d e, & ꝓducatur extra speculū ad arcum circuli descripti, à centro d, secundū quantitatem semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducat̄ linea t k, secetq́



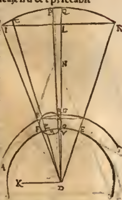
lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiē circuli, palam per diffinitionē lineæ erectæ, q̄m uterq́ angulus h d t, h d k est rectus, & utraq́ superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentē lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuum quilibet est æqualis arcui qui est inter duas lineas h d & d q, & utraq́ linearū d z & d e est æqualis lineæ d o. q̄m om̄es sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis possibile est fieri reflexionē formarū duorum punctorum quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorum arcuū, ut patet per 20. huius, interiacent em̄ illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrū uisus quod est in puncto h, & puncta quorū formæ reflectuntur quæ sunt e & z. Incidentq́ formæ eorum illis punctis illorū arcuū, & reflectentur ad uisum in punctum h, secundū angulos æquales à duobus punctis speculi, & duæ lineæ d t & d k sunt æquales lineæ d q, ergo punctū t est locus imaginis puncti z, & pūctū k est locus imaginis puncti e, & q̄a lineæ d t, d q, d k sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e æquales erit ꝑ 7. quinti, ꝓportio lineæ d c ad d z, sicut lineæ d q ad d o, & sicut lineæ k d ad lineā d e, sed ꝑ 43. huius, ꝓportio lineæ d q ad lineā d o, est maior ꝓportione lineæ d n ad lineā d u, ergo similiter ꝓportio lineæ k d ad lineā d e, est maior ꝓportione lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z, est maior ꝓportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æquales, erit per 7. q̄nti, ꝓportio lineæ d t ad lineā d z, sicut lineæ d k ad lineā d e, ergo ꝑ 17. quinti, erit ꝓportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineā d e, ergo per 2. sexti, linea t k est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, ꝓportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineam d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior q̄ linea n d, ergo punctus n est inter punctū l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duorū punctorū z & e, ergo imago lineæ z u e rectæ, est linea transiens ꝑ tria puncta t n k, linea uero ꝑtransiens h e t puncta est conuexa, patet ergo q̄d imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ conuexa, & hoc est propositum.

LVIII.

In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel cōuexa.

Sit

Sit dispositio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti 3, est punctum t, & imago formæ puncti e est punctū k, erit ergo linea concaua respectu uisus quæ est t q k, imago lineæ conuexæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi quæ est linea 3 o e, similiter quoq; si in linea 3 u signetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra centrum m secundum longitudinē semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulū 3 o e in duobus pūctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarum linearū h d & t p, secabit speculum secundū circulū, à cuius circūferentiæ puncto aliquo duci poterunt secundū angulos æquales & æqualiter se habentes lineæ ad punctū h, in quo est centrum uisus, & ad punctū r, qui est punctus lineæ uisæ, & similiter supficies duarū linearū h d & d i, faciet in speculo circulū, à cuius circumferentia reflectenē ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens p puncta i p n, sed hæc linea i p n, est concaua respectu uisus; & arcus r u f, est concauus ex parte superficiei speculi, & conuexus ex parte uisus: cū ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f, conuexa cū fuerit in aliquo uisibili, cōprehendetur imago eius concaua, & linea 3, o e conuexa cōprehenditur similiter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ sunt 3 o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum imaginū secundum motum declaratum, & si aliqua ipsarū plures habuerit imagines, forte accidet diuersitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo propositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineæ rectæ imago in speculis sphæricis concauis, quandoq; comprehendit recta, quandoq; conuexa, & quandoq; concaua, & imago lineæ cōuexæ quādoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uideatur cōuexa, quandoq; concaua, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̄ sint in his speculis, nam lineæ rectæ nō sunt nisi in superficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc superficies plana comprehendit conuexa uel concaua, cū itaq; uisus comprehendit lineas rectas cōuexas uel concauas aliter q̄ sint, comprehendit superficies in quibus sunt illæ lineæ aliter q̄ sint, & similiter est de lineis conuexis & concauis respectu illarū superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum errorū, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.



LIX.

In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphæricum concauum, cuius communis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter super superficiem speculi, palam ergo per 72. primi huius, q̄m ipsa transit p centrum speculi quod est punctum p, & pducatur ultra speculum, sitq; a b l, secans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æqualiter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineāt cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; parte puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum cordæ sint minores q̄ lineæ g p & p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f t, & quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales, quare anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43. primi huius, &

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t ducatur linea circulum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus punctus r, & quoniam per 15. tertij, anguli contingentiæ qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrent enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k, quia angulus r t k sit æqualis r d k per præmissa, & angulus k r t, sit æqualis angulo k r d, per 59. primi huius, trigoni ergo d k r & t k r, sunt æquianguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illorum trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibijpsi, concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod est k, positis itaq; duobus oculis diversorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uisuum reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco, producantur enim lineæ g d & f t extra circulum, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, quoniam anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis, concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l, sed angulus t r b, est æqualis angulo b r o, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l, per 32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibijpsi, & linea t l, æqualis lineæ d l, in uno ergo puncto diametri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantum occurrit imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est propositum. Quandocunq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modica differentia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus, duæ adhuc imagines uidebuntur, alias autem ut plurimum locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.



LX.

In una diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphæricum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sintq; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur enim semidiameter z g, perpendiculariter super diametrum a d, & ducantur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est

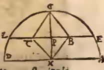
æquale

æquale lateri z b, ex hypotheſi, & latus z g cõmune, anguli quoq; e z g & b z g ſunt æquales, quia ſunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad punctum e, à puncto g ſpeculi, & econuerſo per 20. quinti huius, ſed neq; poſſibile eſt ab alio puncto ſpeculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, ſit em̃ ut fuerit hic datum eſſe poſſibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctum e, à puncto alio ſpeculi quàm ſit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20, quinti huius, erit ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, ſicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t eſt maior ꝙ linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, eſt æqualis lineæ e g, ut patet ſuperius, linea uero e g eſt maior ꝙ linea t e per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior ꝙ linea e t, ergo linea b z, maior erit ꝙ linea e z, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile, & eodem modo de quolibet puncto ſemicirculi a g d poteſt demonſtrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio ſpeculi puncto ꝙ à puncto g, nõ ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis quæ eſt b g, nõ cõcurrit cum katheto e z, ducto à puncto e, p centrũ ſpeculi z, in puncto b, & linea reflexionis q̃ eſt e g, nõ cõcurrit cũ katheto b z, niſi in pũcto e: locus itaq; imaginis e, eſt pũctꝰ b, ſed b eſt ſimile ipſi e in forma, & e ipſi b, nõ cõprehenditur aliqua diſtantia quæ ſit tam diuerſitatis inter illos uiſus, non ergo unius uiſus percipiet formam alterius in ſeipſo exiſtente, ſed æſtimabit formam propriam ſe uidere, non ergo unus oculus taliter diſpoſitus uiſibus alium oculum uidebit, & hoc eſt propoſitum, aliæ tamen partes corporis circũſtantes centrum uiſus poterunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis ſuarum reflexionum concurrunt, ſiue ille concurſus ſit in ſuperficie uiſus uel in alijs punctis quibuſcunq;, & circa hæc multa diuerſitas uiſibus occurrit.

LXI.

Si linea à pũcto medio ſemidiametri ſuper diametrũ ſpeculi ſphærici cõcaui perpendiculariter erectæ ducta æquediſtanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro ſpeculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; ſemidiameter k g, perpendiculariter ſuper diametrum a d, & à medio puncto ſemidiametri k g, ducatur linea æquediſtans diametro a d, & in hac poſiti ſint uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro k, dico quod amborum oculorũ una tantum imago in uno ſcilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit em̃ ut à puncto p, quod ſit medius punctus lineæ k g, per 10, primi, ducatur linea æquediſtans diametro a d, per 31. primi, quæ ſit e z, & ſint in illa perpẽdiculari e z, poſiti ambo oculi, qui ſint b & t, æqualiter diſtantes à centro k. & à linea k g, erũt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g exiſtente communi ambobus trigõis b p g & t p g, cũ anguli b p g & t p g ſint recti, erit angulꝰ b g p æq̃lis angulo t g p, reflectet̃ ergo forma puncti b, ad punctũ t, à puncto ſpeculi g, & ecõuerſo, & quia linea k p eſt æqualis lineæ p g, q̃m pũctus p, eſt medius pũctus lineæ k g, & lineæ b p & t p ſunt æquales, angulus quoq; k p t eſt æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p eſt æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquediſtat lineæ b g, ſed linea t k eſt kathetus puncti t, & linea b g eſt linea reflexionis, nunq̃ ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui eſt unus oculorum ab alio oculo, qui eſt b, neq; econuerſo per eandem rationem niſi in puncto g, qui eſt punctus reflexionis, linea em̃ b g, quæ eſt linea reflexionis formæ puncti t, ad uiſum b, non cõcurrat cum katheto incidentiæ formæ puncti t, quæ eſt linea t k, quilibet ergo

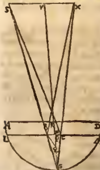


oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit. & quoniam reliqua pars faciei uidentis offert ambobus uisibus retro uisus, qa ad illā partē katheti incidentiæ cū lineis reflexionū cōcurrunt, ut patet intuēti. si em̄ lineæ b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsæ concurrent, q̄d est impossibile, cū sint æquedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illæ lineæ, ergo per 37. quinti huius, apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi, eritq; oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in puncto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Si à puncto propinquiori diametro speculi sphærici concaui q̄ medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquedistans diametro producatur in illa uisus in æquedistantia à centro speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, idolum maius facie, & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius diameter sit a d, & ducatur semidiameter k g, perpendiculariter super diametrū a d, cuius semidiameter k g, medius punctus sit p, sintq; centra amborum uisuum puncta b & t, si ergo ab aliquo puncto lineæ p k, quæ sit n, ducat̄ linea æquedistanter diametro a d, quæ sit l m, & uisus b & t positi in linea l m, æqualiter distent à pūcto n, uel à centro speculi quod est k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ b g, t g, b k, t k, eruntq; ex hypothesi per 4. primi, anguli b g n & t g n æquales, ergo à puncto g reflectentur uisus ad inuicem mutuo per 20. quinti huius, sed linea n g est maior q̄ linea n k, resecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, æqualis angulo t k n, sed angulus b k n est maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n est maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uisum b, concurrant ergo in puncto s, est autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uisum b, & similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t. quia lineæ b k & g t concurrent ut præostensum est per 14. primi huius, sit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea s x, & quoniam linea s x est maior quàm linea b t, ideo quod in triangulo s g t, angulus s t g, ut patet ex p̄missis, est æq̄lis angulo x b g trigoni x g b, & angul9 s g x, cōis, erunt ergo p 32. primi, trianguli illi s t g & x b g, æqanguli, est ergo p 4. sexti, proportio lineæ x g ad lineam g s, sicut lineæ b g ad lineam g t, sed linea b g, est æq̄lis lieæ g t, ergo linea x g, est æqualis lieæ g s, & liea x b, æqualis lieæ s t, ergo p 7 q̄nti, erit ꝓportio lieæ x g ad lineā g t. sicut lieæ s g ad lineā g b, ergo p 17. q̄nti, erit ꝓportio lieæ x t ad lineā t g. sicut lieæ g d ad lineā b g, i trigono g x, ergo p 2. sexti, liea h t æquedistat lineæ s x, est igitur per 4. sexti, proportio lineæ s x ad lineam b c, sicut lineæ x g ad lineam g c, sed linea x g maior est quàm linea g c, ergo linea s x maior est q̄ linea b c, imago

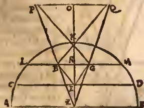


e, imago erit ergo facie maior quàm linea s x, quæ est diameter imaginis, & linea b c ps diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculorum, quia itaq; in trigono s u g, linea b n æquedistat basi s u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ s u ad lineam b n, sed linea s u est maior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea s g est maior quàm linea b g, erit ergo linea u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum productæ linea æquedistans diametro producatur uisibus æquedistãter à centro speculi in linea illa positis dextra apparene sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorq́; erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis.

Esto speculum sphæricũ concauum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis communis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur perpendicularis super diametrum a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per æqualia in puncto e, & à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n, & à puncto n, lineæ e k ducatur linea æquedistans lineæ a f quæ sit l m, in hac itaq; linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in præmissa propositione anguli b k n & g k n æquales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est quàm linea n k, resecetur ergo linea n z ad æqualitatem lineæ n k, per 3. primi, & sit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e, & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n, per 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g concurrent, sit cõcursus punctus q. sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaq; linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b, à pũcto speculi k, & linea z b, sit kathetus incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b, & similiter erit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineæ b g, uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionem linearũ reflexionis b q & g p, ut patet per 53. huius, item per 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, ergo per 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æqualis angulo q g b, sed angulus n b k æqualis est angulo n g k, relinquitur ergo angulus k b p æqualis angulo k g q, sed angulus b k p est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni b k p et g k q sunt æquianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k æquales, & quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmissis sunt æquales, ergo per 32. primi, trigoni p b g & q g b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b p ad lineam g q, sicut lineæ b g ad seipsam, erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æqualis lineæ z q, quæ est ergo proportio lineæ p z ad lineam z b, eadem est lineæ q z ad lineam z g, ergo per 17. quinti, & per secundam sexti, linea b g æquedistat lineæ p q, ergo per 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æquianguli, erit ergo per 4. sexti, proportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ b q ad lineã b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa. Item linea z k producta secet



lineam p q per 29. primi huius, ſecat enim angulum p z q, ſecet ergo ipſum in puncto o, erit ergo per præmiſſa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k, trigoni k g n, ſed & angulus p k o æqualis eſt angulo g k n, per 15. primi, ergo p 32. primi, trigoni p k o & g n k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, quæ eſt ꝓportio lineæ p o ad lineam g n, eadem eſt lineæ o k ad lineam k n, eſt autem ut patet ex præmiſſis, linea b n æqualis lineæ g n, ſed linea p o eſt maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q eſt maior quàm linea b g, & linea p o eſt medietas lineæ p q, ſicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p ſint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o ſunt æquales, per 15. primi, & per præmiſſa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, ſi ergo linea p o eſt maior quàm linea b n, patet qđ linea o k eſt maior quàm linea k n, & linea o K eſt diſtãtia imaginis ſub ſpeculo, & linea n K eſt diſtantia rei reflexæ à ſuperficie ſpeculi, palam ergo propoſitum.

LXIIII.

Circa diametrum ſpeculi ſphærici concaui extra ſpeculum productæ ambobus poſitis oculis ſecundum æqualem diſtantia à diametro, & centro ſpeculi, dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, & imago minor facie apparet inter uiſus & ſuperficiem ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõcaui circulus d b K, cuius centrum o, & diameter d K, & orthogonaliter ſuper diametrum d K, producatur diameter b o a, extra ſpeculum, ſintq́ꝫ duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpendicularis ſuper lineã b a, & ſint ambo oculi æqualiter diſtantes ab ipſa diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo p 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uiſus ambo e & c ad ſeinuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaqꝫ linea à puncto e ad centrũ o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, ſit concurſus punctus f, & ſimiliter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e K in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in pũcto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, ſed & per 5. primi, angulus b e c eſt æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e & b c ſunt æquales, ſed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a ſint æqualia, & latus a o cõmune, anguli q̃ c a o & e a o ſint æquales, quia recti, erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g ſunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ e g ad lineam e f, & lineæ e f ad lineam c g, ſicut lineæ e c ad ſeipſam, ſunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e eſt æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis eſt angulo b f g, ſed illi anguli cum angulo g b f, ualẽt duos rectos, per 32. primi, ſunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, quæ eſt proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ g f ad lineam e c, ſed linea b g eſt minor quàm linea b e, ergo linea g f eſt minor ꝙ linea e c, imago ergo faciei uidentis eſt minor facie conſpecta, apparet autem inter oculos & ſpeculi ſuperficiem, quoniam linea g f, quæ eſt diameter imaginis cadit inter lineam e c, in qua ſunt ambo uiſus, & inter ſuperficiem ſpeculi, palam ergo propoſitum.

LXV.

Imagines rerum retro ſpecula ſphærica concaua apparentes motis rebus quarum ſunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in ſpeculo ſphærico concauo circulus a b g, cuius centrum ſit d, & ſit centrum uiſus punctum e, ſintq́ꝫ duo puncta rei uiſæ ex utraqꝫ parte puncti e, quæ ſint 3 & h, ducanturq́ꝫ duo Katheti incidentiæ quæ ſint d 3 c & d h K, reflectaturq́ꝫ forma puncti 3, ad uiſum

sum e, à puncto speculi a, & forma puncti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratq́ linea a e, cum katheto d 3 in pũcto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginũ intra speculum ita quod pũctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiũtur, & res quarum sunt illæ imagines, transferatur itaq; punctus rei uisæ qui est h ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à pũcto g, & ducatur kathetus d l, cõcurrens cum linea reflexionis q̃ est e g in puncto m, eritq́ locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in pũcto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint sup uisum, erũt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparebunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniã propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaq; propositum.

LXVI.

Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g, cuius centrum sit pũctus d, sitq́; centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintq́; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq́; katheti incidentiæ z d c & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebũtur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quàm sint res ipsæ, p 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à pũcto speculi g ad uisum e, ducaturq́; linea reflexionis quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexiõis quæ est e g in pũcto m, eritq́; per 37. quinti huius, pũctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partẽ diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mota supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem cõtrariam rebus, patet ergo propositum.

LXVII.

Per specula sphærica concaua quot libuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis et conuexis sphæricis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundũ distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur poligonium æquilaterũ & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, sitq; exempli causa pentagonium, quod sit a b g d e, fiatq; circulus circunscribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & sup illius pentagonij angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circunscribentis poligonium productas ad circunferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales proportiones, patet itaq; quoniã superficies plana penta

plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. primi huius, unus itaque arcus unius illorum circulorum sit z g c, ducanturque lineae cõtingentes quẽlibet illorum arcuum in punctis g d e, contingatque arcum z g c, in puncto g, linea l k, gaitaque per 43. primi huius, angulus portionis qui est b g z est aequalis angulo d g e; anguli quoque contingentiae qui sunt b g z & l g c sunt aequales, palam ergo per 20. quinti huius, quõ fit reflexio formae puncti b, à puncto speculi g, ad punctũ speculi alterius quod est d, & similiter per eandem demõstrationem fiet reflexio à puncto d, ad pũctum speculi alterius quod est e, & à puncto e, ad centrum uisus quod est a, palam ergo propositũ, & sic quotcũque fuerint anguli poligonij, tot assumantur specula, semper accidet illud quod praemissum est.

LXVIII.

A speculis sphaericis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphaericum concauum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitque ut superficies plana secans speculum, sed hũc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69. primi huius, communis sectio illius superficiei planae & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo pũcto illius circuli solaris ut à puncto d, ducatur linea secũdum quam praecedens radius ad centrũ speculi qđ est c, incidat in punctum speculi quod sit g, & à pũcto circuli solis qđ sit e, procedens radius ad centrum speculi quod est c, incidat in punctum speculi b, & à puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctũ speculi a, quia ergo oẽs radij transeuntes per centrũ c, sunt perpendiculares super superficiẽ speculi a b g, per 72. primi huius, patet per 21 quinti huius, quõ oẽs reflectunt in seipsos, concurrãt ergo tã incidẽtes quam reflexiones in pũcto c, quod est centrum speculi, omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, et omnes anguli semicirculi sunt aequales, per 43. primi huius, reflexio aũt omnis fit secundũ angulos aequales, ut patet per 20. quinti huius, quicunque itaque radiorum solarium pertransierunt per centrum speculi quod est c, & peruenerint ad quaecũque puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seipsos, & cõcurrent in centro ipsius radij. non aequedistantes illis radijs, non concurrunt; sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi qui est e b, hic ergo ut praemissum est transibit centrum speculi quod est c, & reflectitur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius aequedistans qui sit l n, & alius qui o s, sitque arcus n b inaequalis arcui b s, secetque linea l n, circulum a b g in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaque angulus l n k est maior angulo c n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k est minor angulo c n b, quoniã anguli c n b & c n k sunt aequales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in punctum c, fiat itaque angulus b n f aequalis l n k, cadetque punctum f, citra punctum c, in pũctum aliquod semidiametri c b, & in corpore solari continuetur linea e l, si itaque quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f, imaginetur moueri quousque linea l n, incidat ad locum unde exiuit, tunc pũctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet aequalis, ergo angulus l n k est aequalis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoque si à puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius aequedistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius aequedistans o s secans circulum a b g in puncto x, & in arcu x s, signetur punctum q, in linea n f producta.

ducta, sitq; ut perpendicularis e b secet circulũ a b g in puncto p, & sit arcus b s minor ar cu n b, ergo & arcus x p qui est æqualis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y æqualis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod pũctum lineæ f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b h, copulentur quoq; linea o e, si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moueri quousq; linea o s, redeat ad locum unde exiuit, tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum à cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctũ diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquedistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à periferia unius circuli totius speculi ad unum punctũ diametri ipsius speculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctũ propinquius centro c, & lineæ radiales remotiores diametro, & æque distantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c: in quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, et hoc speculũ quantum ad actum combustionis efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciẽtiæ, posset quoq; per diligentiã artificis aliquod speculũ ex pluribus huiusmodi speculis cõponi, qđ esset maioris efficacie ad comburendũ, hoc autẽ relinquimus industriæ ꝗrentis, qa sufficit nobis in ꝓpositũ, hoc modo demonstratũ.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IN præmisso libro passiones speculorũ sphæricorum cõcauorum ꝓ nostro posse pertractauimus, sup est nũc ut speculorũ columnariũ & pyramidaliũ cõcauorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorũ speculorum proprietates concurrunt, planorũ quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio, columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descendunt, qm̃ istorũ & illoꝝ cõformis est generatio secundũ figuras, à qbus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionũ, nisi quod hinc & inde secundũ naturã conuexi & concaui passiones quodãmodo secundũ sitũ contrarie disponunt, ex quo accidit, ut quandoq; lineæ reflexæ in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso, & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) cõformiter assumenda. Sic itaq; omniũ speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitatem passionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua specula figurarũ irregularium & compositarũ mentem conuertimus, uidentes q; quod antiquorũ Geometrarum diligentia & solicitudo circa speculorũ comburentiũ, aliquorum totali superficie ad unum punctũ naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarũ incidentium plurimũ est uersata, ut circa rem scientiæ Geometriæ plurimam subtilitatẽ rebus naturalibus applicantem, actionem quoq; naturaliũ formarum accelerantem in ꝓductione effectuũ mirandorũ, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorũ comburentium in una superficierum planarũ, ut patet per ultimã 5. huius, nõ est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficierum cõuexarum quacũq;, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per ultimã 6. huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimã 7. huius, possibile est radios aliquos aggre

gati ad punctum unū mathematicū uel etiā naturalē, à concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantū circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrū siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non fit aūt omnium radiorū æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctū unum. Sed neq; ab aliqua superficierum speculorum columnarium uel pyramidaliū concauorū est hoc possibile fieri, prout infra in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cū demonstrationis diligentia perquiramus, quoniā illud quod ex pluriū speculorum regularium compositione ad hunc effectū possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unū punctum fiat reflexio certitudinem nō attingit, neq; ad illorum peruenit cōmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarū. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concauis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quādoq; est linea longitudinis speculi, quādoq; circulus, quandoq; oxigonia sectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cōuexis, & quia speculum columnare cōcauum non minus participat formā & ꝓprietatem columnæ quām cōuexum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demōstranda est de speculis colūnaribus concauis ut de columnaribus cōuexis, patet ergo propositū, nec eīm necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cōmunis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflectionū & loca imaginū sicut in speculis planis, quando uero illa sectio cōmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionū sicut in speculis sphæricis cōcauis. Erūtq; loca imaginum quandoq; ultra speculū, quandoq; in ipsa superficie speculi, quādoq; inter uisum & speculū, quādoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cōcauis speculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineā longitudinis speculi aut sectionem oxigoniam possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones ꝓpositæ de præsentibus speculis eodē penitus modo demōstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius. patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexiōis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctū axis in quē cadit perpendicularis ducta à pūcto reflexionis super superficiē speculum in puncto reflexionis contingentem cōsistere est necesse.

Sit speculum columnare concauum cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus o, & pūctum rei uisæ d, reflectaturq; forma puncti rei uisæ quod est d ad uisum c, in puncto speculi e, & in pūcto e contingat superficiē speculi superficies plana, super quam superficiē à puncto e, ducatur linea perpendicularis p 12. undecimi, q̄ secet lineā a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod pūcta c d, e f, necessario erunt semp in eadem supficie reflexionis

xionis,aut eñ hæc ſuperficies reflexionis æquediſtabit baſibus colũnæ aut non, ſi ſic, patet per 100.primi huius,quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ,& linea ducta à pũcto reflexionis quod eſt e,tranſiens per centrum illius circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem colũnæ, ut patet per 96.& per 100.primi huius,& ſi centrum uiſus quod eſt c,& punctum rei uiſæ quod eſt d,fuerint in illa linea,fiet reflexio formarũ punctorum uiſorum tantũ ſecundum illam lineam per 21.quinti huius,eruntq; illa quatuor puncta q̃ ſunt c d e f,omnia in ſuperficie reflexionis, quod ſit centrum uiſus uel pũctum rei uiſæ,dum fuerit in hac linea perpendiculari,ſemper tamẽ linea e f,perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, p 96. primi huius,&linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum,quoniam cadet inter perpẽdicularem e f,& inter lineã circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in puncto e contingentem,& quoniã hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum,quia ſecundum ſui partem qua incidit ſpeculo neceſſario cadet inter ſuperficies planas per centrum uiſus ductas, portionẽ apparentem ſpeculi cõtingentes,& qm̃ per 20.quinti huius,ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, patet quod ſi unus illorum punctorũ eſt in ſuperficie reflexionis quod & reliquus,quia eñ angulus d e f erit æqualis angulo f e c,cadẽt hij anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ quæ eſt e f ultra ſpeculum, in eadem itaq; ſuperficie cadent omnia pũcta c d e f,& eodem modo demonſtrandũ eſt à quocunq; puncto circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,fiat reflexio,ſemper enim illa quatuor puncta erunt in ſuperficie reflexionis,quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi,tũc iterũ à quocunq; pũcto illius lineæ fiat reflexio,ſemp ꝓpoſita quatuor pũcta erũt in ſupficie reflexionis,ut patet p 27.quinti huius. Similiter quoq; patet idem ſi cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & horũ ſpeculoꝝ fuerit ſectio oxigonia,qm̃ illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem p 103.primi huius,& linea à pũcto reflexionis ppendiculariter ducta ſup ſuperficiẽ ſpeculi in pũcto reflexionis contingentẽ,ſemp cadet in axe,ut hæc in ſpeculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis ſunt amplius declarata:eſt ille modus demonſtrandi uniuocus & in iſtis ſpeculis. Quod ſi ſpeculum ꝓpoſitum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut ſupra oſtenſum eſt p p̃miſſam impoſſibile eſt cõmunem ſectionẽ ſupficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi circulũ eſſe, q̃ ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxigonia,tũc eadem erit declaratio qđ quatuor p̃dicta pũcta c d e f,conſiſtũt in ſuperficie reflexiõis,quæ prius in ſpeculis colũnaribus cõcauis,patet ergo illud qđ ꝓponebaẽ. 1111.

Centro uiſus exiſtente intra ſpeculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius axis ſit a b,& ſit cẽtrũ uiſus c,ſitq; pũctũ c,intra ſpeculũ,dico qđ ab om̃i pũcto ſpeculi fiet reflexio ad uiſũ. Siue eñ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis colũnæ ſpeculi,ut cũ ſupficies reflexionis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ axis lõgitudinẽ,ut patet p 93.primi huius,ſiue fuerit circulus æquediſtãs baſibus colũnæ ipſius ſpeculi,ſiue fuerit ſectio oxigonia,ſemp patet p præmiſſam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli ſiue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſup ſuperficiẽ ſpeculi ſunt in eadẽ ſupficie. Eſt ergo ſemp poſſibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uiſum,qm̃ in cõcauitate taliũ ſpeculoꝝ non eſt corpus aliqđ denſum reſiſtẽs multiplicationi formaꝝ p mediũ, à quolibet puncto ergo ſuperficiei taliũ ſpeculoꝝ fiet formarũ reflexio ad uiſum. Idẽ quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus cõcauis,qm̃ centrũ uiſus ſemp eſt intra talia ſpecula,nõ refert à quocunq; pũcto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio,qm̃ ſemp poſſibile erit formã ad uiſum peruenire,niſi forte denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓ-

poſitum, reſumpta figuratione præmiſſæ, poſitoq́ʒ puncto c, intra ſuperficiem ſpeculi in linea c e, quicūqʒ eius punctus in utroqʒ ſpeculorū fuerit datus, ſit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiem planam in illo puncto ſpeculum cōtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem ſpeculi per 96. primi huius, ſic ut cadat in punctum f, & ſuper punctū e, tantū lineæ e f, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uiſum in pūcto c, exiſtentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

Centro uiſus exiſtente extra ſpeculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis ſit a b, & ſit centrū uiſus punctum c, ſitq́ʒ extra ſpeculum, dico quod à maiore parte ſuperficiei concauæ ſpeculi fiet reflexio ad uiſum; imaginentur enim ſuperficies contingentes columnam uel pyramidalem à uiſu ꝓductæ ad ſpeculum, palamq́ʒ per primā ſeptimi huius, quoniam ſolum pars ſuperficiei ſpeculi interiacens illas ſuperficies contingentes eſt illa, à qua ſpeculo exiſtente conuexo fit reflexio ad uiſum. Eſt autem illa pars minor pars ſuperficiei ſpeculi, ut patet de ſpeculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaqʒ illa parte remanet maior pars ſuperficiei ſpeculi, fit autem à tota illa ſuperficie reflexio ad uiſum, quoniam omnis linea ducta ſub lineis contingentibus ſpeculum in aliqua illarum ſuperficierum producta ſecat ſuperficiem ſpeculi p 4. ſeptimi huius, ſecundum illam ergo poteſt fieri reflexio ad uiſum, patet ergo propoſitū.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro exiſtente oppoſitoq́ʒ ipſo uiſui ex parte ſuæ baſis exiſtenti nullius puncti forma uidebitur niſi intra ſpeculum exiſtentis.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit a b, ſitq́ʒ eius conica ſuperficies tota integra, baſis uero eius quæ eſt ſuperficies plana ſit ſubmota ab ipſo ſpeculo, ſitq́ʒ centrum uiſus c, ex parte baſis ſubmotæ, dico quod uiſus non percipiet formam alicuius puncti rei uiſæ niſi illius quæ fuerit inter ipſum ſpeculum. Si enim centrum uiſus c, in aliqua conſiſtat linea longitudinis ſpeculi, fiatq́ʒ reflexio ab illa linea longitudinis ad uiſum, tunc patet, quia punctum rei uiſæ oportebit conſiſtere intra ſpeculum, quoniā ex hypotheſi centrū uiſus eſt ex parte baſis ſpeculi, oportebitq́ʒ punctum rei uiſæ in eadem linea longitudinis exiſtere, aliâs enim non fieret reflexio ꝓpter inæqualitatem angulorū, quod ſi centrum uiſus c, ſit ſub aliqua linearū longitudinis ſpeculi, tunc adhuc patet propoſitum, quoniā enim omnis ꝑpendicularis ducta à quocūqʒ puncto reflexionis quæ fieri poſſit ad uiſum c, in hoc ſitu, tenet angulū acutum cū linea reflexiōis, patet per 33. quinti huius, cum ſemper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ ſemꝑ fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis ſpeculi, oportet ergo de neceſſitate, ut pūcta rei uiſæ quorū formæ reflectuntur ad uiſum à quibuſcunqʒ punctis ſuperficiei totius ſpeculi ſemper ſint intra ipſum ſpeculum, patet ergo propoſitum. Si uero auferatur à ſpeculo tali portio aliqua ſecundū longitudinem ſpeculi, tunc poterit comprehendi exteriora q̄ ſunt extra ſpeculū, qm̄ patebūt liberi introitus lineis incidentiæ formarū extrinſecarū quæ reflectunť ad uiſum. Similiter quoqʒ accidit ſi ſeceť pyramis ſpeculi ad modū annuli ſecundū aliquē circulū æquediſtantē baſi, uel etiā ſecundū oxigoniā ſectionē taliter ut auferať uertex pyramidis ſpeculi tunc eñ inciden-

incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi quàm si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunque puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ab eius quoque puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti quàm d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculi in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaque per 3. huius, quoniam puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & quoniam una sola linea recta à centro uisus quod est c, ducibilis est ad punctũ reflexionis quod est e, patet quod angulus c e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æqualis angulo c e f, linea ergo e d est tantum unica linea, cuius alterius pũcti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectet, cũ enim aliqua linea incidẽtiæ peruenit ad aliquod punctũ corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineã incidere speculo, quoniam punctus altior occultat posteriorẽ, nec præstat transitũ formæ illius, patet ergo propositũ, quoniam in his speculis à quocunque puncto facta reflexione forma unius pũcti nõ potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorum punctorum formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorum punctorũ, quoniam ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularẽ e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraque parte perpẽdicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aũt illud quod hic proponitur satis patuit per 29. quinti huius, hic tñ idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic propositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tm̃ puncto fit reflexio, & una tm̃ occurrit uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea enim recta est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tm̃ est punctus reflexionis, unica tm̃ ergo uidebitur imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritque per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, sitque centrũ uisus c & punctũ rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaque cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrũ uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam enim ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tm̃ puncto sectionis oxigoniæ, fit formæ eiusdẽ puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculorum, quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ potest

test fieri reflexio ad uisum,aliàs eñ latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia .s. illa per quæ transit circulus columnæ ductus per punctū reflexionis æquedistanter basibus,unde uiso uno illoꝶ punctoꝶ alius punctus latebit propter minoris portionis colūnæ ipsius apparentiam.In his uero speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ,ut patet per quintā huius,unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta,quæ sunt extremitates diametri circuli æquedistantis basibus columnæ, eodem modo penitus de speculis pyramidalibus concauis declarandū,eius eñ superficiei plus medietate uni uisui occurrit,& duo puncta per diametrum circuli æquedistãtis basi pyramidis opposita uideri possunt,patet ergo propositum.

X.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente,erit locus imaginis quandoꝗ ultra speculum,quandoꝗ citra uisum,quandoꝗ in centro uisus, quandoꝗ in superficie speculi, quandoꝗ inter uisum & speculum.

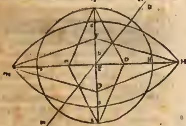
Esto speculū columnare concauū,cuius pars axis sit d k,& eius supficiei columnaris & superficiei reflexionis cõmunis sectio sit oxigonia, quæ a b g,dico quod possibile est rotū,quod hic ꝓponitur,ducatur eñ in hac sectione perpendicularis super superficiē speculum contingentem in puncto reflexionis quæ sit d g,hoc itaꝗ per 1 1 2.& per 104.primi huius,erit semidiameter cuiusdam circuli secundū illum punctū secantis columnā speculi æquedistanter basibus,secabitꝗ axem speculi ꝗ est K d.sitꝗ ut secet ipsum in puncto d,eritꝗ illa perpendicularis tm̄ una,cum à nullo alio puncto sectionis a b g,possit duci linea perpendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto reflexionis ꝗ ab uno puncto reflexionis,cū omnes aliæ lineæ à quibuscūꝗ punctis sectionis a b g, ductæ ad axem d h,sunt obliquæ super supficiē illam speculū contingentem ut patet per prænominatas ꝓpositiones primi huius. Sumatur item alius punctus sectionis a b g,qui sit b, & ducatur ab illo puncto b,linea perpendicularis sup lineam rectam contingentē sectionē a b g, in puncto b,& hæc quidē linea per 1 1 4.primi huius, necessario cõcurret cū ꝑpendiculari g d.Sit ergo exempli causa,concursus in puncto d,qm̄ si concurrant sub puncto d,eadē est demonstratio,sitꝗ pūctus b,taliter sumptū in sectione a b g,circa punctū g,ut angulus b d g,sit acutus. Deinde à puncto g ducatur in superficie sectionis a b g,linea æquedistans lineæ b d,per 3 1.primi,quæ sit g h,& hæc linea cadet inter pyramidalē sectionem,ideo quia cū angulus g d b sit acutus ex hypothesi,erit suus coalternus qui est angulus h g d,similiter acutus p 29.primi,cū lineæ b g & g h,adinuicem æquedistent. Item inter puncta d & h,ducatur à puncto g,linea in superficie sectionis ꝗ per 2.primi huius,necessario cõcurret cū linea b d,qm̄ ipsa concurrēt cum linea b g,æquedistante lineæ b d,sit ergo punctus cõcursus n, cadet itaꝗ linea g n,inter lineas g h & b n.In hac itaꝗ linea g n,sumatˀ punctus quicūꝗ,qui sit o,inter duo puncta g & n, & ultra punctū n, sumatur punctū t,in linea g n.Item à puncto g,ducatur extra ambas lineas g h & b d,& alia linea inter sectionē a b g,quæ sit g 3,hæc itaꝗ linea g 3,quia concurrit cū linea h g,in puncto g,necessario concurret cum linea d b,ꝑducta ultra punctū b,per 2.primi huius, sit cõcursus in puncto e,& sup g, tm̄ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d,ꝑ 2 3.primi,quæ sit angulus d g q,cadatꝗ punctū q in linea b d. Similiter quoꝗ fiat angulus l g d,æqualis angulo h g d,& fiat angulus m g d,æqualis angulo n g d,sintꝗ omnia puncta q, b & m, in linea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrũ uisus fuerit in puncto 3, reflectet ad ipsum forma puncti q, à puncto speculi g. & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctũ e, & si fuerit centrũ uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b, à puncto speculi g, & quõ kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam q'd lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficiei speculi à quo fit reflexio quod est punctũ g, qui locus est primus & proprius ipsius imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, à puncto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus q'd est in puncto n, quod si centrũ uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositũ, quõ in speculis pyramidalibus cõcauis poterit secundũ præmissa cooperante p 113. primi huius, demonstratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui quãdoq; ab uno puncto speculi, quãdoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis semper erit centrum uisus.

Sit speculum columnare concauũ, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctũ rei uisæ d, sintq; puncta c & d in una linea perpendiculari super superficiẽ speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpẽdiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita q'd punctus e sit pũctus superficiei speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & producatur linea e f, ad aliam partem speculi in punctũ g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum t, palam enĩ p 21. quinti huius, quod linea t e, in qua est pũctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc enĩ infinitæ possunt intelligi sup̃ficies secantes se super lineã e f, quarũ quælibet est erecta super superficiẽ contingentem speculũ p 18. undecimi, cũ linea e f, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierũ sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundã illarũ superficierum & superficiei ipsius speculi cõmunis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquedistans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius



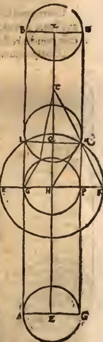
in speculis quibusdã ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est c e, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis est centrũ uisus, qui est punctus t, nec uidebit aliqs punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in superficie ipsius uisus, qñ uero aliqua illarũ superficierum ppendiculariũ super superficiem speculum in puncto e contingentẽ, secant superficiem concauã ipsius speculi, ita quod cõmunis sectio illarũ superficierum est circulus æquedistans basibus columnæ, cuius centrum est f, punctũ axis, & tunc si punctum f fuerit in diametro p h, inter punctũ c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pũctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq;, sitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pũcti d, ad uisum c, reflecti à duob9 pũctis speculi, q̃ sunt e & g, & sunt pũcta terminantia diametrũ illius circuli, à q̃libet enĩ illorũ pũctorũ fit reflexio formæ pũcti d, ad uisum c, ideo q'd angul9 d e f est æq̃lis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorũ enĩ trigonorũ d f e & f e c, duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cõmune, angulusq; d e f, est æq̃lis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est i trigonis d f g & c f e, angulum

gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & q̄m kathetus incidentiæ qui eſt d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit niſi in centro uiſus, quod eſt c, patet per 37. quinti huius, q̄m centrum uiſus eſt locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ eſt c d h, non reflectunẽ ad uiſum c, à puncto ſpeculi h, niſi ſolus ille punctus qui eſt in ſuperficie ipſius uiſus, ut ſupra patuit, ideo qđ non reflectitur niſi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illarũ ſuꝑficierum ꝑpendiculariũ ſuper ſuperficiem ſpeculũ propoſitum in puncto e cõtingentem, & ſuperficiei ſpeculi fuerit oxigonia ſectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uiſum ab aliquibus alijs punctis ſectionis, tñ ſicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ ꝑpendiculares ſuꝑ ſuꝑficiem in ſuꝑficie ſectionis ſe intrinſecare non poſſint, ſicut in ſuperficie circuli æquediſtantis baſibus ſpeculi ſe tales duæ diametri ſecant ſuper centrũ f, ut iam patuit, quæ ſunt p h, & e g, nõ eñ eſt diameter ſectionis quæ eſt p h, perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto h, ſed oblique incidit ſuper illam. quando diameter e g, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & hoc accidit ꝓpter obliquationem ſectionis oxigoniæ ſuper axem columnæ ſpeculi, non ergo reflectetẽ forma puncti d, ad uiſum c, per lineam c d h, ſed ſi puncta d & c, æqualiter diſtent à pũcto f, ita ut linea d f, ſit æqualis lineæ f c, tunc à punctis ſpeculũ e & g, quæ ſunt termini lineæ ꝑpendicularis ſuper ſuꝑficiẽ ſpeculi, quæ eſt linea e ſ q, poteſt fieri reflexio formæ puncti d, ad uiſum c, per 20, quinti huius, & per 4. primi, ut ſupra patuit, q̄m anguli d e ſ, & f e c ſunt æquales, & itẽ anguli d g ſ & f g c ſunt æquales, & pũctũ rei uiſæ q̃d eſt d, & centrũ uiſus qđ eſt c, ſunt cũ ambobus punctis reflexionis, qui ſunt e & g, & cũ puncto axis f, cui incidit linea e ſ g, quæ eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculum in punctis e & g, in eadẽ ſuꝑficie ipſius ſectionis, patet ergo qđ fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uiſum c, & erit locus imaginis in utriſq; centrũ uiſus qđ eſt c. ſed ſi puncta d & c, fuerint in ꝑpendiculari e f, tunc nõ fiet reflexio ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ niſi ſolũ à puncto e, q̄m forma incidens ſuperficiei ſpeculi ſecundũ lineã ꝑpendicularẽ reflectiẽ ſecundũ eandẽ perpendicularẽ, & in ſectione oxigonia eſt unica linea ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculũ cõtingentẽ, q̃re ut prius dictũ eſt per illã ſolã fit reflexio ſolius pũcti lieæ ꝑpẽdicularis, q eſt i ſuperficie uiſus, & ſicut prius erit locus imaginis in cẽtro uiſus. Eodẽ q̃q; mõ deducẽdũ, patet idẽ ꝓpoſitũ in ſpeculis pyramidalibus cõcauis, ducta eñ à centro uiſus ad ſuꝑficiẽ cõtingẽtẽ ſpeculũ pyramidale linea recta ꝑpẽdiculari ſuꝑ illã ſuꝑficiẽ, ſi ĩ illa ꝑpẽdiculari ſumatẽ pũctus corporeus ĩter uiſum & ſpeculũ, patet qđ nõ reflectetẽ forma eius ad uiſum ſecundũ illã ꝑpẽdicularẽ, q̄m pũctus ille occultabit tm̄ ꝑpẽdicularis, & nõ reflectetẽ ab ipſo, ſi aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari, reflectetẽ ad uiſum ſecundũ hanc perpẽdicularẽ forma ſolius puncti ſuperficiei uiſus, qđ punctũ ex illa ſuꝑficie uiſus ſecat ipſa perpendicularis, ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, ab uno tm̄ pũcto ſpeculi fit reflexio, ſicut & in alio ſpeculo colũnari poſtẽ ſum eſt, qđ ſi ſectio fuerit oxigonia, q̃nq; ab uno puncto, q̃nq; à duobus poteſt fieri reflexió ſecundũ diuerſitatẽ ſitus rei uiſæ & cẽtri uiſus, q̄m punctis c & d exiſtentib9 in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & ſi puncto t, exiſtẽte in linea ſ g, punctus d, ſit in linea ſ e, fiet reflexio forte à punctis h & p, & ſemꝑ locus imaginis eſt centrũ uiſus, uniuerſaliter eñ tam in ſpeculis pyramidalib9 q̃ colũnarib9 concauis exiſtẽte axe ſpeculi ĩter uiſum & ſpeculũ nõ fiet reflexio ꝑ lineã ad uiſum ꝑpendicularẽ niſi ab uno tm̄ pũcto ſpeculi quẽ ſecat illa ꝑpendicularis, & ſolum illius puncti ſuꝑficiei uiſus, quẽ ſecat illa ꝑpendicularis ducta à centro uiſus, hoc quoq; qđ p̄miſimus, tunc demum uerum eſt, ſi linea f h fuerit ꝑpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quod eſt poſſibile fieri in ſpeculis pyramidalibus, non aũt in ſpeculis columnaribus, quia tũc ſemꝑ ſectio eſt obliqua ſuper ſuꝑficiem ſpeculi, & ſimiliter eſt de linea ſ p, patet ergo ꝓpoſitum, q̄m ſectionem pyramidalẽ poſſibile eſt ſic diſponi, ut linea p h, ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & ut ordinetur reflexio ſecundum illud.

XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq́ꝫ locus imaginis centrum uisus.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit a b, sitq́ꝫ centrũ uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrum circuli quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni qui est totius sphæræ oculi transiens per centrum foraminis uneæ & per centrum oculi, hoc est arcui qui interiacet extremas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiã foraminis uneæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur em̃ illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphæræ ipsius oculi secantis portionem sphæræ oculi, cui correspondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super supficiẽ sphæræ oculi per 72. primi huius, qm̃ ducãtur à cẽtro, sed eædem lineæ ad periferiam circuli basis speculi ꝓductæ sunt ꝑpendiculares super superficiẽ speculi ꝑ eandem rationem, qm̃ exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt ꝑpendiculares super utrasq́ꝫ istas superficies, ergo per 21 quinti huius, ipsæ reflectunẽ in se ipsas, formæ ergo punctoꝝ superficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes reflectũtur ad uisum per easdẽ, & qm̃ circulus sphæræ oculi & circulus basis speculi cũ idem centrum habeant sunt circuli æquedistantes, patet ꝑ diffinitionem similium arcuũ, quod arcus quasq́ꝫ duas ipsaꝝ semidiametros interiacentes sunt similes, arcus itaq́ꝫ circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectiẽ, & forte ille arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtẽsum arcui circuli magni, & sphæræ ipsius oculi transeunti per centrũ uneæ & trans totum foramen uneæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphæræ oculi, illi aũt corrñdet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphæræ 4. circuli per ultimã sexti, locus aũt imaginis omniũ punctoꝝ superficiei oculi taliter reflexoꝝ est in centro ipsius uisus, ut patet ꝑ præmissam, & qm̃ de quocunq́ꝫ circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.



XIII.

In speculis columnaribus cõcauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq́ꝫ imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit e 3, sintq́ꝫ t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctoꝝ reflecti ad alterũ, ut proponiẽ. Sint em̃ circuli a g & b d bases speculi, & diuidaẽ linea t h, per æqualia in puncto q, per 10. primi, & super centrum q, describatur circulus in superficie speculi æq̃distans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q n, ducantur quoq́ꝫ lineæ longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sint b l a, & d m g, fiat quoq́ꝫ circa centrũ h circulus, cuius diameter sit linea k h p, & ducanẽ lineæ t l, t m, h l, h m, quia axis speculi qui est e 3, ꝑ 92. primi huius, erectus est sup superficiem circuli l m patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q, est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æqua-

les per diffinitionem circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt t q m & h q m, & t q l & h q l. sunt æquiangula, angulus itaq; t l q, est æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto t, & alicuius rei uisæ punctus fuerit h, reflectetur forma puncti h, ad uisum existentem in puncto speculi quod est l, & similiter à puncto m, si itaq; triangulus t l h. fixo manente latere t h, quod est part axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principium, tunc punctus l, motu suo describet circulũ, & semper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectetur forma puncti h, ad uisum existentem in puncto t, quia uero diameter p h k, est ꝑpendicularis super superficiẽ speculi, palã quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h, ꝑducatur itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra superficiẽ speculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, ꝑducta, concurret autem per 14. primi huius, quoniam fiet cum angulus t h k, sic rectus, angulus h t l est acutus, sit punctus cõcursus f, similiter quoq; ꝑducto katheto h p, ultra punctũ p, concurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m, sit punctus cõcursus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebitur simul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu pũctus f, describet circulũ extra columnã speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit ꝓbandi modus sumptis quibuscũq; duobus pũctis in axe speculi, oportebit tamen hoc modo uisum taliter sisti, ut cẽtrũ eius sit directe i axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo centro circuli speculi, aut circuli basis, aut æque distantis ei, aliàs enim locus imaginis nõ occurret uisui extra speculũ, patet ergo ꝓpositũ.

XIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo, quandoq; unum, quandoq; duo, quandoq; tres, quandoq; quatuor erũt puncta reflexionis & nõ plura, & secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.

Esto speculum colũnare concauum, cuius axis a b, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus qui c d, e f, cuius centrũ sit b, sitq; centrum uisus g, & punctũ rei uisæ h, quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur, ducantur enim diametri g b & h b, quæ ꝑducantur ad periferiam circuli, pateتq; per 40. octaui huius, quoniam possibile est quandoq; formã puncti h, reflecti ad uisum existentem in puncto g, ab uno tamen pũcto circuli c d e f, quandoq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, non autẽ à pluribus, & quoniam in ꝓposito cum reflexio fiat à circulo speculi nõ est aliqua differentia quo ad illud; patet ergo primũ ꝓpositum, patet ergo etiã prout ostensum est in 11. octaui huius, sic katheti incidentiæ cõcurrant cum lineis reflexionis siue æquedistent, quod secundũ numerum linearum reflexionis imagines numerantur, & hoc est totũ quod ꝓponebatur.

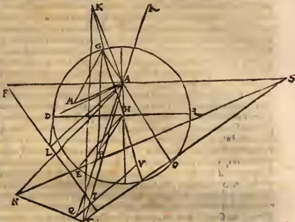
XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexionis & speculi existente oxigonia, formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tamen puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autẽ à pluribus, & secundũ hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare concauũ, cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq̃ incidens speculo, ita quod nõ sit in aliqua linearum ꝑpendiculariũ sup superficiẽ speculi, quæ sit punctus a, taliter ut communis sectio superficiei reflexiõis & speculi, sit sectio oxigonia, dico quod possibile est ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. pũctis alicuius oxigoniæ

sectionis

sectionis fiat reflexio ad uisum,& q̃nq; unica appareat imago,q̃nq; duæ,q̃nq; tres,q̃nq; 4.& nõ plures imagines,qm̃ totidẽ sunt pũcta reflexionis tm̃ possibilia, imaginet̃ itaq; superficies plana transiens per punctũ a, æquedistans basibus speculi ppositi,eritq; cõmunis sectio huius superficiei & superficiei speculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ sit h,sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctũ qd' sit b, inæqualiter distans à centro h,in puncto a,& ducant̃ à punctis a & b,ad centrũ circuli h,lineæ a h & b h,& cõpleant̃ diametri illius circuli eisdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde pductis, palã ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate p̄cedente,& in 40.huius, qd' ab uno puncto arcus interiacentis duas semidiametros a h & b h,potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentẽ in puncto b,uel forsitan à duobus uel à tribus,sed nõ à pluribus, ab arcu uero opposito isti arcui utpote ab illo arcu q cadet inter,easdẽ semidiametros pductas ad aliam partẽ periferiæ circuli nõ potest fieri reflexio formæ puncti a,ad uisum b, nisi ab uno tm̃ pũcto. Esto itaq; qd' forma pũcti a,reflectatur ad uisum h, à trib9 pũctis speculi ppositi arcus.s.unius interiacẽtis semidiametros a h & b h, quæ sint puncta g d e,& ducantur lineæ a g h g,a d,h d, b d, a e, h e,b e, & à puncto a, rei uisæ, ducant̃ in eadem superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris,quæ sunt h g,h d,h e, quæ lineæ æquedistantes sint a k,a f,a n,ita quod linea a k,sit æq̃distãs semidiametro h g,& linea a f,semidiametro h d,& linea a n, semidiametro h e,cũ itaq; linea a k,sit æq̃distans semidiametro h g,& linea b g,cõcurrat cũ eadẽ semidiametro in puncto g,palã p 2.primi huius,qm̃ linea b g,cõcurret cũ linea a k, sit ergo punctus cõcursus k. Similiter q̃q; per eandẽ rationẽ linea b g d,cõcurret cũ linea a f, sit cõcursus pũctus f,similiter q̃q; linea b e,cõcurret cũ linea a n,sit pũctus cõcursus n,deinde à puncto b,erigat̃ ppendicularis sup superficiẽ circuli,cuius centrũ h,p 12.undecimi,q̃ sit b t,& qm̃ axis x h,est perpendicularis sup supficiẽ illius circuli,erit per 6.undecimi,linea b t,æquedistans axi x h. Sumat̃q; in linea b t punctũ quodcũq;,qd' sit t,& ab illo ducant̃ tres lineæ ad tria puncta k f n,q̃ sint lineæ t k,t f,t n, & à tribus punctis g d e, erigant̃ p 12.undecimi,tres ppẽdiculares sup superficiẽ circuli,cuius centrũ h, q̃ sint g m,d l,e q,erũt ergo p 6.undecimi,lineæ b t & e q æquedistãtes,& qm̃,ut patet p 1.primi huius,oẽs lineæ æquedistantes sunt in eadẽ supficie,palã p 1.undecimi,qm̃ lineæ b t & e q,sunt in supficie trianguli b t n,igit̃ linea e q,secabit lineã t n,sicut secet ipsam in puncto q,& penitus per eundẽ modũ sit ut linea d l,secet lineã t f in pũcto l,& linea g m,secet lineã t k in pũcto m. Erũtq; per 92.primi huius,hæ 3.lineæ.s.e q & d l, & g m,partes linearũ longitudinis speculi,cũ sint in supficie colũnæ speculi ppẽdiculariter pductæ super superficiẽ circuli,cuius centrũ h,& per cõsequẽs sint erectæ super bases speculi per 23.primi huius,& à puncto q,ducat̃ per 31.primi,linea æq̃distantis lineæ n a, q̃ sit linea q u,hæc itaq; per 30.primi,erit æquedistans lineæ h e,qm̃ ipsa h e,æq̃distat lineæ a n, ut patet ex p̄missis, qa itaq; axis x h,cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi huius



tus, qm̄ ipse axis cōcurret cū eius æq̄distante ducta à pūcto q, sit cōcursus in pūcto u, & sit illa æq̄distans linea q u, & ducaẽ linea t a, hæc itaq; secabit lineā q u, qm̄ linea q u, ducitur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æquedistātis basi t b, & omnes illæ lineæ sunt in eadem supficie, lineaq; t a, pducta est inter lineā t u, æquedistātē axi h u, & inter ipsum axē, patet qđ linea t a, secabit lineā q u, sunt em̄ ambæ in eadē superficie, sit itaq; linearũ t a & q u, punctus sectionis i, & ducaẽ linea q a, q̄a itaq; lineæ h e & a n, sunt æquedistātes, ut supra patuit, palā p 29. primi, q̄a angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt æq̄les, q̄a coalterni, sed angulus reflexiōis quæ est h e b, est æqualis angulo incidētiæ, quæ est a e h, p 20. q̄nti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo per 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed liea e q est ppendicularis sup superficiē trigoni a e n, q̄a & sup supficiē circuli, cuius centrū est h, est erecta, ut supra patuit, cū itaq; liea a e, sit cōis duobus trigonis q e a & q e n, patet per 4. primi, qm̄ illa trigona sunt æq̄lia, eritq; liea q n, æqualis lineæ q a, ergo p 5. primi, q̄a trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, q̄a itaq; linea q i, æquedistat lineæ a n, patet p 29. primi, qm̄ angulus t q i extrinsecus, æqualis est angulo t n a intrinseco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, q̄a sunt coalterni, erit ergo angul9 i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; puncti a, p 20. q̄nti huius, reflecteẽ ad uisum existentē in pūcto t, à pūcto speculi qđ est q, & eodē mō demonstrandū, qm̄ forma pūcti a, reflectiẽ ad uisum existentē in puncto t, ab alijs duob9 punctis speculi similib9 pūcto a, quæ sunt pūcta l & m, sit ergo formæ pūcti a, ad uisum in punctū t, fiet reflexio à trib9 pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m, & ex eadē parte colūnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio à plurib9 punctis speculi ex illa parte. Si em̄ deẽ q̄dcūq; punctū superficiei speculi colūnaris cōcaui aliud ab istis trib9, à quo dicaẽ posse fieri reflexio formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, ducaẽ ab illo puncto dato liea lōgitudinis speculi sup circulū, cuius centrū h, & ostēdiẽ mō p̄misso, quod à puncto periferiæ illius circuli, cui incidit illa liea lōgitudinis, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, & sic à 4. pūctis arcus interiacentis diametros circuli, in q̄b9 sunt centrū uisus & pūctū rei uisæ, fiet reflexio ad uisum. s. à trib9 punctis g d e, & à 4. dato q̄d est cōtra 40. octaui huius, & impossibile, nō ergo fiet reflexio formæ pūcti a, ad uisum existētē in pūcto t, nisi à trib9 pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars colūnaris speculi abscissa fuerit, patet qđ tn̄ fiet reflexio à trib9 pūctis speculi, qđ si totū speculū integrū fuerit, possibile est fieri reflexionē à pūctis 4. Iam em̄ patuit p 27. octaui huius, qđ ex arcu circuli, cuius centrū h, oppsito arcui g t d e c, potest forma puncti a reflecti ad uisum existētem in puncto b, ab uno tm̄ pūcto. Sit ergo illud pūctū 3, & ducaẽ semidiameter h 3, à pūcto a, p 31. primi, ducaẽ linea æquedistans, q̄ sit a s, & ducaẽ linea reflexionis quæ sit b 3 cōcurrēs cū liea a s ī pūcto s, cōcurret aūt p 2. primi huius, qm̄ cōcurrit cū liea h 3, æquedistāte ipsi a s, & à pūcto 3, erigaẽ sup supficiē circuli, cuius centrū h, liea 3 o ppēdiculariter p 12. undecimi, hæc ergo p 6. undecimi, æquedistabit lieæ b c, ducaẽ itaq; linea t s, q̄ sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineā 3 o, qm̄ sunt in eadē supficie, sit ergo punctus sectionis o, patebitq; secūdū p̄missos prius modos, qm̄ forma pūcti s, reflectiẽ ad uisum existentē in pūcto t, & à pūcto speculi qđ est o, nec erit possibilis reflexio ab aliquo puncto supficiei speculi ex illa pte p̄ter q̄ à pūcto o. Si em̄ deẽ qđ ab aliq̄ alio pūcto hoc sit possibile, sequeẽ ut prius deduximus, qđ similiter ab alio pūcto illius arcus circuli, cuius cētrū h, q̄ à pūcto 3, possit forma pūcti a, reflecti ad uisum existētē in pūcto b, qđ est īpossibile, & cōtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pūcti a, ab uno pūcto circuli, cuius cētrum h, reflectiẽ ad uisum existentē in pūcto b, reflecteẽ eadē forma pūcti a, ad eandē speculi colūnaris cōcaui ad uisum existētē in pūcto t, ab uno tm̄ speculi pūcto, et si à duob9 punctis speculi fiat reflexio formæ pūcti a ad b, & à duob9 pūctis speculi reflecteẽ a ad t. Si uero una harũ reflexionū à trib9 fiat pūctis, fiet etiā reliq̄ à trib9, & ab illa pte circuli uel speculi nō est possibile fieri plures reflexiōes, sicut aūt ab uno tm̄ pūcto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ pūcti a ad punctū b, sic etiam ex illa pte speculi ab uno tm̄ pūcto fit reflexio formæ pūcti a, ad uisum existētē in pūcto t. Itē linea t b æquedistat axi

x h. Sũt ergo in eadẽ sup̃ficie p 1. primi huius, q̃ est sup̃ficies b h u, nec em̃ potest alia sumi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Itẽ nec potest sumi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter super superficiem circuli cuius centrum est punctũ h, cũ per 92. primi huius, axis h u, sit perpẽdicularis super ipsam, punctus ergo c, nõ est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli, sed neq; illa puncta c & a, sunt in eodem circulo, sed neq; sunt in axe speculi, quoniã linea b c est æquedistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uisum existentẽ in pũcto c, est oxigonia sectio, uerũ ꝓducta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cum quatuor sint superficies reflexionis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficierum necesse est esse duo puncta quæ sunt a & c, patet quod linea p r, est cõmunis illis quatuor sup̃ficiebus per primam undecimi, quoniam lineæ p r, sunt centrũ uisus quæ est punctum c, & punctum rei uisæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in oĩni superficie reflexiõis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, quælibet aũt illarum superficierum secat speculum super superficiem contingentem speculum in puncto suæ reflexionis, & cuilibet istarum superficierum reflexionis, & superficiei in illo puncto speculũ contingentis cõmunis sectio est linea recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem, sicut lineæ cõmunes illarum sectionũ sunt eædem, linea itaq; p r, est perpendicularis sup̃ unam tantum illarũ quatuor cõmuniũ linearũ non super duas, quoniam si esset perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpendicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearũ contingentes, linea itaq; p r, necessario transiret axem, cum tamen ostensum sit prius quod linea c a, quia est pars lineæ c p r, cadat citra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas cõmunes à pũcto rei uisæ quod est a, quæ erũt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares super oxigonias sectiones cõmunes illis superficiebus reflexionum & speculi. Quælibet itaq; istarum perpendicularium aut erit æquedistans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa siue intra speculum siue extra, si fuerit æquedistans, erit locus imaginis ipse pũctus reflexionis ut supra patuit in undecima huius, & cum quatuor sint huius perpendiculares, erũt quatuor loca imaginũ, & quatuor imagines, ideo quod quatuor sunt loca reflexionum. Si uero omnes ille quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis istarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, q̃a quatuor sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundũ numerum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

XVI.

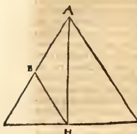
In speculis columnaribus concauis dato centro uisus in puncto rei uisæ punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit d h, sitq; punctũ rei uisæ a, & centrum uisus b, quæ fiũt in locis datis, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pũctum rei uisæ quod est a, & centrum uisus quod est b, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 93. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexiõis, & speculi est linea longitudinis, potest itaq; inueniri punctũ reflexionis sicut in speculis planis per 46, quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æque distanter basibus, erit ergo per 100. primi, communis sectio superficiei illius & superficiei speculi circulus, centrum itaq; uisus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut non, si sic, potest reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, sicut supra in 27. octaui huius, docuimus in speculis sphæricis concauis. Si uero centrum uisus b, non fuerit in superficie illius circuli, tunc cũ punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sit in superficie reflexionis, per 3. huius, patet quod cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in hoc situ est sectio oxigonia: ducatur ergo à puncto b, centro uisus perpendicularis super superficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota ꝓbatio proximæ præcedentis, est palam, quia inuenitur pũctus reflexionis, quod est propositum.

XVII.

Centro uisus existente in puncto qui est communis sectio axis, & lineæ perpendicularis super superficiem contingentem speculum pyramidale concauum fiet reflexio formæ ipsius oculi ab una totali periferia circuli speculi æquedistantis basi, & solum per lineas perpendiculares, locusq; imaginis erit in centro uisus.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a h, & ducatur à puncto h, linea perpendicularis super superficiē contingentem speculum in puncto b, erit itaq; punctus b, communis sectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ est h b, dico quod si centrum uisus positum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota periferia unius circuli speculi æquedistantis basi cuius polus erit punctus h. Sit eñ punctus a, uertex speculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet p 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis speculi, eritq; trigonum h b a orthogonium, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b, super lineam a b, imaginentur ergo à pūcto h, plurimæ duci perpendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b, perpendicularis super lineam longitudinis quæ est a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quousq; ad locum unde exiuit redeat, describetq; punctum b, circulum in periferia concauitatis speculi, à cuius quolibet periferiæ pūcto fiet reflexio ad uisum existentem in puncto h, secundum lineas perpendiculares similes lineæ h b, hoc est secundum lineas quas motu suo determinabit linea h b, fiet autem reflexio solū superficiei illius uisus per 21. quinti huius, & solum partis superficiei uisus, quam secant duæ lineæ perpendiculares à centro oculi existentes, & maiorē angulū qui est impossibilis continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus imaginis in centro uisus, quoniam non fit reflexio nisi secundum perpendiculares, patet itaq; ꝓpositum, ita tamen quod inter centrū uisus & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidum quod obsistat.



XVIII.

Existentibus centro uisus pūctoq; rei uisæ in axe speculi pyramidalis concaui, possibile est reflectionem fieri à toto uno circulo superficiei reflexionis speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum.

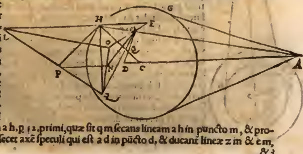
Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a h, & uertex a, sitq; centrum uisus in puncto h, & sit punctus rei uisæ in puncto axis qui sit t, imagineturq; superficies plana secans pyramidem speculi secundum axis longitudinem, quæ sit a b h g, & qm̃ linea a h est axis speculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis speculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uisæ quod est t, linea perpendicularis super lineam a b quæ sit t q, & producatur ultra punctum q, extra speculum ad punctum l, donec linea q l sit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l, hæc itaq; necessario secabit lineam a b, quoniā est cū illa in eadem superficie, sit ergo ut secet ipsam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem speculi sit linea b d secans axem a h in pūcto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q sit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, sed angulus q t b æqualis est angulo t b d, p 29. primi, qa sunt coalterni, & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrinseco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti t, reflectitur à pūcto speculi quod est b, ad centrū uisus existens in puncto h, & quoniam linea t q est perpendicularis super superficiem speculi, patet per diffinitionem, quoniam ipsa est kathetus incidentiæ formæ pūcti t, concurret autem kathetus t q, cū linea reflexionis q̄ est h b in pūcto l, est ergo pūctus l, locus imaginis formæ pūcti t, per 37. quinti huius,

hu.. ,si itaque fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quousque redeat ad locum unde incepit, tunc punctus b, motu suo describet circulum in superficie concaua speculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoque l, motu suo describet circulum extra speculum, in cuius totali periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent, patet itaque propositum.

XIX.

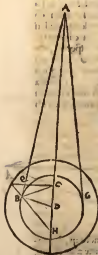
In pyramidalibus cōcauis speculis communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existente; & centro uisus punctoque rei uisæ existentibus in eadem superficie basis speculi aut ei æquedistantis, neque sit ipsorū aliquod in axe speculi formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum pūcto speculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculum pyramidale concauum a g u, cuius axis sit a d & uertex a, sitque punctus e centrum uisus, & sit z punctus rei uisæ oblique incidens speculo, ita quod non sit in aliqua linearum perpendicularium super superficiem uisus, neque sit in axe speculi qd' est a d, neque fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi, fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uisum e, ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessario communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia per secundam huius, & sint puncta e & z, in eadem superficie circuli basis speculi aut æquedistantis ei, dico quod est possibile ut ab uno tantum puncto speculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uisum, & quandoque unica apparebit imago, quandoque duæ, quandoque tres, quādoque quatuor, nec est possibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum sunt pūcta reflexionis possibilia, imaginetur itaque superficies plana transiens per punctum z, æquedistans basi speculi, hoc itaque superficies per 100. primi huius, secabit speculū secundū circulū, centrū itaque uisus quod est pūctū e, ut patet ex hypothesi erit in superficie illius circuli, cuius centrum sit c, & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulū, palam ergo per ea q̄ demonstrata sunt in speculis sphæricis cōcauis per 40. octaui huius, quoniam in tali dispositione forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte scilicet ab arcu interiacente semidiametros, in quibus puncta z & e consistunt, aut ab uno puncto speculi, aut à duobus, aut à tribus, et ex alia parte ab arcu scilicet interiacente illas semidiametros reliquas, in quibus puncta z & e, nō consistūt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaque aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod sit h, & ducantur lineæ z h & e h, & semidiameter c h, patet itaque per 17. tertij, quoniam linea c h est perpendicularis super lineam circulū in pūcto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam est, quoniam linea c h diuidit angulū z h e p æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h secabit lineā e z, sit ergo punctus sectiōis, ducaturque p 101. primi huius, linea lōgitudinis speculi quæ sit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter sup lineam a h, p 12. primi, quæ sit q m secans lineam a h in puncto m, & producta ultra pūctū q, secet axē speculi qui est a d in pūcto d, & ducanē lineæ z m & e m,



 & à

& a puncto z, quod est punctū rei uisæ ducatur in superficie illius circuli linea æq̄distans lineæ q h, q̄ sit z l, quia itaq; linea e h concurrit cū linea q h in pūcto h, patet per 2. primi huius, q̄m linea e h, pducta ultra punctū h, cōcurret cū linea z l, sit cōcursus pūctus l, & a puncto h, ducat̃ linea ꝑpendicularis super lineā l z, q̄ sit h p, deinde in superficie e m z, ducat̃ a pūcto z, linea æquedistans lineæ q m, q̄ sit linea z o, quia itaq; linea e m cōcurrit cū linea m q, patet p 2. primi huius, quod ipsa cōcurret cū linea z o ipsius æquedistante. Sit ergo cōcursus in pūcto o, & ducatur linea l o, & a pūcto p, ducat̃ linea æquedistans lineæ l o, quæ sit linea p n secans lineā z o in pūcto n, & ducatur linea m n, palā itaq; ex p̄missis, & p 20. quinti huius, qđ angulus e h q est æqualis angulo q h z, sed quia lineæ c h & l z æquedistant, patet p 29. quod anguli q h z & h z l sunt æquales, quia coalterni, sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseco, anguli ergo h l z & h z l sunt æquales, ergo p 6. primi, latera h l & h z sunt æqualia, sed linea h p est perpendicularis super lineā l z, basem ysochelis h l z, erūt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z similia, ergo per 4. sexti, cū linea h p, sit ambobus illis trigonis cōmunis, erit linea l p æq̄lis lineæ p z, sed in trigono l o z, linea p n est æquedistās lineæ l o, ergo per 2. sexti, erit pportio lineæ z n ad lineā o n, sicut lineæ z p ad lineā p l. Est ergo linea z n æq̄lis lineæ n o, itē cū sicut patet ex p̄missis linea o z sit æq̄distās q m, & linea h q sit æq̄distās l z, ergo p 15. undecimi, erit sup̄ficies z l o æquedistās superficiei q m h, & superficies e o l, secat illas duas superficies, superficiē quidē q h m secūdū lineā h m, & superficiē l o z secundū lineā l o, ergo p 16. undecimi, cōmunes sectiones superficiei e o l, cū illis duabus superficiebus æquedistantibus sunt æquedistantes, linea ergo h m æquedistabit lineæ l o, sed linea p n æquedistat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æquedistāt, quia itaq; linea h p, cadit int̃ lineas h c & l z æquedistātes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c sunt æq̄les, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h c est rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cōtingit circulū, igit̃ superficies a h p est cōtingens pyramidem speculi, ergo per 95. primi huius, cōtingit lineā illā secundū lineā longitudinis q̄ est a h, & in hac superficie erūt ambæ lineæ p n & n m, linea quidē m h, q̄m est pars lineæ longitudinis quæ est a h, linea uero p n, per 2. primi huius, Omnes eñ lineæ æquedistantes necessario sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquedistāt, linea uero n m est in eadem superficie per primā undecimi, q̄m pūcta n & m sunt in illa superficie, est aūt linea d m ꝑpendicularis sup̄ sup̄ficiē a h p, speculū cōtingentē, ergo linea d m est perpendicularis sup̄ lineā n m, p diffinitionē lineæ perpēdicularis super superficiē, sed lineæ d m & o z æquedistāt, ut prius patuit, ergo p 29. primi, linea n m q̄ est ꝑpendicularis sup̄ lineā d m, erit perpēdicularis super eius æq̄distantē q̄ est z o, sed linea o n est æq̄lis z n, ergo p 4. primi, erit linea m o æq̄lis m z, ergo p 7. quinti, erit pportio lineæ e m ad lineā m o sicut eiusdē ad lineā m z. Est aūt pportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e q ad lineā q z, per 2. sexti, cū lineæ m q & o z sunt æquedistātes, in trigono o z e, uel sic, est aūt pportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e h ad lineā h l, sed lineæ l h & h z sunt æquales p p̄missa, ergo per 7. quinti, est pportio lineæ e h ad lineā h z, sicut ad lineā h l, est aūt p 3. sexti, cū linea h q, diuidat angulū e h z p æqualia, pportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo p 11. quinti, pportio lineæ e m ad lineā m z, sicut lineæ e q ad lineā q z, ergo m q diuidit angulū e m z per æqualia, p 3. sexti, est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti z reflectit̃ ad uisum existentē in pūcto e, a puncto speculi quod est m, sicut itaq; forma pūcti z reflectitur ad uisum existentē in puncto e, a solo puncto circuli quod est h, ita similiter reflectet̃ eadē forma puncti z ad uisum e, a solo puncto speculi quod est m b, si fiat in hoc situ reflexio a duobus punctis circuli, erit etiā reflexio a duobus punctis speculi, & per eandē demonstrandū, & si a tribus punctis circuli fiat reflexio, fiet etiā a tribus punctis speculi, & si fiat a quatuor punctis huius, fiet etiam a quatuor punctis alterius & ab alia parte circuli, ita fiet etiā



reflexio

reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cõmuni sectione sup̃ficiei reflexiõis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctóq; rei uisæ existentibus intra speculũ, non in axe, nec in eadẽ sup̃ficie basis speculi, aut ei æquedistante, formarũ punctorũ rei uisæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto speculi, quarundã à duobus, quarundã à tribus, quarundã à quatuor, non aũt à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq; punctus rei uisæ z, & centrum uisus e, ductaq; per punctum z, superficie secante speculũ æquedistanter basi speculi, non sit pũctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq; quod uerum est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrũ uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi est intra speculum, non in axe, sitq; centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octaui huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e, à pũcto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, et linea longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq; ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctũ h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & pũctum e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam lõgitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq; p̃ducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet p̃ 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea æquedistans semidiametro q c, p̃ 31. primi, quæ sit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet cum linea z f, sit punctus concursus f, Item à puncto z ducatur linea æquedistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cõcurret cũ illa z h, sit punctus cõcursus k, & ducantur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis. patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, concurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cum itaq; linea z f sit æquedistans lineæ q c, & linea z k æquedistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq; d p & q c, similiter concurrunt in aliq̃ puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquedistantes, per 15. undecimi. quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam enĩ linea p o, p̃ducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa superficie, tota ergo superficies o p q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup̃ duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f sunt æquedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à pũcto c, linea perpendicularis super lineã z f, per 12. primi, quæ sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo p̃ 29. primi, angulus s c q est

rectus, quoniam linea z f & c q æquedistant, ergo per 15. tertij, linea c s cõtingit in puncto c circulum, cuius centrum est punctum q, superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam lõgitudinis quæ est a c, sed linea o p est perpendicularis super lineam a c, est ergo linea o p, erecta super superficiem a c s cõtingentem pyramidem, quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntẽ per axem a d, & per lineam longitudinis a c, talis autem superficies ut patet p 97. primi huius, erecta est super superficiẽ contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c, quia ergo superficies a c s, secat duas superficies o p q c & z k f, quæ sunt æquedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum communes sectiones sunt æquedistantes, quarum linearum una est linea p c, & altera sit linea s l, secans lineam z k in puncto l, patet quoq;, quia punctus l, cadit inter puncta k & z, lineæ itaq; p c & s l æquedistant, sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus, ergo per 30. primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes, & quoniam lineæ q c & z f æquedistant, patet per 29. primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f, quia sunt coalterni, & angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco, sed anguli h c n & n c z sunt æquales, ergo anguli c f z & c z f sunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z sunt æquales, & linea c s est perpendicularis super basem ysochelis c f z, trigona itaq; partialia quæ sunt c s f & c s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea c s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea s f æqualis lineæ s z, sed cum linea s z æquedistet lineæ f k, in trigono f k z, erit per secundam sexti, proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducaturq; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineã z k, ergo per 4. primi, cum linea k l sit æqualis lineæ l z, lineaq; p l sit communis, & anguli ad punctũ l sint æquales, quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, sed per 29. primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco, quoniam lineæ o p & z k æquedistant, & angulus o p z est æqualis angulo p z k, quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales, cum angulus p k z & p z k sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto superficiei speculi quod est p, quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q, à quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h, præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflectetur forma puncti z, ad uisum existentem in pũcto e, ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; si forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e, à tribus punctis speculi, & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & à quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum

hæc lo-

hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluribus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ pūcti z, ad uisum existentem in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli, cuius centrum est punctū q, poterit per conuersionē præmissæ demonstrationis ostendi, quod forma puncti z, reflectetur ad uisum existentē in pūcto h, à pluribus pūctis circuli quàm à quatuor, quod est impossibile, & cōtra 49. octaui huius, semper enim ut patuit ex præmissis à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h, à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e, & econuerso, & dicenti contrariū accidit impossibile modo prædicto, patet itaq; quod pūctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, sicut neq; in sphæricis concauis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a d, sitq; pūctus rei uisæ 3, & centrum uisus sit punctum e, quæ sint in locis datis, dico quòd est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisæ quod est 3, & centrum uisus quod est e, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi, potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta 3 & b, non fuerint in illa totali superficie, imaginetur superficies transiens per pūctum z, secans speculum æquedistanter suæ basi, erit ergo p 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrum itaq; uisus quod est punctum e, aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunq; autem sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia re- plicata ergo demōstratione 59. huius, uel proximæ præmissæ, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uisum existentem in pūcto h, ab aliquo puncto circūferentiæ circuli, cuius centrum est q, uel forte à duobus, uel à tribus, uel à quatuor, & quotcunq; fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctū reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis ꝓpositionibus octaui huius, patet ergo ꝓpositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis eiusdē puncti formæ rei uisæ ad diuersos uisus eiusdē uidentis non habent multā diuersitatē distantiæ, ꝓpter uisuum approximationem ad se inuicem, ut si puncti unius formæ imago sit aliqualiter ambobus uisibus occurrens duplicata, sunt tamen illæ imagines cōtiguæ & admixtæ, unde uidebuntur quasi unica imago, diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem nō inducit aliquā distantiā in uisu, nec aliquem efficit errorem, uidet ergo imago quasi una, & similiter per modū quo in 59. octaui huius ostendimus, possibile est quod diuersorum uidentium uisibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatem illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistātis axi speculi colūnaris cōcaui cētro uisus existēte in eadē supficie uel in alia, reflexio fit à linea lōgitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h, sitq; linea uisa axi, speculi æquedistans e p h, sitq; centrum uisus pūctum e, dico quod forma lineæ e q h, reflectitur ad uisum e, à linea longitudinis speculi a b g, quæ est cōmunis sectio superficiei t h z k, & su-

perficiei

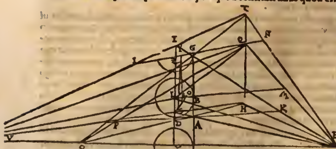
perficiei speculi,& hoc quidem si centrū uisus quod est e,non fuerit in sụpficie t h z k, demonstrari potest omnimode sicut in 30.septimi huius. Si uero centrum uisus fuerit in eadem superficie,demonstrabitur idem ppositum,sicut in 50.septimi huius, reflectetuŕq; forma puncti t,à puncto speculi g,& forma puncti q,à puncto speculi b,& forma puncti h,à pūcto speculi a,erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e,& angulus q b m æqualis angulo m b e,& angulus h a r æqualis angulo r a e,patet etiam per 30.septimi huius, quod lineæ e k,h a,q b,t g,concurrunt in pūcto o,patet etiam idem quod linea a b g, est linea recta extensa in longitudine speculi, & quod lineæ g z,b l & a d, sunt perpendiculares super superficiem contingentem speculum,quæ contingit ipsum secundum lineam a b g, & quod linea a b g,est perpendicularis super superficiem in qua est triangulus e b o, & quod linea t q est æqualis lineæ q h,& linea a b æqualis lineæ b g,palam itaq;, cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit demonstratio,quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his speculis à linea longitudinis ipsorum.patet ergo propositum,quoniā siue linea longitudinis q̄ est a b g, sit in conuexo uel in cōcauo ipsius speculi, quantū ad hoc nulla est diuersitas in ppósito. XXIIII.

Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cōcaui centro uisus existente in eadem superficie,uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̄ in præcedenti,reflectatuŕq; forma lineæ t q h,à supficie speculi secundum lineam longitudinis quæ est a g,& sit centrū uisus e,in ipsa superficie t h z k, dico quod imago lineæ t q h,uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h,quælibet eñ perpendicularis ducta ab aliquo pūcto lineæ t q h, erit semper in eadem superficie cū centro uisus & axe,& pbabuntur loca imaginū punctorū lineæ t q h, situari secundū lineā rectā sicut in speculis planis p 52.quinti huius,ostensum est de lineis rectis uisis, ut si aliqua linea recta rei uisæ imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situet ppórtionalit ad illū,sicut nūc situatus est ad lineā t h,erit locus imaginis illius lineæ,linea t h, & apparebit recta & æq̄lis rei uisæ.Similiter quoq; illud qđ est in linea rei uisæ superius, erit in imagine superius,et quod in re uisa est inferius,erit in imagine inferius.Erit itaq; imago cōformis rei uisæ,latitudo uero taliū uisorū erit maior q̄ latitudo suarū imaginū, qm̄ imagines secundū latitudinē constringunẗ ,ppter pūcta reflexionū q̄ angustantur,et pūcta latitudinis diuersant,qm̄ sinistrū rei fit dextrū imaginis, & dextrū rei fit imaginis sinistrū,patet ergo ppositum. XXV.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colūnaris cōcaui centro uisus non existente in eadem superficie imago quādoq; uidebitur recta maior re uisa, quandoq; cōcaua,quandoq; cōuexa,quandoq; unica,quandoq; plures.

Remaneat dispositio præcedentis,nisi quod centrum uisus quod est e,non sit in supficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonstratione 5.septimi huius, patebit quod in speculis colūnaribus conuexis locus imaginis formæ puncti h,



lineæ t q h est in puncto s,& locus imaginis formæ q est in puncto c,& locus imaginis formæ puncti t est in puncto i. Sic ergo in linea s c i, sunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q c,& patet quod punctus c, est propinquior

quior centro uisus quod est e, quàm linea recta s i, & quod linea s i, est in superficie trigoni u h t, & quod duæ lieæ u h & u t sunt æquales, & quod duæ lineæ u s & u i sunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h s sint æquales, est ergo ꝓportio lineæ t i ad lineam i u, sicut lineæ h s ad lineam s u, ergo per 2. sexti, linea s i, æquedistat lineæ t h, patet etiã ex eadem 5. septimi, quia duæ lineæ 3, e i sunt æquales, ducat̃ ergo linea e u, quæ secet lineam s i in puncto f, diuidat ergo ipsam per æqualia, nam linea t h, diuisa est in duo æqualia in pũcto q, & erit linea t u, in superficie trigoni q u e, quæ est superficies circuli b f, æquedistans basibus speculi, punctus itaq; c, erit in superficie trigoni t u e, & similiter punctũ t, in superficie trigoni t e i, est ergo punctũ c, in linea quæ est communis sectio illarũ duarũ superficierum. s. trigonorũ q u e & t e i, sed hæc cõmunis sectio est linea e b, per 19. primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinẽ lineæ e b, linea ergo q t, secat lineã e b, in rectitudinẽ ipsius, & duæ lieæ h u & t u, sub duobus punctis d & 3. nã duæ lineæ h u & t u sunt duo katheti incidẽtiæ, s. duæ lieæ ꝑpendiculares existẽtes à duobus terminis lineæ t h, super duas lineas cõtingentes duas portiones duarũ sectionũ columnarum speculi, in quarũ circũferentia sunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uisum in punctũ e, supficies ergo trianguli u h t, est sub axe speculi, quæ est 3 k, sed nullum punctũ ipsius axis, etsi ꝓtrahatur in infinitũ, erit unq; in supficie trianguli u h t, nam si hoc esset possibile, tunc si axis k 3 continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t secundũ lineam rectam, tunc illa superficies in qua esset illa linea recta, & linea u h t, esset superficies trianguli u h t, & illa superficies esset illa in qua sunt duæ lineæ æquedistantes, quæ sunt h t, & axis 3 k, & sic superficies in qua sunt duæ lineæ h t & k 3, esset superficies trianguli h u t, & sic totus axis 3 k, erit in superficie trianguli h u t, sed ex hypothesi axis est æquedistans lineæ h t, & secundũ istum modũ accideret quod axis k 3, secaret duas lineas h u & t u, sed & linea t h, secundũ eius punctũ h, est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis, & sectio cõmunis huic superficiei & supficiei columnaris speculi & sectio oxigonia, superficies ergo e u h, secat axem columnarẽ speculi in uno puncto. s. in puncto d, ut totũ præostensum est in cõmento 5. septimi. Si ergo axis k 3, secat lineam h u, punctus sectionis cũ linea h u, erit in superficie trianguli u e h, sed in hac superficie non est punctũ per quod axis transeat nisi punctũ d, secabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d, sed per 111. primi huius, uel per 44. septimi huius, ostensum est quod linea h u, secat axem sub puncto d, in duobus punctis, secabit linea h u axem k 3, quod est impossibile, axis ergo k 3, totus est extra superficiem h u t, & propinquior uisui existente in puncto e, q̃ supficies h u t, superficies ergo in qua sunt lineæ h t, & axis k 3, ꝓpinquior est centro uisus puncto e, q̃ superficies u h t, & punctũ f t est in superficie in qua sunt linea q l, per 7. undecimi, & in eadem supficie cũ lineis æq̃distantibus quas copulat, quæ sunt h t & 3 k, punctũ ergo t, est ꝓpinquius puncto e centro uisus q̃ sit linea s 3. Sed punctũ t cum sit cõmunis sectio linearũ e b & q l, ut in 51. septimi huius, præostẽdimus, palam quod est in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b, ducat̃ ultra punctum b, ipsa perueniet ad punctũ t, supponat̃ itaq; peruenisse ad punctũ c, his itaq; sic præmissis patet quod si linea s i, q̃ est ostensa per 51. septimi huius, in speculis columnaribus conuexis esse imago lineæ t h, & esse æquedistãs lineæ t h, & axi 3 k, & si in aliq̃ corpore uisibili uisus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis speculi columnaris, tunc forma lineæ, si reflectetur ad uisum in puncto o, à linea longitudinis speculi, quæ est a b g, & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distantiæ suæ ab axe speculi, quæ est 3 k, quia enĩ angulus e l m est acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c est acutus; & liea e b c, est in superficie circuli b f, & linea l b est semidiameter illius circuli per 21. septimi huius, linea ergo e b c secat circulũ, & eius pars quæ est b t, est intra circulum & intra concauitatẽ speculi, & similiter est de linea o b, q̃m ipsa cadit intra concauitatẽ speculi, ideo qđ angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l & t b l sunt æquales, q̃m ipsi per 25. primi, sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & semidiameter l b est ꝑpendicularis super superficiẽ contingentem columnam speculi secundũ lineam longitudinis speculi transeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit speculo per lineã

e b,& à puncto speculi b, reflectitur per lineam b o,& cõprehenditur à uisu existente in puncto o. Item patet per 5. septimi huius,& ibi declaratum est, quod supficies contingens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro uisus, linea ergo e g, secat illam superficiem contingentẽ, secat ergo in puncto g, qui est punctus reflexionis, lineam in eodem puncto g, contingentẽ periferiam sectionis columnaris, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis formæ puncti t, lineæ t h,& speculi columnaris cõuexi, & quia secat illam lineam contingentẽ in puncto ipsius speculi, quod est g, secat ergo sectionẽ oxigoniam,& cadit intra ipsam; cadit ergo intra concauitatẽ speculi,& est linea g l, duæ ergo lineæ o g & g i, cadunt intra concauitatẽ speculi,& linea 3 g, est perpendicularis sup superficiẽ contingentẽ columnam speculi per 96. primi huius, qm̃ ducitˀ ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi transeuntẽ per punctu m g,& duo anguli o g 3 & 3 g i sunt æquales per 15. primi, ut prius, forma ergo puncti i, incidit superficiei concauæ ipsius speculi secundum lineam i g,& à puncto speculi g, reflectitur ad uisum existentem in puncto o, secundum lineam reflexionis, quæ e g o, & eodem modo patet, quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam s a, & reflectitur à puncto speculi ad uisum existentem in puncto d, secundum lineam reflexionis, quæ est a o,& etiam patuit in commento 51. septimi huius, quoniam duæ lineæ h u & t u sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo puncta h & g, imago ergo formæ puncti s, est in linea h u, per 26. quinti huius, sed linea a o est linea reflexionis formæ puncti s, qm̃ à puncto reflexionis qdˀ est a, producitur ad uisum existentẽ in puncto o, imago itaq; forma puncti s, est in linea s o, per 37. quinti huius, punctũ ergo h, quod est cõmunis sectio linearũ h d & o a, est locus imaginis formæ puncti s, similiter quoq; patet quod punctum t est locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l, à puncto t, ad punctũ centrum circuli b, eritq; linea a, ꝑducta ultra punctũ c ꝑpẽdicularis super lineam contingentẽ circulum per 17. tertij, est ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c, per diffinitionẽ illius katheti, quia ergo forma puncti c, reflectitˀ ad uisum in punctũ o, à puncto speculi b, erit imago formæ puncti c, in linea q c l, quæ est kathetus suæ incidẽtiæ, sed & in linea reflexionis quæ est b o, necesse est esse eandem imaginẽ per 37. quinti huius, imago itaq; formæ pũcti c necessario est in puncto qdˀ est communis sectio linearũ l t q & o b, hoc aũt potest esse in partibus diuersis, patuit eñ per 11. octaui huius, qdˀ imago formæ puncti quæ reflectitˀ à cõcauitate circuli speculi, qñq; occurrit uisui inter uisum & speculũ, qñq; ultra speculũ qñdoq; in centro uisus, qñq; ultra uisum, qñq; in ipsa supficie speculi, & ut patet per 40. octaui huius, qñq; apparet una imago, qñdoq; duæ, qñq; 3. qñq; 4. imago ergo puncti c, cum formæ ipsius reflexio fiat à puncto periferiæ circuli æquedistantis basibus speculi erit forte in linea h q, ultra speculũ,& forte erit ultra lineam b q, & forte ultra lineam b o, retro uisum,& forte erit in linea b o, inter uisum & speculũ,& forte erit in pũcto o. s. in ipso centro uisus,& forte erit unica imago, forte 2. forte 3. forte 4. si itaq; locus imaginis formæ puncti c, uel alicuius puncti formæ lineæ s i, utpote illius secundũ quã lineã b c, ꝑducta ultra punctũ c, secat lineam i s, quia & illud punctũ reflectitˀ à puncto speculi colũnare concaui, qdˀ est b, ad uisum existentẽ in puncto o, ꝑ 20. quinti huius. Si ergo locus imaginis formæ puncti c, uel illius puncti lineæ s i, fuerit punctũ q, tunc linea h q t erit diameter imaginis formæ lineæ i s,& si omnes imagines omnium punctorum lineæ s i fuerint in linea h q t, tunc imago eius erit linea recta, nam medium eius punctum, quod est punctum q, est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t, quod si locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ quæ est s i, erit concaua, eiusq; concauitas respiciat uisum, & si imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uisus, aut inter speculum & uisum, tunc uidebitur imago lineæ s i conuexa, cuius conuexitas respiciet uisum,& si fuerit imago formæ puncti c, in linea b o, retro uisum, tunc iterũ uidebitur imago concaua, in cuius concauitate situabitur centrum uisus, quod si punctũ c plures habuerit imagines, tunc linea s i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &

t,&

t,& media ipsorum erunt distincta & separata, & linea h t, erit cõmunis diameter omniũ illarum imaginum quotcunq; fuerint imagines, & forte linea h t, quæ est diameter imaginis, erit maior q̃ linea rei uisæ, quæ s i, in modica quantitate, patet ergo propositum.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ, superficiem in qua est axis speculi columnaris cõcaui orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie, à circumferentia circuli, qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi fiet reflexio, imagoq; lineæ uisæ quandoq; erit recta, uel aliquando conuexa.

Esto sicut in 52. septimi huius ꝓponitur, linea t h in sꝑficie plana orthogonaliter secante superficiẽ in qua sunt centrũ uisus e, & à punctis dati speculi columnaris qui sit d f, sitq; centrum uisus quod sit e, in eadem superficie lineæ t h, facta quoq; figuratione 52. septimi huius, compleatur demonstratio ut in illa propositione, eritq; imago lineæ rectæ quæ est t h curua, si itaq; speculũ idem quod ibi conuexum accipiẽ, assumatur concauũ, & in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundũ cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta quæ sit in sꝑficie rei uisæ, & centrũ uisus disponatẽ proportionaliter circa illam lineam in eadem sꝑficie, tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit lineæ t h recta, patet ergo propositum, & forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa, sicut ostensum est in 57. octaui huius, & hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

Superficie lineæ rectæ uisæ orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus non existente in eadem superficie, reflexioneq; facta ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis.

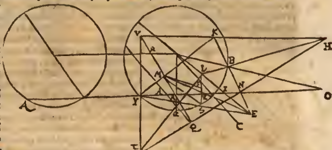
Fiat omnimoda dispositio figuræ quæ in 53. septimi huius, dico qđ uerum est quod ꝓponiẽ, patet enĩ per ea q̃ in cõmento illius dicta sunt, qđ puncta t & h, qa æqualiter distant à centro uisus, punctũ .s.e, reflectunẽ ad uisum à duobus punctis oxigoniarum sectionũ, cadentibus cum quodã circulo æquedistante basibus speculi, q circulus erit medius inter lineã h t, & inter superficiẽ transeuntẽ centrũ uisus e, secantẽ speculũ æq̃distãter basibus ipsius speculi, sit ergo ut forma puncti h reflectiẽ in punctũ e, à puncto speculi b, q est punctus pꝑiferiæ cuiusdã sectionis oxigoniæ q̃ est cõis superficiei reflexiõis & superficiei speculi, cadens in circulo b g, lineæ ergo h b & b e, cõtinẽt angulos æq̃les cũ linea cõtingẽte illũ circulũ in pũcto b, & similiter forma pũcti t, reflectiẽ ad uisum e, à pũcto speculi g. & lineæ t g & g e, cõtinẽt angulos æquales cũ lĩea cõtingẽte circulũ speculi in pũcto g, lineæ quoq; h b & t g, cõcurrũt in pũcto l, & lĩea h b cõtinet cũ lĩea ꝑpẽdiculari q̃ est b o, angulũ acutũ, lĩea ergo h b, secat sꝑficiẽ cõtingẽtẽ sꝑficiẽ colũnæ in lĩea lõgitudinis, i q̃ est pũctũ b, lĩea itaq; b l, cadit intra cõcauitatẽ colũnæ, & super lĩeam g l. Similiter quoq; duæ lineæ b f & g y, cadũt intra cõcauitatẽ colũnæ, & ꝑ 15. primi, duo anguli a b d & d b r sunt æquales, cũ ipsorum cõtrapositi, q sunt e b o & o h b sint æquales ꝑ 20. qnti huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g i sunt æquales, si itaq; lĩea f i, quæ in speculo columnari conuexo, & imago lineæ t h, fuerint nunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo, & centrũ uisus fuerit in puncto l, tunc forma puncti r, incidet in speculo secundũ lineam r b, & reflecteẽ ad uisum in punctũ l, à puncto speculi b, & linea h u est ꝑpendicularis super lineam contingentẽ sectionem, in cuius periferia est punctum l, à quo fit reflexio, imago ergo formæ puncti r, erit in katheto r h, per 36. quinti huius, sed & eadẽ imago necessario est in linea reflexionis q̃ est b l. Erit ergo in cõi illarum sectione in pũcto h. Est ergo pũctũ h imago pũcti r, ut hæc oĩa patent ꝑ 37. qnti huius. Similiter quoq; declarabiẽ, q forma puncti y, incidet speculo ꝑ lineã y g, & reflecteẽ ꝑ lineã g l, à pũcto speculi g, & eius imago uidebitur in puncto t, & ducatur linea q u, hæc ergo secabit lineam r y, quæ est inter duo puncta q & u, puncta quoq; h q t u, sunt omnia in superficie circuli b g, ut patet ex ꝑmissis, secet ergo linea q u, lineam r y, in puncto m, punctum

itaq;

itaq; m, in superficie transeunte per axem speculi, & per centrū uisus punctum l, nam ut in cōmento praeassumptae propositonis 53. septimi huius patuit, puncta l & q, sunt in illa superficie, nam ut ibi acceptū est, patet quod in illa superficie in qua erat centrū uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d, sed & illa supficies secabit lineā h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctū u, ergo per 1. undecimi, linea q u, est in illa supficie, ergo & punctū m, & quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axē columnae, ideo forma puncti m, potest reflecti ad uisum in punctū l, in illa superficie, & linea a 3, est cōmunis sectio superficiei columnae speculi & supficiei transeunti per suū axem, & per punctū l, quod est centrum uisus, forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l, quod est centrū uisus ab aliquo puncto speculi lineae. s. a 3, & ducatur linea e m, q̄ erit in illa superficie, & linea e l, etiā erit in illa superficie, & punctū e, ut supra patuit est elongatum à superficie contingente columnā speculi in linea a 3, ut patet per 5. septimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuū & directū intra punctū 3, concurret cū duabus lineis e m & e l, quae sunt in una superficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctū itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, est intra concauitatē columnae, & punctū n est extra in ipsius conuexitate in superficie columnae, qm̄ est in linea longitudinis columnae, quae est a 3, punctum uero e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositū fuit esse centrū uisus, & elongatum à superficie columnari speculi, patuit quoq; in demonstratione 53. septimi huius, qd' circulus b 3 g, est medius inter lineam h t, & inter superficiē exeuntem à puncto e, aequedistantē basibus columnae speculi, & linea ꝑpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3, est in superficie transeunte punctū e, & secante speculum aequedistanter basibus columnae, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3 n, cadit extra angulū e i n, & uersus partē puncti n, qm̄ linea e n, l d u, est cōmunis sectio superficierum reflexionis secundū quas reflectunt̄ formae punctoꝝ h & t, quae cū sint oxigoniae sectiones, patet per 103. primi huius, qm̄ ipsae sunt obliquae, secantes axem speculi, ergo & ipsaꝝ cōmunis sectio oblique incidit illi axi speculi, ergo per 32. primi, angulus e i n est acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a est acutus, & angulus m i n erit obtusus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis super lineā q i, quae sit m k, secans lineam a i in puncto k, punctū ergo k, erit inter puncta i & a, qm̄ si caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n, qd' est impossibile, cadet ergo punctū k, inter puncta i & a, ꝑducat̄ itaq; linea m k, ultra punctū k, ad punctum s, donec linea k s fiat aequalis lineae m k. Erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra cōcauitatē eius, & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concauitatē, ducatur itaq; linea s l, quae secabit lineā n k, qm̄ cum linea n k, sit pars lineae longitudinis speculi, patet qd' ipsa est cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipsam in puncto f, & à puncto f, ducat̄ per 31. primi, linea aequedistans lineae k m, quae ꝑducta ad axem speculi secet ipsam in puncto x, sitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, ꝑpendicularis super lineam longitudinis speculi, quae est a n, qm̄ linea m k, aequedistans lineae f x, est ꝑpēdicularis super ipsam a n, eritq; linea f x, in superficie transeunte per axem speculi, & per punctū l. Est ergo linea f x semidiameter circuli transeuntis per punctū f, aequedistanter basibus columnae per 21. septimi huius, linea ergo f x, est ꝑpēdicularis sup superficiē contingentē columnā speculi secundum lineam longitudinis, quae est a 3, ducat̄ itaq; linea m f, quia ergo duoꝝ trigonoꝝ m k f, & f k s, duo latera m k & k s sunt aequalia ex hypothesi, & latus k f, cōmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctū k sunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, est aequale lateri f s, ergo ꝑ 5. primi, angulus f m s, aequalis erit angulo f s m, linea uero f x, aequedistat lineae s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinsecus, aequalis est angulo f s m, intrinseco, & anguli x f m & f m s sunt aequales, quia coalterni, angulus ergo x f m, est aequalis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens speculo secundū lineam m f, secundum lineam reflexionis, quae est f l, reflectit̄ ad uisum existentē in puncto l, à pūcto speculi f, ꝑ 20. quinti huius, & linea x f, est perpendicularis super superficiē contingentē speculū in

puncto

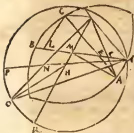
puncto f,& q̄m linea m k eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē ſpeculi, quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis,quæ eſt a 3,patet quod linea m k,eſt kathetus incidentiæ formæ puncti m,in ipſa ergo locus imaginis formæ puncti m,per 26.quinti huius, ſed & idē locus eſt in linea reflexionis quæ eſt l f. In illarū ergo linearū cōmuni ſectione quæ eſt punctus s,eſt locus imaginis formæ puncti m,per 37.quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t ſunt æquediſtantes & perpēdiculares ſuper ſuperficiē tranſeuntē per axē ſpeculi & per centrū uiſus q̄d eſt nūc punctū l,q̄m linea h t,taliter fuit diſpoſita in 53. ſeptimi huius,duæ igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erūt æquediſtantes & ꝑpēdiculares ſuper ſuperficiē tranſeuntē per axē, per 18. undecimi, & quia linea r i,eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiē trāſeuntē per axem & per punctū l, ideo per 18.undecimi,ſuperficies duarū linearū,quæ ſunt r m y & m s,erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntē per axem,& per punctum l,& erit per 19.primi huius, linea m s communis ſectio illarū duarum ſuperficierum,& q̄a linea a k,cū ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a 3,eſt in ſuperficie tranſeunte per axem, q̄a omnis ſuperficies ſecans columnam ſecūdum lineam longitudinis per æqualia,tranſeat per axem illius columnæ,ut patet p 93. primi huius,ſed & linea a k,eſt ꝑpēdicularis ſuper lineam m s,quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiē tranſeuntē per axem,& inter ſuperficiē duarū linearū,quæ ſunt r m & m s,ergo linea a k neſt erecta ſuper ſuperficiē r m s,& linea a n,eſt æquediſtans axi ſpeculi,ergo per 8.undecimi,erit axis ſpeculi perpēdicularis ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ r m & m s.Illa ergo ſupficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ, punctum itaq; s,eſt in ſupficie exeunte ex linea r i,perpendicularis ſuper axem columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æquediſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y,punctū ergo s,eſt extra lineam h t,eſt ꝓpinquius pūcto l,centro uiſus,q̄ ſint duo pūcta h & t,& duo puncta h & t ſunt imagines formarū duorū punctorū r & y,& punctū s eſt imago formæ puncti m,palam ergo,quia imago formæ lineæ r m y, eſt linea tranſiens per puncta h s t,ſed talis linea eſt arcualis,q̄a punctū s eſt extra rectitudinem lineæ h t,tranſiens itaq; per puncta h s t,linea arcualis quæ ſit h s t, & quia linea h t,ſecundū hypotheſim 53.ſeptimi huius,fuit elongata à cōuexo columnæ, erit linea h t,ultra ſuperficiē ſpeculi reſpectu puncti l,qđ eſt nunc centrū uiſus, & iam ſupra oſtenſum eſt ultra cōcauitatē ſpeculi reſpectu pūcti l,& pūctū l eſt intra cōcauitatē ſpeculi,punctū ergo l,qđ eſt centrū uiſus,eſt extra ſupficiem in qua eſt linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t,apparebit uiſui manifeſte,& q̄a punctū f,eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſupficiē circuli b g,& linea t h eſt ultra ſpeculū in ſupficie circuli b g,q̄m eſt in ſupficie trigoni l h t,erit linea l f s,altior q̄ ſupficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t,reſpectu uiſus l,punctū ergo s eſt altius q̄ duo puncta h & t, linea ergo h s t,apparebit uiſui exiſtenti in puncto l,cōcaua cōcauitate uiſum reſpiciēte qđ eſt ꝓpoſitū.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie,imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axẽ, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qđ q̃nq; in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formarũ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝑpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝑpendicularis sup lineã cõtingentẽ ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝓpe pũctũ g, itaq; lica ducta à puncto b, cũ linea ꝑpẽdiculari ducta super sup̃ficiẽ speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat sup axem speculi angulũ acutũ, patet ergo per 44. septimi huius, q̃m linea b e k, secabit lineã ꝑpendicularẽ, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illarũ linearũ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus ꝑ 32. primi, ut patet, cadatq; punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k, quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatẽ speculi, q̃m linea à puncto g, termino ꝑpẽdicularis, quæ est a g, extra sectionẽ ducta continget sectionẽ, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulũ obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d. qui sit e g l linea ergo g l cõcurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi huiꝰ, ideo qđ angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducat̃ linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionẽ, fiat q̃q; super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea eñ a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo q̃a anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itaq; a d, secabit lineam b k, cõcurrens cum ipsa per 2. primi huius. q̃m concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunq̃ ergo concurrent, & sit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter q̃q; forma puncti m, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi quod est a, & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctũ d, quod est centrum uisus, sup̃ficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundũ circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & q̃m centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, q̃m secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur eñ per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p. & ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiam circuli incidat ipsi in pũcto k. forma ergo puncti k, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talẽ sitũ ab aliq̃ puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi. s. arcus p r, qđ sit pũctũ o, & ducant̃ lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis



lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & q̄m linea reflexiōis q̄ est d o, secat diametrum h p, ideo quia linea d h r, transit per centrum circuli, citra quē respectu puncti o, ducitur linea d o, hæc ergo secat diametrū h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autē linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctū n, est locus imaginis formæ puncti k, ducat̃ itaq; linea k d, quæ per 19. primi huius, erit cōmunis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius cōmunis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utraq; illarū sup̄ficierū, & nihil de sup̄ficie sectionis oxigoniæ, quæ est a b g, est in sup̄ficie circuli r p, nisi in linea k d, uel linea cuius pars est linea k d, punctū ergo g, est intra circulū, & similiter punctū b, & sunt in superficie sectionis, & pūctū n, est in sup̄ficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k, transit ꝑ puncta g t n, linea uero per transiens hæc puncta est arcualis, q̄a sup̄ficies sectionis est decliuis sup̄ superficiē columnæ per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nō transit per totū axē columnæ, neq; est sup̄ficies sectionis æq̄distans basi colūnæ, linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectæ k m l, cuius superficies secat axē speculi oblique, est curua maximæ curuitatis, & eius cōcauitas respicit uisum existentē in puncto d, & q̄a punctū t, est imago formæ puncti m, & punctū n, imago formæ puncti k, & punctū g, est imago formæ puncti l, patet q̄d imago lineæ l m k est cōuersa, ita q̄d superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, corrñdet infimo puncto lineæ uisæ, qui est l, & infimus punctus imaginis qui est n, corrñdet supremo puncto lineæ uisæ, q̄ est k. Sic ergo situs partium imaginis nō est cōformis situi partiū rei uisæ, sed cōuersus & difformis, patet ergo ꝓpositū, patet itaq; ex hac ꝓpositione, & duabus p̄missis, q̄d lineæ rectæ æq̄distantes axi speculi colūnaris cōcaui, & æq̄distātes basi eius, & etiā quæ sunt obliquæ sup̄ superficiē eius, q̄nq; uidebunt̃ arcuales, q̄nq; rectæ, q̄nq; cōuersæ, formæ ergo eorū quæ cōprehendūt̃ in speculis colūnaribus cōcauis, q̄nq; erit directa cōformis i suo situ situi partiū rei uisæ, & q̄nq; erit difformis cōuersum habens sitū suarū partium respectu uisus partiū rei uisæ, & in respectu ad uisum.

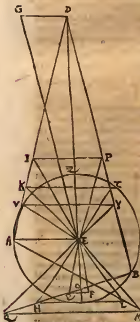
XXIX.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculū columnare concauum transaxem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quādoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octaui huius, circulus a b z, cuius centrū in sup̄ficie speculi columnaris concaui æquedistans basibus speculi, & sit centrū uisus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in p̄dicta 48. p̄missum est ꝑpendiculariter erecta super sup̄ficiē circuli, & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares sup̄ superficies cōtingentes superficiem colūnæ speculi, & erit sup̄ficies trianguli d e g, ꝑpēdiculariter erecta sup̄ superficiē circuli a b z, ꝑ 18. undecimi, q̄a linea g d est ꝑpendicularis sup̄ sup̄ficiē circuli, hoc est super eā superficiē, cuius sectio efficit circulū a b z, sup̄ficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & ꝑ 92. primi huius, transit ꝑ totū axem speculi, & ꝑ centrū uisus q̄d est punctū d, & neutra sup̄ficies earū q̄ sunt d b o & d a o, q̄ secant se in liea d o, ut patet ꝑ 19. primi huius, transit ꝑ totū axem, & in neutra illarū sup̄ficierū est aliq̄d de axe nisi punctum e, q̄d est centrū circuli a b z, utraq; ergo sup̄ficies q̄ sunt d b o & d a o, secat sup̄ficiē columnarē speculi secundū oxigoniā sectionē, & fit reflexio formarū ad uisum à duobus punctis illarū sectionū, quæ sunt a & b, ut patet ꝑ p̄missam 48. octaui huius, formæ ergo pūcti r, reflectetur ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi q̄d est b, & forma puncti m reflectit̃ ad uisum in punctū d, à pūcto speculi q̄d est a, & q̄m kathetus incidentiæ formæ pūcti r, est linea r e n, secans lineā b d, q̄ est linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidētiæ formæ pūcti m, est linea m e u, secās lineā reflexiōis quæ est a d, in pūcto u, patet q̄d pūcta n & u sunt loca imaginū formarū punctorū r & m, & erit linea n u, diameter imaginis formæ lineæ m r, & est minor q̄ liea m r, ut patet in 49. octaui huius, & similiter formæ duorū punctorū h & l, reflectent̃ ad uisum in punctū d, à duobus pūctis speculi q̄ sunt

pp[illegible] a & b

a & b,& erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k,diameter imaginis formæ lineæ l h, & secũ dũ ꝓmissã in 48.octaui huius,erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h.Similiter ꝙꝙ linea p i,erit diameter imaginis formæ lineæ f q,& est maior ꝙ diameter rei uisæ quæ est linea f q,& oẽs istæ imagines erũt cõuersæ, ut ostensum est in 50.octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto o,& formæ lineaꝝ quæ sunt p i,t k & n u,reflectanẽ ad uisum in puncto o,à punctis speculi quæ sunt a & b,tunc erit econ uerso.Erit eñ diameter imaginis lineæ p i,quæ est linea f q,minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h,diameter imaginis lineæ t k,& æqualis ei,& erit linea m r,diameter imaginis lineæ n u,& maior ꝙ illa.Omnes'ꝙ imagines lineaꝝ istaꝝ rectaꝝ erunt rectæ,sed cõuersæ secundũ sitũ & ordinẽ ptiũ quẽ habent ipsæ res, nam dextrũ rei fit sinistrũ imaginis,& sinistrũ rei fit dextrũ imaginis,& similiter est de ptibus quæ sunt sursum & deorsum.Item cũ utraꝙ extremitatũ haꝝ lineaꝝ unicã habuerit imaginẽ,& aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines,tunc forma illius lineæ tot habebit imagines,quot punctũ mediũ ipsius,& oẽs istæ imagines copulabunẽ ad puncta extrema illius imaginis,& erit illa linea unica diameter oim illaꝝ imaginũ,& si utraꝙ extremitas illius lineæ uel altior ipsaꝝ plures habuerit imagines,pũctũ nõ mediũ habuerit tm̃ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo,uel saltem alterni suum punctũ extremũ,& si utraꝙ extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctũ mediũ multas habuerit imagines,tunc tota linea habebit imagines secundũ numerũ maiorẽ,& hoc patebit,sicut patuit supra de imaginibus speculoꝝ sphæricoꝝ concauoꝝ.In speculis eñ colũnaribus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehendunẽ,sicut accidit in speculis sphæricis concauis.s.de formis specieꝝ uisibilium,& de quantitatibus,& de numero suaꝝ imaginum,& de conformitate ipsaꝝ ad res,quaꝝ ipsæ sunt imagines,& de difformitate situs ipsaꝝ secundum cõuersionẽ formaꝝ partialiũ cum omnibus fallacijs quæ approprianẽ cõuersioni,& oẽs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.



XXX.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris cõcaui,cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie,uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.

Fiat in isto ꝓposito theoremate dispositio talis quæ in 28 huius,apparebit'ꝙ totum qđ ibi ponitur in his speculis colũnaribus concauis,posito itaꝙ ut aliqua linea recta non æque distet axe speculi columnaris concaui,cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem,si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28.huius,quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus,& conuersa secundum sitũ ipsius rei uisæ,quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d,in quo est illic centrum uisus,tunc si à punctis a g o,à quibus fit ibi reflexio,erigantur lineæ longitudinis speculi per 101.primi huius,inueniantur puncta reflexionũ formaꝝ punctoꝝ m b k, patet'ꝙ secundum modum plurium præmissaꝝ,quod forma punctoꝝ k m b, reflecteẽ ad uisum secũdũ dispositionẽ suo situi diuersam, & secundũ hoc disponeẽ curuitas imaginũ & cõuersio figuræ, ꝙđ si centrũ uisum nõ fuerit in liea ꝑpendiculariter erecta suꝑ illã superficiẽ à pũcto d,tũc à centro uisus ducaẽ ꝑpẽdicularis suꝑ illã suꝑficiem ꝑ 11.undecimi,& inuentis punctis reflexionis formaꝝ punctorum b m k,patebit ꝓpositum ut prius,& hoc proponebatur.

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis concaui oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus inter illam lineam & ſuperficiem ſpeculi conſtitutam à linea longitudinis ſpeculi, imagoq́ ipſius uidetur recta, & ſi illa linea incidẽs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas eſt ad uiſum.

Fiat diſpoſitio omnimoda quæ in 55. ſeptimi huius, inuenieturq́ in ſpeculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ eſt a n, propoſito modo illud ſpeculum reſpicientis imago curua inter concauitatem ſpeculi quæ eſt a p y, punctũ quoq quod eſt ſub ſuperficie ſpeculum contingentem ſecundum lineam longitudinis ſpeculi quæ eſt a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uiſæ quæ eſt a n, ad uiſum exiſtentem in puncto r, erit illic punctũ k, in quo puncto f, ſi fuerit centrum uiſus erunt omnia puncta quæ ſunt in illa curua imagine, uel quæ ſunt in linea recta ſcilicet in diametro imaginis reflexa ad punctum f, & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ eſt a n, uel imagines duarũ extremitatum lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod eſt in medio lineæ a y, diuerſabuntur, & hoc poteſt eodem modo declarari ſicut ſibi ſimile declaratum eſt in 55. ſeptimi huius, quoniam enim ut ibi declaratũ eſt, angulus z r f eſt æqualis angulo z f r. Eſt autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r eſt æqualis angulo z f r, per 29. primi, ſed per eandem 29. primi, angulus h z f eſt æqualis angulo z f r. Eſt ergo angulus p z h æq̃lis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniam fiet reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentẽ in puncto f, à puncto ſpeculi pyramidalis concaui quod eſt z, & quoniam linea h p o eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o eſt linea ſuæ reflexionis ad uiſum exiſtentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, eſt locus imaginis formæ puncti p, ſimiliter quoq angulus y e d eſt æqualis angulo h e r, quæ per 29. primi, eſt æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f eſt æqualis angulo e f r, ſed ut in cõmento 55. ſeptimi huius, oſtenſum eſt angulus e f r eſt æqualis angulo e r f, eſt igitur angulus y e d æqualis angulo d e f, ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto f, à puncto ſpeculi concaui quod eſt e, & quoniam linea y n, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n eſt linea ſuæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, ſicut reflectitur à uertice ſpeculi, ſic locus imaginis ſuæ eſt ibidem, per ea quæ dicta ſunt in 11. et 12. octaui huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineæ a p y, curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis eſt eodem modo demonſtrandum, quod ſi aliquod uiſibile ſtatuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ eſt diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tũc duæ extremitates lineæ a y, quæ ſunt a & y, habebunt ut prius loca ſuarum imaginũ in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correſpondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuerſabuntur, & ſecundum diuerſitatem cõcurſus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis ſuarum reflexionum ſecundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ eſt a u e, ſpeculi propoſiti concaui reflectuntur ad uiſum exiſtentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum pũctorum diuerſabuntur quandoq ad cõcauitatem, quandoq ad conuexitatem reſpicientem centrum uiſus, erit tamen illa concuruitas modica, quoniam prædictorum locorum imaginum reſpectu lineæ a o n, modicus eſt exceſſus, palam itaq ex præmiſſis, quod ſi linea recta quæ eſt diameter imaginis curuæ q̃ eſt a p y, fuerit in aliquo uiſibili, & centrum uiſus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmiſſo modo diſpoſitæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur cõcaua, quod eſt propoſitum.

XXXII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie incidentiæ axem ſpeculi pyramidalis concaui orthogonaliter ſecante, centroq́ uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis.

Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum l, & linea uisa r m y, cuius extrema puncta quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus l, sitq́ centrum uisus extra superficiem lineæ r y, quæ producta secat speculum pyramidale cōcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g, cuius centrum sit d, reflectaturq́ forma puncti r, ad uisum l, à puncto speculi g, eruntq́ puncta b & g, quamuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l, ut patet hoc per 7. septimi huius, & p 19. primi huius, & quoniam quantum ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cōcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ pūcti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod est extra rectitudinem lineæ t h, imago itaq; lineæ r m i, est in quadam linea transeunte puncto h s t, sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua, & quoniam punctū s, est ultra concauitatem speculi respectu pūcti l, centrū uisus, & punctum l, est intra illam concauitatem, palam quod punctum l, est extra superficiē in qua est linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctū f, cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g, erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s respectu uisus l, est altius quàm duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cōcaua maxima cōcauitate uisum respiciente, & hoc est ꝓpositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius sꝑficiēs incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniā enim ut in 31. huius, ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat, & per præmissam proximā patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cujus superficies incidentiæ, ut hic ꝓponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec ēm dignum uidimus talibus immorandum, quæ ex prædemōstratis cōclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

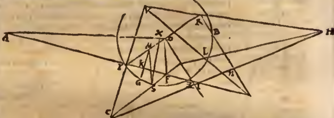
XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculū pyramidale trans axem secante, centroq́ uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secūdum axem secantis, uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctū cōmune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o, & si duæ lineæ a e & b e, fuerint ꝑpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autem est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales, cum ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d, tūc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totā axem & per centrum uisus, & utraq; superficies d a o & d b o, erit decliuis super axem speculi, & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erūt duæ sectiones oxigoniæ, & forma trium punctorū quæ sunt r b q, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, à puncto speculi quod

est b,

quod est b, formæ quoque trium punctorum quæ sunt, m l f, reflectētur ad uisum in punctum d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tūc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istæ imagines cōuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in puncto d. quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in pūcto o, fuerint in superficiebus corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erūt lineæ quæ sunt imagines literarū m r, l h & f q, eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erūt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaque istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago pūcti remotioris à uisu erit propinquior uisui, et imago pūcti propinquioris uisui erit remotior à uisu, conuersum itaque habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaque ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoque in his speculis pyramidalibus cōcauis uidentur conuexæ, quandoque concauæ, quandoque rectæ, & quandoque maiores, & quandoque minores, & quandoque æquales rebus uisis. & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerū quarum sunt imagines, & accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundū numerum punctorū reflexionis, & forte imagines eiusdem rei diuersarū erunt formarum secundum diuersum situm suarū partium, quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaque de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatū quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

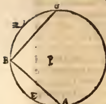


XXXV.

Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

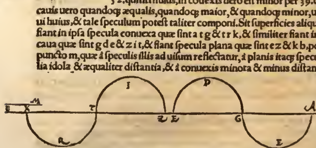
Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimā quarti, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p 15. quarti, qđ sit b g, eritque per eādem 15. quarti, linea b g æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoque formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionū, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cōcaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

est g z b, sicut conuexa ut est figura x o p, & assumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoque sit maior quàm corda b g, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua quæ est k f c, sibi extrinsecus applicetur, & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut conuexitas superficiei x o p, sibi intrinsecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarum quælibet imprimatur, polia turque speculum ex partibus ambabus, propter qđ oportet ut lamina speculanda sit cõuenienter spissa, ut ex utraque parte salua dispositiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaque speculum si super sedem uolubilem ad hãc præparatam componatur, & super



ipsam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua superficies uisui se offerant, tunc apparebũt dextra dextra & sinistra sinistra, & distante quasi duobus cubitis, apparet imago cõmensurata & similis ueræ formæ, magis uero distãti, ptenditur imago in anterius, propius uero accedenti ad cõuexam superficiem speculi fit imago penitus informis, & magis accedenti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & fit facies uidentis consimilis formæ equi, & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, pmutato quoque speculo, imago quandoque habet caput sursum & pedes deorsum, & quandoque pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quàm scriptura docebit imaginum diuersitates, Quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum cõuexum, non moto etiam speculo uariatur dispositio imaginũ, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa nõ mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum, Sed in parte concaua uidebitur imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omniũ horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa, modo quoque tali in præmisso speculo permiscentur imagines, & si in eadem concauitate sit speculũ planum ipsis speculis sphæricis conuexis & concauis interpositũ, uariabitur imaginũ quantitas, quia in planis est imago æqualis rei uisæ per 52. quinti huius, in cõuexis uero est minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoque æqualis, quandoque maior, & quandoque minor, ut patet per 48. octaui huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipsa specula conuexa quæ sint a t g & t r k, & similiter fiant in ipsa specula concaua quæ sint g d e & z i t, & fiant specula plana quæ sint e z & k b, ponaturque res uisa in puncto m, quæ à speculis illis ad uisum reflectatur, à planis itaque speculis apparent æqualia idola, & æqualiter distantia, & à conuexis minora & minus distantia, à concauis uero diuersa & diuersimode uisui occurrentia, sicut in alijs pdemonstratum est. Ingeniũ uero modernorum & futurorum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, et nos quæ talia digna memoria inuenimus, posterius cõscribemus.





XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile est accendi.

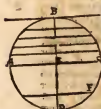
Si enim

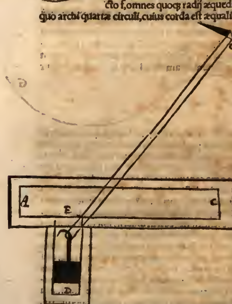
Si enim in speculis pyramidalibus concauis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi, sicut neque à speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnæ intersecent, radij enim æquedistanter superficiei speculi incidentes, æquedistanter utiq; reflectentur, perpendiculares quidem in se ipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quæ cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in pũcto concurrent, sed in tota linea axis distendentur, nõ ꝑpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliã in eadem superficie à dicta ꝑpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundũ quod æquedistantes ad inuicem incidunt, sic quasi æquedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrẽt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexiõis se in axe colũnæ nõ intersecent, sed sint æquedistãtes, qđ est impossibile ut patet ꝑ 7. septimi huius, palã tñ est quod in eis reflexi radij nunq̃ concurrẽt, si uero sectio cõmunis supficiei reflexiõis, & superficiei columnæ sit circulus, tunc per eius centrũ transeuntes radij, qm̃ omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi siue sit circulus basi æquedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tot centra talium circulorum in axe, quot sunt circuli in columna, ad unum ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineam, quod si radij reflexi secundum circulum nõ transeunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiæ diuersitatem fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radiorũ sed in tota semidiametro, et sic ignis difficiliter accẽdi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij paucissimi concurrent, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustionibus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere nõ est necessarium, quamuis ad hæc multarũ acclinetur imaginatio, cuius causa est, qa in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec æquedistans basi, propter hoc quod prius dictum est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euentu possunt radij à periferia circuli in centro concurrere, sicut aliqualiter accidit in speculo columnari, quod si sectio communis superficierum dictarum sit linea lõgitudinis speculi, quoniam superficies speculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim incidentes uel quoscunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eosdem facient cũ eadem reflexi. & sic radij incidentes æquedistant, & æquedistanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam si sint in eadem superficie reflexionis, & si in diuersis sint superficiebus patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se sup axem pyramidis intersecant, & tunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si communis sectio superficierum dictarum sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiusdem superficiei uel diuersarum aliqualiter concurrẽt, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorũ, uel etiã pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliqd ignitioni resistens ualeãt ignire, nec etiam pluralitas coniunctorum speculorũ aliud ualidũ respectu laboris supadditi apportabit, patet ergo illud qđ ꝓponebat.

XXXVII.

Ex plurium speculorum sphæricorum concauorum intersectione speculum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius speculi sphærici concaui, qui a b c d, & eius centrũ e, intersecent se in ipso duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq; radij solares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta sunt, quoniam radius incidens circulo secundum aliquam diametrorũ, uerbi gratia, secundum diametrum a c, reflectitur in seipsum trans centrum radiorum non æquedistantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctũ b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cõtinet cũ diametro est rectus p 17. tertij, & angulus b e a est rectus ex hypothesi, & ille ergo radius contingens circulum nõ reflectitur, quia nihil inuenit resistens, pcedit ergo in cõtinuum & directũ, alius uero radius æquedistans diametro a c, cũ linea in puncto suæ incidentiæ speculũ contingente, continet angulũ rectilineũ acutissimum, & modicam abscindit portionẽ circuli, incidens & modicũ se reflectens, sed æqualiter. Sic itaq; omnes radij æquedistantes diametro a c, incidentes circulo speculi, æquales abscindunt circuli portiones, semp enim angulus reflexionis est æqualis angulo incidentiæ, illi aũt anguli æquales semp æqles abscindunt portiones p 43. primi huius, solus aũt radius incidens circulo æquedistanter diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars periferiæ circuli, & cuius corda est æqualis lateri exagoni inscriptibilis eidem circulo reflectit ad punctũ c, terminum diametri c a. Est enim diameter a c, æquedistans medio lateri exagoni suo circulo inscripti, quem exagonũ diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, sitq; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquedistantes semidiametro a c, incidentes residuo archũ quartæ circuli, cuius corda est æqualis residuo alteri exagoni, & est arcus f c, reflectitur ad illam partem circuli portiones æquales abscindentes & oẽs illi radij transeunt p aliquod punctum semidiametri c e, & quodcunq; punctũ reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quousq; redeat ad locũ a quo exiuit, illud pũctũ motu suo describet circulus cuius polus erit punctũ c, et a tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idẽ punctum semidiametri speculi quæ est c e, fietq; in illis punctis diametri combustio opposita aliqua materia cõbustibilis, sed debilis & cũ mora tẽporis, qđ sic fieri possit, ut loca plura cõbustionis uel omnia in unũ punctũ cõgregentur fiet fortior cõbustio. Hoc aũt uisum est possibile fieri per intersectionem sphæricã plurium speculorũ sphæricorꝶ cõcauorum, non aũt inæqualiũ, quia in illis nõ cõuenienter uniformis potest inueniri pportio. Relinquitur ergo qđ æqualiũ speculorũ sphæricorũ sit illa intersectio, ita ut illud quod uariat in locis cõbustionum diuersitas distãtiæ radiorũ æquedistantiũ axi speculi, & ad ipsam axem reflexorꝶ cõformet diuersificatio centrorũ, ut si centra sphærarũ speculorũ se intersecantium





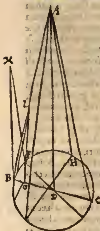
tium secundũ omnia puncta unius semidiametri sphæræ uarientur,tũc enim pũcta com bustionis aut oĩa aut plurima in unũ punctum colliguntur,& fortificabiť combustio secundũ illud. Huius aũt rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis,q̃ p manualem fabricã intendere uoluerint p̃missis,cuius forma talis est. Assumať regula lignea uel ænea quadrangula planarũ superficierũ quãta placet,et sic eius latitudo tripla erit suæ spissitudini uel circa illud,deinde in medio suæ latitudinis caueť secundũ lineã rectã,& planeť foramen,& ordineť taliter,ut intra ipsam decurrere possit nauicula admodũ artificij tornatorũ,in qua nauicula uncus ferreus infigatur,& hæc regula sic concauata & disposita,taliter situetur ut eius cauata superficies sit erecta sup superficiẽ horizontis,& lineæ profunditatis suæ concauitatis sint ppendiculares sup superficiem horizontis,sitq̃ linea q̃ motu suo describet uncus motæ nauiculæ æqualis semidiametro ꝓpositi circuli, quæ est e d,ita q̃ punctũ e, cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus est mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel ænea similiter quadrangula ut prima,& planarũ superficierũ,& hæc similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secundũ lineas rectas,& planenť sup̃ficies cõcauitatis ita ut sine impedimento per illã concauitatẽ possit alia subtilis regula uel funiculus moueri, Sitq̃ concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d,hoc est ut sit æqualis diametro circuli q̃ est a c, & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur,ut eius superficies nõ concauata æquedistet horizonti,& eius superficies cauata respiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter sup illã,ita ut angulus d e c sit rectus,& sit medius pũctus longitudinis suæ cõcauitatis correspondens pũcto e,qui est pũctus unci ipsius nauiculæ, & sint oĩa hæc in eadem superficie æquedistante superficiei horizontis. Fiatq̃ tertia regula ænea longa quadrangula,superficierum planarũ & rectarũ linearũ,q̃ sit e f g. Sitq̃ eius pars e f æqualis semidiametro circuli q̃ est e c,sitq̃ taliter disposita,ut p aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ secundũ punctũ e,& ut ipsa moueri possit per cõcauitatẽ lineæ a c,sitq̃ in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoq̃ reliqua pars lineæ e f g quæ est f g,lõgitudinis placitæ cuiuscũq̃,& in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine,qui sit illius quantitatis , ut mota linea e f g,attingere possit pauimentum uel illam aliam superficiem substratam. His itaq̃ omnibus sic dispositis immittatur regula e f g,secundum foramen puncti e,in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur,plano tamen & æquali tractu,& sequitur regula e f g,tractum nauiculæ,decurretq̃ punctus f,in superficie regulæ a c,& semper mutabitur centrum circuli,cuius diameter est linea e f,cum itaq̃ pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f,erit in medio puncto lineæ a c,quod est centrũ circuli p̃missi,omniumq̃ punctorũ reflexionis lineis uel quarũcunq̃ formarum à quarta circuli quæ est c b,concursus radiorũ uel diffusæ uirtutis erit in centro circuli q̃d' est e, q̃m omnia puncta combustionũ concurrentia in axe e b,reducta sunt ad punctũ e,quod est centrũ circuli,utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo speculi æquedistanter diametro a c. Similiter quoq̃ si placet fiat in alia quarta circuli descẽdente plane ipsa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a,tũc ẽm punctũ g, lineæ f g, motu suo describet quandam lineam per clauum sibi affixum in pauimento figuralem,& hanc lineã dicimus lineam ecentralem,q̃m est intersectio infinitorũ circulorũ,quilibet ẽm punctus illius lineæ,exceptis punctis extremis correspondentibus pũctis a & c, ipsius diametri a c,& quibuslibet duobus punctis æqualiter distantibus à pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerso correspondet centro,sicut et qualibet duo pũcta æqualiter distantia à pũcto sui medio respiciunt idem centrũ,& sunt pũcta unius circuli alterum circulũ secãtis,hæc ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundũ ipsam aliquam specularem superficiẽ cõcauantes,sicut p modũ demonstrationis & artificij inferius diceť, patet ergo ꝓpositũ.

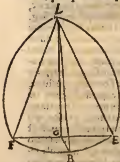
XXXVIII.

Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium cõcauorum ignem est possibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit,quo duobis harum rerum scientiam perquirentibus occurrit,& in cuius rei inuentione primo animus noster cõquieuit, quia & si non

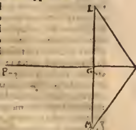
ad unum punctum mathematicum, ad unum tamẽ punctũ naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari, quæ nobis uero postea occurrerũt ualidiora sunt. Nihil iñ istorũ duximus ꝑmittendũ, ut posteriorũ animi altius excrescãt, ꝑsenti itaq; demonstrationi opus ipsum mœchanicũ duximus aliqualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quæcũq; pyramis quæ sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintq; lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes 6. eritq; per 89. primi huius, punctum d centrũ circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturq; circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitq; aliqua diameter in circulo æquedistans inscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc quoq; transibit per centrum circuli per tertiã primi, producaturq; linea illa ad utranq; partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quæ sit d h, & producaẽ ad partem aliam circuli, fietq; diameter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producantur q; à punctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticem quæ sint h a & k a, producatur quoq; à puncto e, linea æquedistans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum æquedistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cõtinuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniã intersecabit pyramidem. Eritq; triangulus x f e, propter æquedistantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyramide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lõgitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntq; lineæ l f & l e, p 98. primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pũcto quæ est l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æ q̃les, linea uero l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritq; linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis.

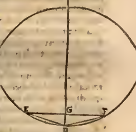




Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præmissis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60. secundũ quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundũ qđ circulus est 360. ducãtur quoq; lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, p 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaq; f e, diuisus est p æqualia in puncto b. ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60. patet quod linea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia quadra-

quadratũ lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahaẽ ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quãtitas lieæ b g, & secũdũ ꝙ est linea f g & 30. ptes. & ipsa 8. ptes. 2. minuta 29. secunda, secũdum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta. & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. ppositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, qm̃ uero linea g l, erecta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. primi, qm̃ trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit pportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineã g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineã d b, sicut lineæ l g ad linea g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet ergo, qm̃ linea l g, erit duæ partes. 24. minuta. 36. secunda, secundum quod linea d a est partes. 18. secundũ quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, qa latus g l quẽadmodũ linea d a, orthogonaliter erectum est super sũpficiem circuli basis pyramidis p 89. primi hui9, & p 8. undecimi, patet ergo qa quadratũ lieæ l b, ualet quadrata ambarum lineaꝝ l g & b g, ex 46. primi huius, cõponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahaẽ, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundũ ppositum numerũ quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiẽ basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ super sũpficiẽ, qm̃ ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiã cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo rectilineæ quæ est e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Cõiunctis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahaẽ radix, & patet q̃d linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secũda, & quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e. & quadratũ lineæ l g, patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo liea f l duæ partes. 50 minuta. 19. secunda, habeẽ itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præsenti. Cũ autẽ difficile sit assumi pyramidẽ pposito cõpetentẽ, qm̃ oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat pcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b. sit secundũ illam quantitatẽ. 24. minuta. 6. secunda, quæ est linea pfunditatis acceptæ sectionis, & forte qñ ptrahitur assimilatur sagittæ, secundũ quod illæ lineæ cordæ & arcui similantur, & erunt lineæ e b & f l rectæ æquales, & ipsaꝝ quælibet est duæ partes. 50 minuta. 19 secunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta, 35. secunda, secundũ dictam quantitatẽ, quæ om̃ia si bene mensurata fuerint, patet qđ habeẽ portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculũ latius q̃ sit longum, & in breue spacium radios plurimos congregabit, qđ si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g 4. partes & longius radij ptenduntur, eruntq; ex haꝝ lineaꝝ notitia, & ex notitia lineaꝝ e g & g f. quarum notitia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝝ notaꝝ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minoꝝ



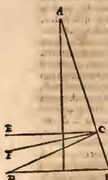


talium est infinita, eo quod secundū omnem numerum axem pyramidis accipi est possibile, diametro tñ circuli basis nō mutata secundū numerum, & si mutetur secundū quātitatē partium numeratarū, certitudo ergo numerorū operationi indagatoris soliciti relinquatur, sinus em̄ uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secūdum quē fit basis portionis abscisio, nō poterunt uariari, ex quorū notitia ad aliarū linearum notitiam poterit ꝓcedi. Quod si radios ad longam distantiam aggregari placuerit ex quo tñ uirtutem ipsorū debilitari patulū est, nisi quantitas aggregationis quantitatem uincat distantiæ, illud erit in excessu pyramidis lateris erecti ipsius. s. axis pyramidis respectu semidiametri basis. & semidiametri basis respectu sinus uersi. potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc aūt cū sit pres 30. secundū q̄d tota diameter est partes 120. si ex notis notum extrahatur, inuenietur arcus sibi corr̄ndens in circulo, 28. partium, 57. minutorū, 21. secūdarū, qui ex 29. tertij, si per æqualia diuidatur erit medietas ipsius 14. partes, 28. minuta, 40. secūda, 30. tertiæ, secundum q̄d circulus est 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. secunda, 20. tertia secūdū quod diameter est 120. semidiameter quoq; partes 60. sed quod diameter est partes 3. erit 45. minuta, 21. secunda. 40. tertia, sitq; latus f b, sed linea f e inscripta circulo æqualis medietati semidiametri. per diametrū orthogonaliter superstantem ei, ex 3. tertij diuiditur per æqualia in puncto g, ergo linea f g est medietas lineæ f e, quæ est pars & 30. minuta, linea ergo f g est 45. minuta, quadratū itaq; f g auferatur ex quadrato f b & residui extrahatur radix quadrata, & erit linea g b, quæ est sinus uersus ipsius arcus f e, 5. minuta, 42. secunda, 44. tertia, cuius immutabili hæc posita quantitate numerati axe pyramidis quocunq; in numero & quantitate uariata diametro basis 6. partiū, cuiuscūq; quantitatis existentis, omnes lineæ abscisæ sectionis, ut prius operanti possunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensurationeq; facta linearū præmissarum in illa secundū ꝓportionem axis imaginatæ pyramidis, & secundū diuersitatē lineæ basi inscriptæ, quā fieri posse diximus secūdū quantitatē semidiametri uel medietatē ipsius, ut secundum hæc quantitas sinus uersi & tota ꝓportio uarietur, planetur speculum intrinsecus ne partes partibus multum præmineant quantū est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundū ultimū possibilitatis poliretur, tñ quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctū aggregari esset impossibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionē completam aliam sibi adhibere medelam. s. ut in eo fiant diuersarum interfectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cōpleri, q̄m em̄ in assumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra sectionē assumptis, est notorū laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano describatur, quæ sit item l b g, qui si duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quousq; linea g m, sit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio. s. ut linea b g, sit 24. minutorum, 6. secundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. secundorum, eritq; l g, secupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g. in cōtinuum & directum ad punctū p, donec linea g p sit secupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, sicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. sexti, illud q̄d fit ex ductu lineæ g p in linea b g, erit æquale quadrato lineæ g l. sed quadratum lineæ g l. æquale est ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, est æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo se interfecant ex conuersa 24. tertij. sed linea p b, secat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei superstat ex prius datis, transit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij. quæ diuidatur per doctrinam eiusdem per æqualia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circumscriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ est linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. secunda. cuius medietas est 7. partes. 25. minuta. 51. secundū, & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum

dictam

dictam dispositionis quantitatem, præterq; modicum quod perditur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18. erit linea b g. 5. minuta. 42. secunda. 44. tertia, cuius secuplum est latus l g, quod erit. 34. minuta. 16. secunda. 24. tertia, cuius item secuplum erit linea g p, & ipsa erit. 3. partes. 25. minuta. 38. secunda. 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutū. 21. secūdū. 8. tertia, cuius medietas est pars una. 45 minuta. 40. secūda. 34. tertia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantitatem dispositi, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatē uarias acceptorum, & semper secundum proportionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus uersi, fit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum à speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & resecetur secundum lineam b p, quæ est diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ sit q, linea q l. & resecetur circulus secundum illam, remaneatq; q l b sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum huiusmodi, q͞m enim angulus l b g, est angulus semicirculi, patet ex 15. tertij. q͞m ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q, quæ est semidiameter circuli, producaturq; à puncto b, linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b, & sit arcus resectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum b l, & sint loca intersectionum c d e f l, eruntq; lineæ productæ, q͞m angulum acutum contineant cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21. primi, sintq; omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam s. quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totū motum, q͞m uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidali concauo secū dum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis. s. ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut si super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi quæ sit a b, reflectatur radius e c, æquedistanter semidiametro basi incidens quæ sit b d, patet quia angulus e c a, æqualis est angulo d c b, q͞m em͞ ut patet per 20. quinti huius, quoscunq; angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter em͞ angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Resumatur ergo q l b. sector, & eius trianguli, quia quod demonstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyramides. Incidit ergo ipsi sectori in puncto t, radius æquedistans lineæ q b, quæ sit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ est h c s, æqualis angulo reflexionis, sed angulus h c s, æqualis est angulo q b c, quia per 29. primi, est angulus h c s, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, est per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c sunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi, secundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens, ergo radius in punctū b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui est k d f, æqualis est angulo reflexionis, sed & idem est æqualis angulo q b d, secūdū p̄missum modum deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

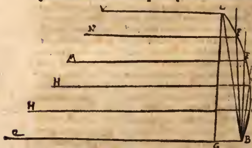
sunt



sunt æquales, ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter autem est & in alijs demonstrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factæ per latera triangulorum productos à puncto b, uersus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod est centrum accepti circuli, & quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore ad unū punctum mathematicū aggregationes autē radiorum fiunt quasi infinitæ, hæc ergo demonstratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d, e f l, reflectūtur ad unum punctum, qui est q, & si portionculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabunt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum distabit à puncto reflexionis quæ est q. Eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu suo superficiem sectionis præassumptæ pyramidis superius limando & cauando producet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur. patet ergo propositum, faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se intersecantes.

XXXIX.

Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad cōcursum cum cōtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.



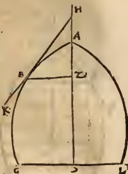
Sit sectio parabola cuius nomen prius libro primo in cōmento propositionis 98. exposuimus, quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & diameter a d, contingatq; hanc sectionem in puncto b, linea recta, quæ sit h b k, concurratq; diameter, quæ sit d a. producta extra sectionem cum linea contingente, quæ est h b k in puncto h. & à puncto contingentiæ quod est b, ducatur per 12. primi, linea perpendicularis super diametrum a d, secās ipsam in puncto z, & sit b z, dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b z, & periferiam sectionis quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametro cum linea contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri cadens inter ipsam periferiam sectionis, & hoc uniuersale est, etiam si linea recta sectionis contingat in puncto g, hoc aūt demonstratum est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipso ut demonstrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis est æquale rectangulo cōtento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

Sit ut in præmissa sectio parabola quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & eius diameter

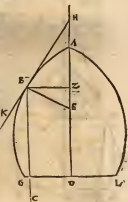
meter sit a d. & à puncto aliquo sectionis quod sit b, ducat sup diametrum sectionis, quæ est a d, ppendicularis b z, dico quod quadratũ lineæ ppendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 3 7. quæ est pars diametri à d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16 sexti, ꝓportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineã z a, hoc autẽ similiter demonstratũ est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstra to. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia solum illis indige mus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

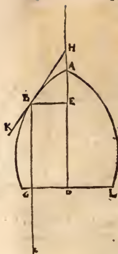


XLI.

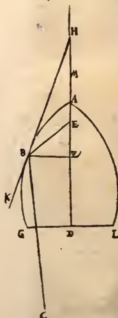
Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscisionis diametri producta cum linea contingente sectionẽ super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectũ sit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte pũcti a, resecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g, incidatq; linea t b, puncto sectionis quod est b, æquedistanter diametro a d & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat à diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico quod duæ lineæ t b & b e, cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita q angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus eñ b e h, non potest euadere unam trium conditionum, aut eñ erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3 eadatq; per 32. primi, punctũ 3, inter duo puncta a & e, & ꝓducatur dia meter a d, ultra punctũ a, donec per 2. primi huius, cõcurrat cũ linea contingente sectionem, quæ est k b h, sitq; concursus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo ppendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit ꝑ 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentiũ adiecta, quæ est a h. Erit ergo ꝑ 8. secundi quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æqua le ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cũ quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h. sed per præmissam patet, quod illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b 3, qm̃ linea b 3 est perpendicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, in trigono e b h, an gulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a sunt æquedistantes, ergo per 29.





primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandum de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad punctum e, qm̄ illa linea sup punctū e cum diametro a d. angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, adhuc patet ꝓpositum, qm̄ angulus c b k est æqualis angulo e b h, qm̄ em̄ angulus b e h est rectus, patet ꝙ linea b e est perpendicularis super diametrum a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id ꝗq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1. sexti, qm̄ linea e a est ex hypothesi, 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per p̄missam, qm̄ linea e b, est ꝑpendicularis sup diametrū a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius p 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & qm̄ linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, qm̄ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterū, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur em̄ linea perpendicularis, quæ sit b 3, à puncto b, ipsius sectionis, cui incidit linea æquedistās diametro a d, quæ est t b, illa quoq; ꝑpendicularis super diametrū a d, sit b 3, cadet'q; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliàs em̄ duo anguli unius trigoni b e 3 fierent maiores duobus rectis, qm̄ uno existente recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctū 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, est maior ꝗ̄ linea a e, & qm̄ linea h b k contingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior ꝗ̄ linea a e, fiat p 3. primi, linea a m, æq̄lis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m est æquale quadrato lineæ e h, ꝗa itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, ꝙ illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineā a e quater, ut patet ex præmissis, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, p 1. secundi, uel per 1. sexti, qm̄ linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est



æquale

æquale quadrato lineæ b 3, per præcedentē, qm̄ linea b 3, est ꝑpendicularis super diametrum a d, quadratum uero lineæ b e, per penultimam primi, est æquale quadratis ambabus linearum b 3 & e 3, patet ergo quod quadratum lineæ b e, est æquale quadrato lineæ e h, ergo linea e b, est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b sunt æquales, sed ut prius t b & d h sunt æquedistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & similiter demonstrandum in omni linea incidente sectioni æquedistanter diametro a d, cum angulus b e h, est obtusus, patet itaq; generaliter propositum, nam omnis linea incidens periferiæ sectionis æquedistanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctū abscindens à diametro ex parte periferiæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

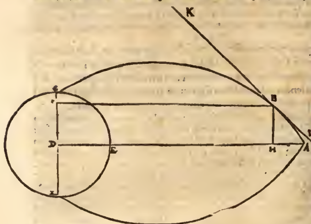
In omni superficie concaua cōcauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis cōtingentis sectionem abscidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ, omnis linea æquedistanter axi incidens illi superficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos æquales.

Sit superficies concaua concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a & hæc est sup̄ficies illa, quā motu suo circa axem fixum efficit ipsa parabola per 17. primi huius, & qm̄ ut idem patuit, huius superficiei basis est circulus, quem circa punctum d, motu suo describit linea g d, sit ille circulus g e 3, & sit huius superficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto. s. a, abscindat̄ ab axe lĩea a h, æq̄lis .4. p̄ti lateris recti ipsius sectionis, q̄ sit g z, cuius q̄rtæ p̄ti æq̄lis sit lĩea a h, & ducat̄ à pũcto sup̄ficiei b, linea b t, æq̄distanter axi a d, p̄ 31. primi, & ducatur linea b h, dico quod duæ lineæ t h & b h, continent cum linea contingente superficiem concauam propositam in puncto b, duos angulos æquales, qm̄ enim linea a d & b c sunt æquedistantes, patet quod ipsæ sunt in eadem superficie per 1. primi huius, sed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, lineæ ergo t b & b h, & a d, sunt in una superficie, sit itaq; ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum b, superficies itaq; b c d a, secabit superficiem concauam, & erit per 19. primi huius, communis sectio ipsarum parabola, quæ sit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis sectio superficiei b c d a, & superficiei planæ contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b, quæ sit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit sectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per præmissam, qm̄ duæ lineæ t b & b h, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente sectionem in puncto b, qm̄ imaginata moueri superficie b c d a, circa axem fixum quæ est a d, patet quod punctū b, motu suo efficit circulum in superficie concaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte sectionis parabolæ, quæ est a b g, cadat punctus b, siue angulus b h a fiat acutus, rectus uel obtusus, patet itaq; quod omnis linea æquedistans axi a d, est incidens superficiei concauæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta cōtinet angulos æquales, & hoc est propositum.

XLIII.

Speculo concauo cōcauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo æquedistanter axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ speculi superficiem causantis, ex quo patet quod à superficie talium speculorum ignē est possibile accendi.

Sit speculum concauum concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a, & basis ipsius sit circulus q e z, & eius axis a d, & distantia puncti axis quod sit h, à puncto uerticis speculi quod est a, sit æqualis quartæ parti lineæ q z .s. lateris recti sectionis parabolæ a b g, causantis motu suo super axem a d. superficiem ipsius speculi concaui quod soli opponatur secundum eius axem a d, sit eñ corporis solaris centrum k, situeturq; speculum taliter ut eius axis a d, sic producta ,pueniat ad centrum solis in punctum k, dico quod oñes radij solares æquedistanter radio k a, superficiei speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ est axis speculi, q̃m eñ omnes radij egredientes à quocũq; puncto corporis solaris super aliquod punctum supficiei speculi, egrediũtur secundum lineas rectas, ut patet p 1. secundi huius, tũc palam est, quia linea k a, est linea recta. Sit itaq; super periferiam alicui9 sectionis parabolæ ipsius speculi, q̃ sit g a 3 q, punctũ g, signatũ utcunq; contingit, & à pũcto speculi g, per 31. primi, ad aliq̃d pũctum corporis



solaris quod sit t, ducat̃ linea g t, æquedistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secundum axem a d. Est aũt necessariũ omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquedistanter radio a k, productam ad superficiem corporis solis incidere, q̃m superficiei speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est ,pportio, sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq; lineæ quæ possunt duci à superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi a d, incidunt corpori solari, & secundum illas lineas fit incidentia superficiei speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantium axi radioꝝ, hoc aũt est omniũ radioꝝ cuicũq; puncto superficiei totius speculi incidentiũ, q̃m p 31. primi, à q̃libet pũcto ,ppe uel remote dato, scimus cuilibet datæ lineæ ut in ,pposito est axis a d, ducere lineã æq̃distantẽ, dico itaq; qd' oẽs illi radij reflectunt̃ à totali supficie speculi ad unũ punctũ axis speculi q est punctũ h, oẽs eñ illi radij cũ sint lineæ rectæ, patet per p̃missam, quod cum lineis ab oibus punctis suaꝝ incidentiaꝝ ad punctum h, ductis cõtinent angulos æquales, ergo per 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectunt̃ secundũ illas lineas transeuntes punctum h & ex hoc patet, qd' oẽs radij incidentes piferiæ sectionis æq̃distanter radio incidenti secundũ lineã quæ est diameter ipsius sectionis reflectunt̃ ad punctũ diametri, q abscindit ex capite diametri à pte piferiæ sectiõis partẽ æqualẽ q̃rtæ pti lateris recti ipsius sectionis a b g, q̃m ois reflexio à q̃libet corpoꝝ politoꝝ regulariũ fit secundũ æqualitatẽ angulorum, quos cõtinẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficie speculi à qua fit reflexio cõtingente, & q̃m oẽs illæ lineæ secant se in puncto h, patet qd' in puncto h, est cõcursus oim illoꝝ radioꝝ. In illo ergo pũcto aggregat̃ ois uirtus omnium radioꝝ totali supficiei speculi incidentium, & q̃m quilibet radiolus defert secum aliq̃d uirtutis actiuæ corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrens

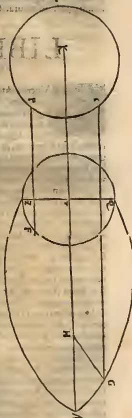
omnium

omnium scilicet radiorum superficiei speculi æquedistanter ipsi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota superficie & à quolibet pũcto ipsius radij solares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propositum.

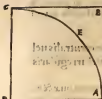
XLIIII.

Speculum secũdum formam sectionis parabolæ uel lineæ ecentralis uel intersectionis pyramidalis uel cuiuscunque alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.

Lineam quam dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud nos multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniam ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est cõmunis sectio superficiei conicæ cuiuscunque pyramidis, maxime uero rectangulæ & superficiei pyramidem per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaque sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit a e g, & assumatur lamina ferri boni uel calibis, mensuræ & quãtitatis cuius placuerit, quæ sit a b g d, & protrahatur in ipsa sectio parabola quæ sit æqualis & similis sectioni a e g, & abscindatur lamina secundum illam sectionem a e g, uel secundum aliquã partem ipsius, siue placeat à parte uerticis quæ est a, siue ex parte unius sui capitis quod est g, siue ex parte alterius sui capitis quod est in latere eius recto oppositum puncto g, fit enim magna diuersitas proiectionis radiorum secundũ illam partium sectionis diuersitatem, resecta itaque lamina a d b g, secundum formam & figuram sectionis a e g, acuatur extremitas laminæ quæ est secũdum formam sectionis acuitione bona, scilicet ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumatur item alia lamina de calibe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præassumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabolæ secetur contiguæ multis sectionibus ad modum limæ, ita ut per ipsa possit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius superficiem secundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectiõis parobolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi concauati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium à puncto uerticis est figuræ quasi annularis, & forma speculi cõcauati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est ad modũ longitudinis oui. Limetur itaque speculũ cuiuscunque figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ quæ est secta ad limandum occurrat toti superficiei ipsius speculi. Si ergo speculum limatũ fuerit secundum figuram oualem, tũc ordinetur in loco fixo ita ut eius concaua superficies quantum ad lineam periferiæ suæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam cir



culi æquediſtãtis baſi, & in loco axis figatur lamina lineæ ſuperficiei incidentis uel incidente planantis, moueaturq; ad concauandum ſpeculum, & torneṫur ſicut tornantur alia inſtrumenta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti ſuperficiei ſpeculi, & euacuetur omis aſperitas ipſius, planet quoq; quantũ eſt poſſibile, eritq; tunc ſuperficies illius ſpeculi ſecundum totum habens figuram ſectionis parabolæ, & fiet ab omnibus punctis ſuæ ſuperficiei reflexio in punctum unum, ſimiliterq; modo faciat ingenioſus artifex in alijs lineis quibuſcunq;, ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem eſt operandi modus, ut ſecundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel ſecundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio ſuper ſubiectas ſibi ꝓportionales corporis ſuperficiei ſuperficies, prouenientq; figuræ ſimiles illis lineis à quarum ſuperficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propoſitum.



LIBER DECIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



SVperius duos modos uiſionis, ſcilicet eũ qui fit directe per unum medium diafonum, & eũ qui fit per reflexionem à politis corporibus tractauimus, ſuper eſt nunc ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uiſum & rem uiſam proſequamur. Quoniam & ſecundum hunc modum diuerſimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus ſuſceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs ſolis ſub corpore ſphærico diafoni denſioris aëre uel aqua, ut ſub glacie uel criſtallo, uniuerſaliter uero aggregatio uirtutis radiorum ſtellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis, diſperſio uero uirtutum naturalium formarũ debilitat actiones naturales. diſgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omĩbus ſicut & in alijs modis uidendi ſuperius diximus, uiſiua cognitio ſignum eſt non cauſa. Non enim quia uiſus ſic uidet, ideo ſic accidit in formis rerum agentiũ, ſed quia ſic agũt formæ naturales, ideo ipſas ſic agentes uidet uiſus, niſi forte in quibuſdam deceptionibus, quæ uiſui accidunt per ſeipſum. Omnis autem paſſio ſecundum modos cuiuſcũq; refractionis naturæ accidens uel uiſui, fit ſemper propter diuerſitatem diafoneitatis mediorum corporum inter agens & paſſum, uel inter uiſum & rem uiſam. Corpora uero diafona nõbis aſſueta, ſunt aër, qui eſt rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod eſt rarius aëre, ut poſtmodum demonſtrabimus in progreſſu. Hic autem in tota ſequente tractatu nomine aëris & ignem accipimus, quia licet inter hæc ſit differentia ſpecifica formalis & diuerſa raritas in diſpoſitionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuerſitate aliq̃ua accidit diuerſitas ſenſibilis in formarũ refractione, quoniam ignis qui apud nos eſt hic inferius, eſt in materia groſſa terrea uel aquea uel aërea, & ſecundum hoc ſequitur paſſiones corporum aliorum, ignis uero in ſphæra ſua eſt ſecundũ ſui formalem diſtinctionem aëri contiguus, & ſecundum naturam diafoneitatis continuus, non habens diſtinctam ſuperficiem ab aëre in qua ſit poſſibile refractionem ſenſibilem fieri. Aër enim quanto propinquior eſt cœlo, tanto fit rarioris diafonitatis, ſimiliter et ignis, ita quod infimum ignis & ſupremũ aëris eſt diafonitas quaſi una, in qua refractio ſenſibilis fieri non poteſt, & itaq; ſuperficies concaua ignis non eſt diuerſæ diafonitatis & ſenſibiliter determinatæ à ſuperficie conuexa aëris, ideo non fit refractio inter illa, & ſic ignem in hoc tractatu ſub nomine aëris implicamus. Eſt tamen aliqualis

refractio

refractionum diuersitas in aëre densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimũ accidit in aëre cõdensato prope terram, & maxime in crepusculis serotinis et matutinis tẽporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius quod est in illo suo genere, uno tñ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diafonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes ut sunt uitra. Dicitur etiã de quibusdam corporibus animatis quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum quibus superstant, quorũ animatorum corporũ passiones nõ ꝓsequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli quæ occurrit uisui est sphærica concaua, quæ si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi hujus, & superficies aëris quæ tangit illam est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregulares, unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum quæ uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ dicitur linea secundum quam forma directe diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non recte prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis in quo est res uisa & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis dicitur superficies in qua continentũ lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis à qua fit illa refractio. Angulus refractus dicitũ angulus minor quẽ cõtinet linea refracta cũ ducta perpendiculari. Angulus refractionis dicitur angulus quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius superficie fit refractio in cõtinuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cum forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta dicitũ forma rei uisæ oblique perueniens ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit.

Supponimus aũt hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta à puncto reflectionis super superficiem in qua fit refractio, ex quo patet quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono, in qua sit linea a b c, & sit punctum cuius forma refrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & à puncto b, super superficiem

abc,

a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionem præmissam in principijs libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidẽs quæ est d b, & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctũ in quo fit refractio quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter cũ protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaq; d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi, omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidentia formæ refrangendæ, quã enim omnis refractio fit ad omnẽ differentiã positionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam, determinatio ergo refractiõis ad tertiam differentiam positionis fit tantum per uisum, quia in quacunq; superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propositum, & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis constituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.

II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, siue illa superficies sit plana conuexa uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum cuius forma refringitur, & punctũ superficiei corporis à quo fit refractio, & centrũ uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis sup superficiem corporis illius, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractiõis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractio, si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à pũcto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractio, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis sup illud corpus in pũcto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris siue pyramidalis siue alterius figuræ cuiuscunq;, semper enim superficies refractionis erit erecta super superficiem corporis in qua fit refractio, & si accidat ut illa superficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à pũcto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiẽ horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmisimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistat superficiei dorsi instrumẽti, cui

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaq; medij circuli æquedistat superficiei regulæ longæ quadrangulæ suppositæ dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est super superficiem laterũ longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, superficies itaq; medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis p̃ instrumentũ positũ in uase ut cõsueuit. Superficies itaq; medij circuli est p̃pendicularis sup̃ superficiẽ horizontis, & quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositũ. Idem quoq; potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ est linea incidentiæ suæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aere ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractio sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam, & hoc est propositum.

III.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficiei secũdi diafoni respectu uisus refracte uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet p̃ 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi p̃ximo, & peruenit ad superficiẽ corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonũ contingens illud secundũ corpus diafonũ qđ sit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter ꝙ linea incidens perpendiculariter, sola em̃ illa extendit̃ secundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo sibi, & in corpore alio diafono próximũ corpus diafonũ contingente, dũ tamen p̃pendiculariter incidat utriq;, & si forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto sup̃ficiei continuæ cũ superficie corporis diafoni corporis p̃ximi, nec sit illius superficiei secundæ corpus diafonũ, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris sup̃ficiei diafoni æquedistans, tũc à puncto incidentiæ lineæ radialis sup̃ superficiem secũdi corporis alia p̃pendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficiei prioris corporis secundũ p̃pendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã superficiẽ duas lineas p̃pendiculares duci est impossibile p̃ 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti transeũtes in corpus diafonum contingens p̃ximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta, & refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, superficie corporis diafoni existente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quàm sit primũ diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

forma cõtinua magis aggregata & unita ꝑueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quẽ extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipsius secũdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ potest extendi ab illo pũcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aëris ad superficiẽ corporis diafonitatis alterius pertingentes, & si in superficie eius corporis secundi diafoni corporis lineæ obliq; incidentes refringi imaginetur perpendiculari linea, quæ est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeunte, tunc adhuc fit unum corpus continuũ in refractiõe, sicut & una est forma corporis incidens superficiei illius secundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secundũ ueritatẽ in aëre pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratũ uel luminosum densum, miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipsorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ poterit extendi ab illo pũcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto densi extendet̃ ꝑ quamlibet linearũ refractaꝝ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio sibi correspondente, & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ ꝑueniunt ad uisum, sed ꝑpendicularis quia nõ refringitur, peruenit ꝑpendiculariter ad centrũ uisus, & formæ per lineas obliquas incidentes refractæ & oblique perueniunt ad uisum, cũ itaq; lineæ secundũ quas forma refrangitur, se in aëre per omnem corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipsarum multa sit intersectio, ꝓpter æqualitatem diffusionis formarum illaꝝ ad omnem differentiã positionis, tunc si centrũ uisus positũ sit in illo pũcto, cõprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unico pũcto ꝑpendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur, ut in 47. secundi huius ostensum est, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diafoni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumenti sensibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictũ instrumentũ quo in præcedentibus usi sumus, cuius diametrum quam ibi signauimus, ꝑ lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q, sit centrum laminæ basis instrumẽti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistanter superficiei horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrum laminæ, quod est q, opilentur quoq; foramina instrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipsorum quod in ambobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colũna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentũ donec diameter b q g, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod est extremitas diametri circuli medij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas stili secũdum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrum uisus & extremitas stili tũc sunt in linea k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secundum quam fit uisio. Est enim linea k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipsa æque distat lineæ b q g, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super eandẽ superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentũ donec linea b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus sup̃ superius foramen, & non uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas & figatur in illo pũcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculum densum in superficie aquæ in centro medij circuli qd̃

est f,

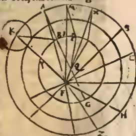
est f, tūc non uidebitur illa extremitas stili, ablato uero illo corpusculo uidebitur illa extremitas stili, quod si consideretur in numero graduum medij circuli distātia extremitas stili à pūcto z, inuenietur distantia sensibilis. Potest aūt punctus z, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centrum duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super cētrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit super punctum z, ut præmissum est prius in propositionibus secūdi huius, quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphæræ ut in illis propositionibus aliquibus assumptū est, cuius uitri superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminum, namq; quæ est suarum superficierum planarum communis differentia sit super lineam o d, secantem b q, semidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpēdicularis super planam superficiem uitri & super conuexam. Deinde ponatur instrumentū in aqua, ponaturq; extremitas stili super punctum z, & centrum uisus super superius foramen, uidebiturq; extremitas stili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quādo est in linea perpēdiculari super superficiem corporis, in qua fit refractio uitri, ut nūc est linea k f z, perpēdicularis super superficiem uitri, forma ipsius uidetur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & differentia communis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum scilicet lineæ o d, quoniam & tūc linea k f z, est perpendicularis sup utrasq; superficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si à superficie laminæ instrumēti euulso uitro à centro laminæ quod est q, in superficie laminæ ducatur semidiameter q r, continens cum semidiametro b q, angulum obtusum. Deinde ducatur semidiameter q u, continens cum linea q r, angulum rectum, & ꝑtrahatur ad aliam oram instrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q, obliqua super lineam q u. Deinde linea quæ est communis differentia superficierum planarum uitri, ponatur super lineam q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentiæ communis planarum superficierum ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri super centrum medij circuli ut præostensum est in alijs, & linea k f, transit per centrum uitri & est obliqua super superficiem ipsius planam, quoniam diameter b q æquedistans lineæ e i, quæ est k f, oblique cadit super lineā q u, & quoniam linea k f, transit per centrum uitri, palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r, ducatur perpendicularis in ora instrumenti usq; ad circunferentiam medij circuli quæ sit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeāt notari, & imaginetur duci linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri, quoniam transit per eius centrum, & est perpendicularis super planam uitri superficiem, quoniam est æquedistans lineæ q r, perpendiculari super lineam q u, cui supposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uitri, punctus itaq; e est punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius, ponatur itaq; instrumentum sic dispositum, in uas, & ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z, & ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k, tūc non uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; stilus in circūferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc pūctum f, quod est centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpusculo, non uidebitur extremitas stili, sed

illo corpusculo remoto iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secũdum refractionem factam à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicularis super superficiem planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra ambarum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e æquedistans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f, & transiuerit per totũ corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri. Cumq; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonitatis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniam linea z f, est remotior à perpendiculari ducta à pũcto refractionis super planam superficiem uitri quæ est linea e f quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis super superficiem aëris continentis planam superficiem uitri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palàm quia fit refractio ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & communis differentia suarum planarum superficierum ponatur super lineam q u, sitq; medium punctum illius communis differentiæ super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi huius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedistant, ponaturq; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuaturq; uisus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circumferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem cõtrariam puncti e, & tunc uidebitur extremitas stili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitatis stili à centro uitri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est grossius aëre, formæ itaq; quæ refranguntur à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est propositum.

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia angulorũ refractionis est secundũ quantitates angulorũ incidentiæ contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiẽ corporis secundi, anguli enim refractionum crescunt & decrescunt secundum dispositiones illorũ angulorũ incidentiæ in corporibus & sitibus diuersis. & quia, ut patuit per p̄missam, tunc à corpore subtilioris diaphoni ad corpus grossius fit refractio ad perpendicularẽ ꝓductam à puncto refractionis super superficiẽ secundi corporis, & à corpore grossioris diaphoni ad subtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per p̄missam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundũ diuersitatẽ diaphonitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorũ experimentaliter ꝓbetur, diuidatur à circulo medio qui est in periferia instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circũferentia instrumẽti circa punctũ k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuisa est in 360. partes, qui arcus sit k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiẽ laminæ quæ sit n l, cadatq; punctus l, in superficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ instrumenti quod est q, linea l q, & à centro medij circuli quod est f, ducatur linea ad punctũ n, quod sit f n, sitq; diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circũferentia medij circuli à puncto n, separetur arcus 90. partium sequens arcũ k n, qui sit arcus n s, & à centro medij circuli quod est f, ad punctũ a, ducatur linea quæ sit f s, quæ erit perpendicularis super lineam f n, per ultimã sexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartã partẽ circuli, remanebitq; arcus residuus ex medio circulo qui est a 3, partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase, & situetur uas æquedistãter horizonti, & infundatur aqua clara usq; ad punctũ q, centrum laminæ, & in ortu solis in mane moueatur instrumentum donec linea l q, contingat superficiẽ aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, qui est æquedistans lineæ l q, signatæ in superficie laminæ similiter cõtinget superficiẽ aquæ, locus enim istarum duarum lineaꝝ non differunt in respectu superficiei aquæ, quo ad sensum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectũ, ut supra patuit, est ergo linea f s, perpendicularis super superficiem aquæ, & semidiameter f 3, continet cũ linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam sexti, est 80. partium, quoniam illi angulo subtenditur arcus partiũ 80. qui est arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, subtendit angulũ declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ. Deinde mutetur instrumentum in p̄misso modo dispositũ cũ toto uase, donec eleuato sole sup horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat per duo foramina, & signetur centrum lucis in ora instrumenti quæ est intra aquam, fiatq; supra centrum lucis signum aliquod per aliquã puncturã, eritq; signum illud quod sit h, in circũferentia medij circuli, auferatur itaq; instrumentũ, & respiciatur punctũ h, cadatq; ipsum inter punctũ 3, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centra duorũ foraminũ, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erectæ super superficiẽ aquæ, ut patet per p̄missam, patet ergo tunc quod angulus refractionis est ille quẽ subtendit arcus 3 h, interiacens punctũ h, & punctũ 3, & ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & ꝓportio anguli refractionis ad 80. partes, quæ sunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde signetur in circũferentia medij circuli arcus k m, pertransiens punctum n, qui sit partium 20. & ducatur linea m p, in ora instrumenti perpendiculariter super sup̄ficiẽ laminæ, & ducatur linea p q, in superficie

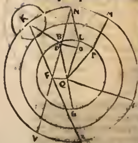


aminæ ad cētrū q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partium 90. & ducatur linea c f, a puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiū 76. Deinde ponat instrumētū in uas, & reuoluat quousq; linea p q, tangat superficiē aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra ambo℞ foraminū continet cum linea c f, angulum 70. partiū. Deinde consideret altitudo solis, & moueatur instrumentū quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup cētrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde consideret arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cōputationē ptiū arcus, eritq; nota ꝑportio anguli 3 f u, ad angulū incidentiæ qui est 3 f t, quē continet diameter transiens per centra ambo℞ foraminum, cū perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝑcedatur signando arcum k x, quæ sit partium 30. & est eadē expimētatio. Deinde sumat arcus partiū 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70. deinde 80. & semper ꝑ cōputationē partium arcus circuli medij interiacentis punctum 3, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti, & ipso℞ ꝑportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminū semp erit nota, nō solū autē per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos ꝑmissa arcuum diuisione potest ꝑcedere, quia semp est idem modus declarandi. & ut summarie ho℞ angulo℞ quantitates & ꝑportiones perstringamus, q̄ñcunq; alicuius radij transeuntis per corpus aeris suæ debitæ dispositionis exprobatū fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphonitate cōpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cōsequenter secundum formam tabulæ quā inferius subiungemus, patet ergo ꝑpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiē laminæ, copulet quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatū cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarū superficie℞ plana℞, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponat lineæ l q, taliter ut secundū sui punctum medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctū illius lineæ uitri super punctū q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminū, & applicet bene uitrum laminæ, & instrumentū positum in uase moueatur, donec lux transeat ꝑ ambo foramina, signeturq; sup centrū lucis signum, & considerent quantitates angulo℞ refractionis ex aere ad uitrum per quantitates arcuū, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquā, accipiat uitrū qđ est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in ꝑpositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexū uitri ex parte centro℞ 2. foraminū, ponaturq; medium lineæ quæ est differentia cōmunis superficie℞ plana℞ sup centrum laminæ, ita quod illa cōmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminū, peruenit recte ad centrū uitri, & reflectit apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; post modū arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cōis planarum supficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterū medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrū laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius,



& mutato

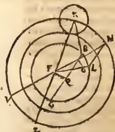
& mutato uitro secundum illas, habebunt anguli refractionũ particulares, & ipsorũ proportio ad angulum incidentiæ quẽ continet diameter pertransiens centrũ foraminũ cũ perpendiculari producta à loco refractionis super superficiẽ planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentẽ. In his enim dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti: semper erit centrum uitreæ sphæræ in puncto f, eritq; per 72. primi huius, linea s f, similis illi perpendicularis super superficiẽ conuexam uitri, & super superficiẽ planam ipsius, à cuius punctorũ aliquo fit refractio, quoniam quælibet illarũ linearum est perpendicularis super lineas æquedistãtes lineis l q & p q, & similib. illis quibuscũq;. Scieturq; ut prius reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus sitibus cum refractio fit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerẽ, semper inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrũ, & de uitro ad aerẽ æquales, quoniam angulus contentus à linea, per quẽ extenditur lux ad locũ refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio ab aere ad uitrũ, æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extendit̃ lux, & à perpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerẽ, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliqs experiri quantitates angulorũ refractionis à conuexo uitri ad aerẽ, diuidat ut prius de circũferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcũ 10. partium, qui sit k n, & ducant̃ ut prius linea n l, & linea l q, & à linea l q, quæ est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindat̃ linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o, & à puncto o ducat̃ perpendicularis super diametrũ laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrũ b q g in puncto d. Deinde supponatur communis sectio planarũ superficierũ uitri huic perpendiculari o d, ita quod punctum medium illius sectionis sit super punctũ o, erit itaq; centrũ uitri in superficie medij circuli & eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis super superficiẽ uitri planam per 8. undecimi, quoniam est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illam superficiẽ, & super illam differentiã cõmunem illarũ duarũ planarũ superficierum uitri, erit quoq; centrũ circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exiens à centro medij circuli quod est f, ad centrũ laminæ quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cõmunis superficierũ planarũ uitri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. secũdi huius, & utraq; istarũ linearũ est perpendicularis super superficiẽ laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri cũ centro medij circuli est æqualis lineæ q o, copulanti centrũ laminæ quod est q, cũ medio puncto differentiæ cõmunis duarũ planarũ superficierũ ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posita est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrũ ergo medij circuli est in conuexo uitri, lineæ ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli cũ nõ transeat centrũ sphæræ uitreæ, patet quia est obliquæ incidẽs super eius conuexam superficiẽ, ergo per 47. secundi huius, cũ eadẽ diameter oblique incidat superficiei aeris cõtinẽtis refrangit̃ ipsa à perpendiculari ducta à puncto refractionis super ipsam superficiẽ aeris, imaginent̃ itaq; semidiameter uitri produci ex utraq; parte ad circũferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrũ circuli medij quæ est k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij, arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliqs centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrũ duorũ foraminũ quàm sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodẽ puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta est ad partẽ contrariam diametri productæ à loco refractionis quæ transit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrũ lucis signatũ est quantitas anguli refractionis, angulus enim refractionis est apud centrum circuli medij, quoniam ut patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendit̃ super lineam trãseuntẽ per centrũ duorũ foraminum recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, fit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium trium, factisq; ut in praecedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorũ refractionis per instrumentum, & si infundat̃ aqua uasi, tunc erit aqua loco aeris, & pmisso mõ inuenietur diuersitas angulorũ refractionis à uitro ad aquã, & differentia secundũ quod illi refractioni est ppria, & quantitas angulorũ refractorũ & angulorũ refractionis, respectu eorũ quæ sunt in aere, qđ si à puncto 3, ducere placuerit extremitatẽ stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquedistantiũ superficierũ omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, q̃ diameter uitri sphærici cõuexi, quo superius usi sumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterũ quadratorũ concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri uitri sphærici, & sint cõmunes sectiones planarũ superficierũ huius uitri lineæ rectissimæ. Potest aũt hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex ære uel lapide, & uitrũ liquefactũ fundat̃ super ipsum, & poliat̃, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, qđ est k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius quantitas sit illa secũdũ quã quis uult experiri quantitates angulorũ, q sit arcus k n, & à pũcto n, ducat̃ in ora instrumenti linea n l, perpendicularis super sup̃ficiẽ laminæ, & ducatur linea l q, in superficie laminæ ad centrũ eius quod est q, & à semidiametro l q, resecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, ppendicularis super diametrũ laminæ b q, & ,ptrahatur in utramq; partẽ, & sit o e, secans diametrũ b q g in puncto e, & supponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati supposita sit ex parte duorũ foraminũ, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfluitates rectilineæ quæ superfluũt sup̃ diametrum columnæ, sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantiæ duarũ extremitatũ diametri basis cõcauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrũ basis cõcauitatis columnaris super punctũ o, à quo exiuit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distantia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundũ hanc ergo dispositionem applicet̃ uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies medij circuli secans concauitatẽ columnarẽ & æquedistans basi eius, qm̃ basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, secat sup̃ficiem columnarẽ concauã secundũ circulũ, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis cõcauitatis ipsius columnæ, & linea continuans centra istorũ duorũ semicirculorũ. s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis sup̃ superficiem laminæ incidens ad punctum o, qm̃ ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ ppendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod est f, super centrũ laminæ, qđ est q, sed & linea e q. est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo p 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod est f, ad centrũ semicirculi, qui sit in superficie columnæ concaui æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrũ itaq; medij circuli, quod est f, est in circũferentia semicirculi



culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concaua superficie columnæ, & quia terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis sup planam uitri superficiẽ, quia etiã planæ superficies sunt super se inuicem perpendiculariter erectæ, erit ergo linea k f 3, ptransiens centra amborũ foraminũ ppendicularis sup superficiem planam, quæ est in parte conuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3, est æquedistãs semidiametro laminæ b q g, quæ est ppendicularis super illã superficiẽ, ut patet ex pmissis, & hæc superficies plana uitri est ex parte foraminũ. In hoc ergo situ lux quæ extendit p lineã transeuntẽ centra duorũ foraminũ, extendit in corpore uitri recte, donec perueniat ad concauũ uitri, & tunc reflectit apud concauam superficiẽ uitri, cum enim non transit per centrũ circuli, qui est in concaua superficiei uitri, patet per 72. primi huius, qm ipsa nõ est perpendicularis super cõcauam superficiẽ uitri, refrangitur ergo in concaua superficie uitri, & cõmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri, est centrũ circuli medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens inter centrũ lucis & punctũ 3, qui est terminus diametri transeuntis per centrũ amborũ foraminũ subtendit angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuũ refractione à puncto k, & potest ostendi quantitas omnium angulorum refractionis à concaua uitri superficie. Quod si uitrũ sic disponat ut cõmuni sectione suarũ planarũ superficierum posita super lineam o e, conuexitas uitri respiciat centra foraminũ, tunc quia linea k f 3, ptransiens uitrũ puenit ad cõcauũ uitri irrefracta, cũ sit ppendicularis sup planã supficiẽ ipsius, obliq̃ uero sup concauã eius supficiẽ, ergo & sup cõuexã supficiẽ aeris cõtingẽtis uitrũ, refringet ergo à concaua uitri supficie, & hæc refractio est à concauo uitri ad aerem, & anguli qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri sunt idem istis, qm semper anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum sunt idem, cum angulus quem continet linea per quam primo extenditur lux, est perpendicularis exiens à loco reflexionis, sit idem angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refractiõis de aqua ad uitrum & de uitro ad aquam in superficie uitri concaua, uel in superficie alia quacũq;, quod si extremitas stili ducatur à puncto 3, in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs uitri secũdum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad uisum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumentaliter prout potuimus propinquius angulis omnium refractionum à quibuscunq; diaphonis notis ad inuicem, ut ab aere ad aquam & uitrum, & ab aqua ad uitrum, & ecõuerso ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquam, inuenimus quod semper idem sunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphono ad diaphonũ densius illo, & ab eodem denso ad idem rarum, secundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundum modos suorũ circulorũ quos præmittimus in capitibus suarum linearum. Potest itaq; secundum has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentum præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionum à medijs diuersæ diaphonitatis quibuscunq;, & patet ex eis, qm anguli incidentiæ formæ eiusdem puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ supficiei corporis diaphoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31. primi, ablato enim angulo maiore à suo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodẽ diaphono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minori, excessus quoq; anguli refractionis maioris super angulum refractionis minorem erit minor excessu angulorum incidentiæ maioris super maiorem, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus. f. ille quem addit angulus

incidentiæ maior super angulum suæ refractionis, est maior angulo refracto quem addit angulus incidentiæ minor super angulum suæ refractionis: semper itaq; in medio secundi diaphoni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio istorum angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quam in aqua, & sic secundũ diuersitatem diaphonitatis anguli uariantur. Si uero mediũ secundi diaphoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur. & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diaphonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur: quoniam enim à uitro ad aquam uel ad aerẽ fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere sunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidẽtiæ proportio uariatur. Hæc itaq; sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quam in respectu ad uisus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula quantitatũ angulorũ incidentiæ omnibus sequẽtibus cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aq̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiusdem.	
	par.	minu.	par.	minu.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minuta
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	30	13	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	42	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

	Anguli refracti ab aq̃ ad aerem.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti a uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti a uitro ad aquã.		Anguli refractionis eiusdem	
	par.	minut.	par.	min.	par.	minut.	par.	minu.	par.	minuta	par.	minuta.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uisus & puncto rei per refractionẽ uisæ in diuersis diaphanis loca propria permutãtibus, eædẽ lineæ incidẽtiæ & refractionis noĩa permutãt.

Satis iam patuit ex præmissis huius 10. tractatibus, quod formæ uisæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus. Deinde refringũtur ab illo alio corpore diaphono per aliã lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a, & punctum rei uisæ b. Sitq; superficies corporis in quo est punctũ b, ad uisum existentem in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentem in puncto a, à superficie corporis c d e, puncto d, sitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis quæ d a, dico quod si centrũ uisus & punctum rei uisæ permutent loca, ita ut centrũ uisus

uisus positum sit in puncto b, & punctum rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodem puncto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidētiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tm̄ linearum nomina permutantur manētibus eisdem lineis & eodem angulo, hoc autē patet per experientiam, cū em̄ aliqs existens in aere inspexerit aliud corpus contentū sub alio corpore quod est diaphonū, differens in sui diaphonitate ab aeris diaphonitate, tunc uisus cōprehendet omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterum uisuū, & aspexerit cum reliquo, uidebit illa eadem quæ prius, siue illud medium sit aer uel aqua uel uitrū uel cristallus. Qđ si uisus ponatur intra aquam aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia q̄ sunt ultra illud aliud corpus diaphonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere uel in uitro semper cōprehendet omnia eadem quæ prius, patuit aūt per 4. huius, quod uisus per medium diaphoni diuersi non cōprehendit res quæ nō sunt in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem diaphoni corporis nisi per refractionem, omne ergo punctū comprehensum à uisu, præter illud punctum quod est in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionē, & qm̄ formæ omnium punctorum quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diaphonum, refranguntur in eodem tempore ad centrum unius uisus, patet quod si alicuius rei uisæ punctum esset in puncto, in quo tunc est centrum uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia puncta quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diaphonnum oppositum uisui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodem modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrum uisus, qm̄ si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, cōprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet pūcti cuiuscunq; rei uisæ cum fuerit ultra aliq̄d corpus diaphonū, extenditur ad superficiem corporis diaphoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphoni, & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundi corporis diaphoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphoni: forma em̄ cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit semper lineam rectam ad ununquodq; pūctum corporis diaphoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illorum uisuum uidebit totalē formam rei uisibilis, quæ est sub altero diaphono, nam semper forma rei uisæ tunc erit apud punctū apud quem erit & centrum uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locū super idem diaphonum, semper eandem uidet formam quādiu forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in coelo & in aqua uno & eodem tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphoni in quo est res uisa, & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphoni in quo existit, & apud quodlibet punctū corporis diaphoni diuersi ab illo corpore diaphono in quo existit res uisa, inter quodlibet em̄ punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existētem in aliquo corpore diaphono diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisæ, fiuntq; tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphoni in quo fit diffusio formarum, quia itaq; totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionum quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdē lineas cōtinentur, patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisæ de uno diaphono ad alterum permutatis, semper quidem fit formæ uniuersalis diffusio, non tamen percipitur qualibet forma à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde permutatis, ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & econuerso, patet ergo propositum.

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat.

Hoc patet per experientiam, cum em̃ aliud uisum est in medio secundi diaphoni, ut pote per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à ꝑpendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficiē aquæ, & deinde uisus moueatur donec fiat positus in perpendiculari aliqua exeunte à re uisa super superficiem aquæ, tunc lux & color rei uisæ fiunt manifestiora q̃ essent cū aspiciebantur oblique, tunc em̃ figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multum obliqua, in perpendiculari uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut ferè recte secundū quod plus uel minus distant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, q̃m reflexio debilitat in formis reflexis luces & colores, quas formæ rerum uisarũ per quodcunq; corpus diaphonum secum deferunt ad uisum, nec em̃ est aliqua alia differentia illarū formarũ in esse suo, ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionem uisionis, & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uisis per medium secundi diaphoni propter refractionē fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius, Omnis linea uel superficies rei uisæ directe uisibus opposita perfectius uidetur q̃ obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis, patet ergo propositum.

XI.

Imago refracta rei uisibilis nunq̃ occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.

Qđ aũt hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autē est hæc, nam forma comprehensa à uiso in corpore diaphono alio ab aere non est ipsa res uisa, q̃m uisus nō comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed ĩ alijs dispositionibus & alio modo, cōprehendit em̃ imaginem refractam in sua oppositione, cū tñ res non sit directe uisui opposita, & quia cōprehendit rem refracte, ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiē corporis diaphoni, cōprehēdit ergo ipsum ut extra suum locū non in suo loco. Per experientiam quoq; idem patet. Assumatᷣ uas habens oras erectas sup basem eius, & in medio fundi uasis ponatᷣ denarius argenteus, & elonget se experimentans quousq; uideat illum denarium in fundo uasis. Deinde elōget se paulatim ulterius, quousq; non uideat ipsum, & in principio occultationis stet in suo loco uisu immoto, & præcipiat infundi aquā in uas, ita ut denarius nō mutet locum, & tūc uidebit denarium in eius oppositione ipso nō existēte in eius oppositione, ex quo patet qđ forma quā experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ, nam si forma esset in loco rei uisæ, tunc etiā res uisa cōprehendi posset sine infusione aquæ in uas qđ non accidit in tanta distantia, ut patuit, imago itaq; rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei, quod est propositum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uisi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum.

Sit em̃ punctus per refractionem uisus, qui est a, cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diaphoni, qui sit b, & sit centrum uisus d, dico quod forma puncti a, comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ d b, hoc aũt instrumentaliter declarandū, accipiatᷣ itaq; instrumentum primum, & ponatur in uase impleto aqua ut prius, & signetur aliquod uidendum ꝑ refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus, & intueatur experimētans ꝑ ambo foramĩa ita ut uideat illđ ꝑ refractionē. Deīde clauderᷣ secūdū foramē instrumēti, & tūc nō cōphēderᷣ res uisa, & si claudatᷣ primū foramē; si

nisi

militer nihil uidebit, quia abscissa est linea recta imaginabiliter exiens à centro uisus ad locum refractionis, forma enim puncti uisi per refractionem extenditur in corpore diafono in quo est res uisa, & refrangitur in corpore diafono quod est inter ipsum & centrum uisus, peruenitque ad uisum per lineam rectam exeuntem à centro uisus ad punctum refractionis, & uisus non comprehendit aliquid nisi in rectitudine linearum radialium per quas forma uisibilium mouetur ad uisum, & si fiat operatio per interpositionem alicuius uitri uisui & rei uisæ, ut supra eodem modo penitus operando, patebit idem, & hoc est propositum. Visus enim nihil comprehendit nisi in rectitudine linearum radialium, non enim patitur in progressione istarum linearum à punctis rerum uisibilium ad uisum, quoniam non uidet nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum ut patuit per secundam tertij huius, & per multas similes, patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio.

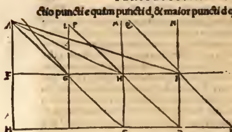
Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diafono transitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito, & iam patuit in his quæ dicta sunt in 47. secundi huius, quia transitus lucis in corpore diafono super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpendicularem exeuntē à puncto à quo extenditur lux sup superficiem illius corporis diafoni, & ex motu super lineam ductam in superficie corporis diafoni aut lineæ æquedistantis ei, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendicularem ductam à puncto corporis luminosi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum suæ refractionis motu composito ex motu super perpendicularē exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diafoni, & ex motu super lineam quæ est perpendicularis super hāc perpendicularem. Est ergo motus formæ quæ mouetur ad uisum aūt super perpendicularem ductam ab ipso puncto cuius ipsa est forma super superficiē corporis diafoni, quamuis postmodū translata sit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius est super perpendicularē ductam super illam priorem perpendicularem, & translata est post motum eius super primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ super superficiē corporis diafoni, fitque hæc trāslatio propter compositionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiē corporis diafoni. Deinde multiplicat se ad uisum, palam est quod ꝓponitur per hoc, quia si punctum superficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uisæ contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionē alicuius corporis opaci, non fiet uisio illius pūcti rei uisæ, forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propositū, quod est manifestius, postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

XIIII.

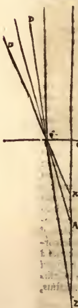
Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, maior est refractio quàm punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a, & linea uisa per refractionem sit b c d e, sitque communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractio lineæ f g h i, sitque perpendicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uisæ & sit a f b. Distetque à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d, dico quod maior erit refractio

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim pũcti a, cum



sit in ipsa linea perpendiculari, patet per tertiã huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorũ punctorum quæ sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio transmutat situm partiũ formæ refractæ, sed solum auget uel minuet figuram, patet quod de necessitate diuersitas formarũ punctorum rei uisæ refrangitur à diuersis punctis superficierum ipsius rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus, alias enim fieret trãsmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, et



forma puncti d à puncto h, & forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à pũcto h, linea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b c d e, ab inuicem, & à superficie diafoni à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h, patet ergo quod maior fit refractio à puncto h, remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu pũcti h, fit enim secundũ præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refractio pũcti i quàm puncti h, ergo est maior q̃ puncti g. patet ergo uniuersaliter quod ꝓponebatur. In omnibus enĩ punctis & superficiebus à quibus fit refractio est eadem demonstratio.

XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet pũcti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum cõtingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ pũcti rei uisæ existentis in medio secũdi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniatq; forma puncti a ad uisum d, secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis super superficiem b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam ꝑ undecimã huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & ꝑ 12. huius, occurrit in linea ꝑpendiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum x, hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandũ.

strandum. Accipiatur columna rotũda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basiũ eius, & in uno basium suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cum alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;, punctum uero centri quod est e, sit nigrum. Deinde accipiatur uas magnũ profundũ habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cũ immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h, diameter basis fit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq; appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrũ circuli e, in rectitudine illius diametri, deinde intueatur uisus diametrum i k, decliuem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h, extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione uel continentiæ anguli, ex quo patet quod forma pũcti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrũ circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem continent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc punctũ comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundũ rectitudinẽ diametri perpẽdiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctũ partis diametri i k, quod est intra aquam est eleuatũ à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis colũnæ quousq; diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter decliuis sup superficiem aquæ, & tũc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinẽ diametri g h, quoniam illa uidebit frangi & incuruari super superficiẽ aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrũ i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri signati in superficie basis colũnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ, et continet angulũ obtusum cũ parte sui q̃ est intra aquam, quæ pars intra aquam semper uidebitur continua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diafonitatis grossioris, quàm sit aëris diafonitas, uidetur extra locũ suũ eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto superficiei corporis diafoni, cũ linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo q̃ uisus cõprehendit per refractionẽ, quia sunt in oppositione uisus secundũ lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refractæ, qđ si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in communi sectione lineæ refractionis per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis ductæ à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrum superficierum planarum & æquedistantiũ, cuius longitudo sit octo digitorũ, latitudo

titudo & spissitudo sit æqualis quælibet quatuor digitorũ. Deinde basi columnæ ligneæ prædictæ prius inscribatur linea decẽ digitorũ per primam quarti, quæ sit l m. Eritq́ue medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq́; in duo æqualia in puncto n, & à centro basis quod est f, ducatur linea f n, & ꝓducatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3. tertij, linea f n, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, ꝓfundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis superponat̃ medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrũ est in longitudine octo digitorum, & linea l n, quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatem lineæ l n, in tribus digitis, & distinguũtur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sitq́; corpus uitri ex parte centri f, scilicet inter lineam l m, & centrũ f, & sic applicetur uitrum tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æquedistantes, & diameter l q, erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis; & ponat̃ alter uisuum in dicta communi circunferentiæ basis & extremitatis uitri, hoc est in puncto l, quod est extremitas diametri decliuis quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita qđ nihil uideatur cũ illo oculo nisi solus pũctus l, reliquus uero uisus sit in parte in qua est uitrum & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo uel bombacæ, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur nisi sola diameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrũ, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrũ circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri f, cadetq́; angulus incuruationis ex parte circunferentiæ, sed uisus cõprehendit partem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri ut est eius pars quæ o n, pars illa quæ est sub uitro comprehenditur à uisu existente extra uitrum secundũ refractionem, & pars o n, quæ est ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uisu extra uitrũ existente recte & sine refractione, pars autem quæ est ex parte centri cõprehẽditur ab utroq; uisu per refractionẽ, nam lineæ exeuntes à centro uisus contingentis uitrum & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri quæ est ex parte centri, oẽs fiunt decliues super superficiem uitri: pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ est ex parte centri comprehenditur à uisu cõtingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem, cum ergo extenduntur ad superficiem uitri reliquam quæ est ex parte centri f, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim superficies uitri sunt æquedistantes ex hypothesi, uisus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus centrũ f, duabus refractiõibus, partẽ uero quæ est sub uitro una sola refractione, partem uero superiorem quæ est p o, comprehendet absq; refractione, uterq; tamen uisuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum qui positus est super uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueat̃ diametrum p o ultra uitrũ, comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis cõprehendat ipsam secundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & si nõ comprehendat̃ à uisu in suo loco, cõprehendit̃ tamen in rectitudine perpendicularis q̃ exit à

pũcto

puncto illo super superficiem uitri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquanq; superficiem unam tantũ perpendicularem duci est possibile. Hæc aũt linea quæ est p o, à quolibet sui pũcto ꝓcedit ꝑpendiculariter sup̃ superficiem uitri. Omnis ergo refractio suorũ punctorũ fit super ipsam eandem. forma itaq; centri f, quando uisus tangit uitrũ comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiẽ uitri & diametri decliuis l q, pars extra uitrũ existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco. ideo quia pũctus centri f, non comprehenditur à uisu nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circunferentiæ, tunc forma centri f, uidetur sub centro basis colũnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo pũcto super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctũ cuius uidetur forma, & quoniam omne punctũ comprehẽsum à uisu per 11. huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunq; diafonis taliter situatis cõprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à pũcto rei uisæ super superficiẽ corporis diafoni qđ est contingens uisum, & patet ex præmissis correlariũ, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractio in medio secundi diafoni densiore primo, tũc locus imaginis approximat ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cũ ipsum uidetur sub aqua, cũ uero fit refractio à superficie alterius diafoni rarioris primo, diafono contingente uisum, tunc locus imaginis elongatͬ à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per mediũ rarius uitro quod est aër diffundit̃ ad uitri superficiem, & per uitrũ refringit̃ ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctũ x, ꝓpinquius est uisui existenti in pũcto d quàm punctũ z, patet itaq; propositum.

XVI.

Formæ puncti rei uisæ per refractionem existentis in medio secundi diafoni, locus imaginis quandoq; est in ipso secundo corpore diafono, quandoq; in eius superficie ut in ipso puncto refractionis, quandoq; est inter uisum, & illud corpus diafonum quandoq; retro uisum, quandoq; in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ, est in communi sectione lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo pũcto rei uisæ sup̃ superficiem corporis diafoni uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario cõcurrant, aut æquedistant, si concurrunt, patet quod ubicunq; illæ lineæ se intersecauerint, siue hoc sit intra corpus diafonũ in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tũc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctũ refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant, nec indigẽt hæc alia demõstratione nisi illa quam in 18. octaui huius, in speculis sphæricis concauis posuimus, hæc enim refractio ut patet p 7. huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diafoni, quód corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diafoni quod est ex parte rei uisæ, unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propositum, diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à superficiebus corporum alterius diafonitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uisum semper fit refractio in superficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in secundo diafono forma peruenit ad uisum, sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secūdæ per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum cō tingentis per decimamquartā huius, hæc aūt sectio semper est extra locum uerum puncti uisi, quoniam sola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem uisi ab alio loco & situ quàm sit ipsa res uisa, erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à puncto rei uisæ, & similiter est de remotione, hæc autem sunt quædam situs, pūctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono densiore ad subtilius se eleuat a proximando uisui, & in refractione ex diafono rariori ad densius se deprimit, remouendo se à centro uisus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis semper se uariat, & secundū hoc decipitur uisus secundum situm imaginis alium locum rei uisæ & situationem aliam accipiens secundum illud, patet ergo propositum.

XVIII.

Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehēditur ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta.

Sicut enim in 12. huius, dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uisæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularē per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, forma itaq; quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam formā extenditur ad uisum, est forma quæ extenditur à puncto uiso in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipso super superficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum sectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uisum, forma itaq; quam uisus comprehendit refracta ultra corpus diafonum est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis, comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis sicut alia quæ in suo loco comprehendit sine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res distans tantum à uentro uisus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro uisus, quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, & situs formæ quæ est in loco imaginis, unde propter refractionem forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propositum.

XIX.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni qualiscunq; à nullo puncto illius superficiei fiet refractio, & una tantum imago uisui concurret.

Esto centrum uisus a, & punctus rei uisæ b, sitq; g, aliquod punctum superficiei corporis in quo fit refractio, quod sit grossioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod est contingens uisum, ducaturq; à puncto a, centro uisus linea a g e, quæ sit perpendicularis

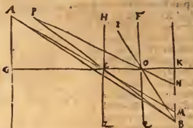
eis super superficiem corporis secundi diafoni per undecimam undecimi, sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c, palam ergo per tertiam huius, quoniam uisus a, comprehendet formam puncti b, recte sine omni refractione, quia forma puncti b, in rectitudine extenditur per lineam b g, ad superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum in puncto a, & quia linea l g est perpendicularis super superficiem corporis diafoni contingentis uisum, comprehendet ergo uisus a punctum b, in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b, non est itaq; possibile ut punctum b, extra lineam b g a, refrangatur ad uisum a. Si autē detur hoc esse possibile, sit superficiei illius diafoni in qua est punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui sit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p, imaginemur itaq; superficiem refractionis in qua sit linea perpendicularis quæ a g b, transire per punctum p, & sit communis sectio huius superficiei, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta quæ est g p d, per tertiam undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis super lineam g d, per undecimā primi, quæ sit k p l, & sit linea k p l, producta secans ipsum corpus diafonum, in cuius superficie fit refractio formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k l p, perpēdicularis super superficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum usq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pūcto refractionis quod est p, super superficiem corporis diafoni, quia itaq; corpus diafonū quod est ex parte uisus a, est subtilius illo quod est ex parte ipsius b, puncti rei uisæ, tunc enim forma puncti b, peruenerit ad p, punctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem cōtrariam illi parti in qua est perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus, sed datum est ipsum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impossibile contra hypotesim, & quocūq; alio puncto dato idem accidit impossibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uisum a, ex aliquo pūcto superficiei illius corporis diafoni dato extra lineā a g b, sed solum forma illa puncti b, secūdum rectitudinem peruenit ad uisum a, quod si corpus diafonum contingens superficiem uisus sit densius diafono illo corpore quod est continens punctum rei uisæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter densitatem diafoni secundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquedistante ipsi p k, per sextā undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, sunt erectæ super superficiem corporis diafoni in qua est linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum secundum, scilicet rarius uel densius primo diafono, semper puncto rei uisæ sic disposito à nullo puncto illius superficiei diafoni fiet refractio ad uisum, sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ secante superficiem corporis secundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius pūcti non comprehenditur nisi ex uno tantum puncto superficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantū unicam imaginem non refractam, quod est propositum.

XX.

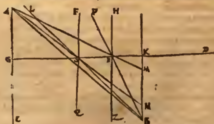
Communi sectione superficiei refractionis, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio; & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni quæ est a g c, educatur quoq; superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimamoctauã undecimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim transit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum superficies transiens perpendiculariter



larem a c, sed p perpendicularem a c, & per punctum b, non transit aliqua superficies plana nisi una sola, tantũ forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrum uisus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ sit e, ducantur'q; duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis super superficiem g e d, per duodecimã undecimi, quæ sit h e z, quæ per primam huius, erit in illa superficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatur itaq; linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonũ quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafonò quod est ex parte b, ergo per candẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis diafoni quod est ex parte b, quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g, erecta super illam, educatur itaq; linea a e, in continuum,



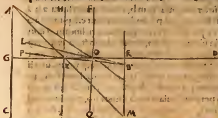
hæc itaq; resecabit ab angulo b e k, angulũ æqualem angulo p e a, per decimamquintam primi. Secabit ergo per 29. primi huius, & lineam b k, illi angulo subtensam. Secet ipsa itaq; lineã b k in puncto m, palam itaq; per decimam quartam huius, quoniam pũctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b, non habebit aliam imaginem præter quàm illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diaphoni, quàm à puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu nisi secundum perpendicularẽ

dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginē q̃ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo pũcta b & k, per 14. huius, quia corpus quod est ex parte b pũcti uisi est grossioris diaphonitatis illo corpore qđ est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k, qđ sit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducat̃ quoq; linea a n à centro uisus ad punctũ n, hæc itaq; secabit lineam g d, p 1. undecimi, sunt eñ puncta a b k, in eadē superficie cũ linea g d, ut patet ex p̃missis. Secet ergo linea a n, lineam g d, in puncto o, ducaturq; linea b o, quæ pducta ultra punctũ o, signet̃ ad punctũ b, erit itaq; punctũ o, punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctũ a, quia b o l est linea p quã extendit̃ forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducat̃ itaq; à puncto o linea ppendicularis sup lineam g d, p 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaq; linea f o q, perpendicularis sup superficiē corporis diaphoni p 27. primi, & p 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, contento à perpendiculari f q, & à linea b o, p quã extenditur forma ad locum refractionis p 29. primi, q̃m ut patet p 6. undecimi lineæ b k & f o q sunt æquedistantes, si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc pũctus o, erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k, p 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, p 29. primi huius, q̃a omne totũ est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, p 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, p eandem 29. primi, q̃m lineæ h 3 & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, p 8. huius, ostensum est eñ in corollario quod p̃cedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex p̃cedenti experimentatione, q̃m anguli refractionũ in medio secundi diaphoni grossioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis sub linea perpendiculari ducta à puncto refractionis sup superficiem diaphoni, & à lineis refractis ad uisum in maioribꝰ angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f, qđ est impossibile, q̃m eñ per 21. primi, angulus a e g, est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales p 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cũ ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; sequit̃ ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & contra 21. primi, pducta linea a b, quæ ambobus illis angulis subtendit̃, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ pducuntur. Si eñ angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b, est maior angulo a o b. Est enim uterq; illorũ super angulũ suæ refractionis residuũ duorũ punctorũ, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, lineæ b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, p 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h, minor angulo l o s, & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis minor angulo l o a qui est etiã angulus refractionis, angulus ergo a e b, est maior angulo a o b, quod est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliq̃d aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, existens in pposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diaphoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

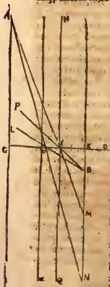
XXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularē ductã à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio ut in praecedentibus, nisi quod corpus diaphonũ in cu-ius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diaphonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisae, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis super superficiẽ corporis diaphoni, sitq; refractio formae pũcti b, ad uisum a, ex puncto superficiei illius corporis quod sit e, & ducant̃ lineae b e & e a, ꝓtrahaturq; linea l e, usq; ad punctũ p, ultra superficiẽ corporis in quá est linea g s, & à puncto refractionis quod est e, ducat̃ linea h e, perpendiculariter super lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas e p & e b, nã prima linea per quam extendit̃ forma



ad locum refractionis est linea b e p, sit autẽ refractio ad partem ꝑpendicularis e h, per 4. huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grossioris diaphonitatis corpore qđ est ad partem rei uisae b, ut patet ex hypothesi, ꝓtrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e quousq; concurrat cum linea k b, concurret aũt cum illa per 2. primi huius, secat em̃ eius aequedistantẽ lineã h e 3. Secet ergo lineam k b in puncto m. Est itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formae puncti b, & ꝓfundabitur sub puncto b, ultra sitũ rei, cuius ipsum habet formã, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore quod est ex parte uisus a, dico itaq; quod forma pũcti b, non refrangitur ad uisum a, nisi à solo puncto e, & quod non habet imaginem nisi in solo pũcto m, si em̃ hoc sit possibile ut plures habeat imagines ꝙ illa quae est in puncto m, sit ut habeat imaginẽ in pũcto alio quod sit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, per 12. huius, & infra punctũ b. ꝑ 14. huius, ꝓpter corpoꝝ diaphonorum medioꝝ ꝓpositam diuersitatem, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m, ducaturq; linea a n, quae secabit lineã e k, per 32. primi huius, qa ipsa ꝓducta à puncto lateris m e, secat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, quod est latus k m, & etiã ideo, quia puncta a & b, sunt in eadem superficie, & linea e d, est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq; o punctus refractionis, & ducat̃ linea b o, quae transeat usq; ad punctũ l, & ex puncto o, extrahat̃ linea f o q, perpendiculariter super lineã g o d, per 11. primi, linea itaq; b o, est illa linea per quã linea puncti b, extendit̃ ad punctũ refractionis qđ est o, linea quoq; o a, erit inter duas lineas o l & o f, qm̃ in tali dispositione medioꝝ diaphonoꝝ semper fit refractio ad ꝑpendicularẽ per 4 huius. Si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & b, erit ꝑ 32. primi huius, pũctũ o, inter duo puncta e & k, ergo ut in p̃missa ꝑ 29. primi huius, angulꝰ o b k, erit minor angulo e b k, qm̃ pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est aequalis angulo o b k, & angulus p e h, est aequalis angulo e b k, ideo qđ lineae h e & f o, & k b sunt aeq̃distantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaq; l o a, qui est locus refractionis ꝑ corollarium 8. huius, est minor angulo p e a, qui est etiã angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulũ refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h, sup angulũ refractionis qui est p e a, per eãdẽ 8. huius, sed angulus a o f, est aequalis angulo



gulo a n k,ꝑ 29.primi,& angulus a e h,est æqualis angulo a m k,ꝑ eandē 29.primi,angulus itaq; a n k,est minor angulo a m k,quod est impossibile,& contra 16.primi. Si aūt punctus n,fuerit infra punctum m,tunc ut prius in ꝓxima huius,deductione facta punctus e,cadet intra punctū o & k,& erit angulus o b k,maior angulo e b k, per 29. primi huius,& quia totū est maius parte,angulus ergo l o f,erit maior angulo p e h,ꝑ 29.primi,ergo angulus l o a,est maior angulo p e a,& angulus a o f,est maior angulo a e h, ꝑ 8.huius,ut prius,ergo angulus a n k,per 29.primi,est maior angulo a m k,quod est impossibile,& contra 16.primi,non est ergo imago formæ pūcti b,in puncto n,nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter q̃ in puncto m,qm̄ idem impossibile accidit in omnibus datis punctis,ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio, & unica uisui occurrit imago, patet ergo propositum.

XXII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo,punctoq; uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio,& una tantum uidebitur imago.

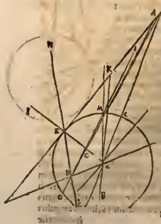
Sit centrum uisus punctū a,sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphonum grossius illo corpore diafono,quod est circa uisum,& sit superficies illius corporis diafoni q est ex parte b, superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a,sitq; cōmunis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diafoni per 69.primi huius,circulus c d e, cuius centrum sit pūctus 3 ,& ducat̃ linea a c 3 d,qui necessario erit ꝑpendicularis super superficiē corporis diafoni per 72.primi huius,qm̄ transit per punctū 3, centrum eius, sitq; b pūctus rei uisæ in ꝑpendiculari linea q̄ est a d,tūc itaq; uisus a,cōprehēdet formā pūcti b,sine aliq̄ refractione,nā forma q̄ extēdit̃ secūdū lineā d a,extendit̃ recte in corpe diafono quod est ex ꝑte uisus a,per 3 .huius,ideo qđ linea d a est perpendicularis super superficiē corporis diafoni quod est ex parte uisus comprehendet itaq; uisus a, forma puncti b,in suo loco & recte,sed & in hac dispositione forma puncti b,nunq̃ refringit̃ ad a uisum. Aut eñ punctus rei uisæ qui est b,erit in cētro corporis diafoni quod est 3,aut extra illud,si fuerit in centro 3,tunc nulla linea per quā extenditur forma puncti b,ad circūferentiam circuli c d e,refrangit̃ ad uisum a;qm̄ omnes illæ sunt semidiametri perpendiculares super suꝑficiem conuexam corporis diafoni,& quia sola linea 3 a,exit à centro circuli c d e ad uisum,patet quod forma puncti b,nō refrangit̃ ad uisum a, cum punctus b, fuerit in centro 3,quod si punctus b, fuerit in linea c d extra centrum 3,aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, si sit in linea 3 c,adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile,esto quod refrangat̃ ex puncto e,& ducatur linea b e, & ꝓtrahat̃ extra circulum ad punctū h,& ꝓtrahatur linea 3 e,extra circulum ad punctū p, erit itaq; linea 3 p,perpendicularis suꝑ superficiē corporis diafoni,quod est ex parte uisus. Cum itaq; corpus diafonum quod est circa uisum fuerit rarius corpore diafono quod est circa rem uisam,& circa punctum b,patet per 4.huius, qđ forma puncti b, qn̄ extendit̃ per lineam b e,refrangitur in puncto e,ad partē contrariā illi parti in qua est perpendicularis 3 p,nō ergo refrangitur tunc forma puncti b,ad uisum a,qđ si punctum b, sit in linea d 3,adhuc nō refrangitur forma puncti b,ad uisum a. Si eñ hoc est possibile sicut refrangatur ex puncto e,& producat̃ linea b e ad punctū k,& ꝓtrahatur linea 3 e ad pūctum p,sitq; ut forma puncti b, refrangat̃ ad uisum a, ex puncto e,ꝑ lineam e a, palam itaq; qm̄ angulus r e a,est angulus refractionis,& angulus k e p,est contentus à linea b e r,ꝑ quā extenditur forma puncti b,& à ꝑpendiculari exeunte ab e,puncto refractionis suꝑ superficiē corporis diafoni à qua fit refractio,ergo per correlarium 8,huius angulus incidentiæ

incidentiæ qui est r e a, est minor angulo refracto qui est r e p,& linea b e 3, aut est minor quam linea 3 e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut est inter duo puncta d & 3, aut in puncto d. Est itaque per 19. & p 5. primi, angulus e b 3, aut maior angulo b e 3, aut æqualis ei, sed angulus a e r, per 16. primi, maior est angulo e b 3, ergo & angulus b e 3, & angulus r e p, per 15. primi, est æqualis angulo b e 3. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p, quod est contra præostensa & impossibile, forma ergo puncti b, nō refrangitur ad uisum a, ex puncto e, sed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circūferentia alicuius circulorum in superficie corporis diafoni, in quo est punctū b existentiū, ut patet per 1. huius, palam ergo quoniam existente puncto b, in linea g d, nō cōprehenditur forma eius à uisu a, per refractionē ex aliquo puncto superficiei corporis densioris, & nō cōprehenditur nisi solum unū punctū, quoniam linea perpendicularis super superficiē corporis diafoni densioris nō secat illius corporis superficiem nisi in uno tantum puncto, unica ergo tantum uidetur imago. Similiter quoque demonstrandū si corpus diafonū quod est circa centrū uisus punctum a, fuerit densius corpore diafono, quod est circa pūctū rei uisæ, quod est b, tunc enim semper fiat refractio ad perpēdicularē ductam à dato puncto refractionis, & nunquam fiet ad centrū uisus punctū a, siue punctū rei uisæ fuerit in linea e 3, uel in linea 3 b, & sequentur maiora impossibilia quam prius, & si fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, sed uidetur directe forma eius, & unica est eius imago, patet itaque propositū secundum oēs eius modos.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafani in quo fit refractio existente circulo punctoque uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni grossioris corpore diafono uisum contigente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima præmissa, nisi quod punctus rei uisæ qui est b, sit extra lineam a c d, tamen intra circulū c d e, & quia forma puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi in circūferētia circuli c d e, quæ est in superficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypothesi, sitque illa refractio à concauitate corporis diafoni, quod est ex parte uisus contingens conuexū corporis diafoni ex parte rei uisæ, sit ut refrangatur ad uisum a, ex puncto e, circuli c d e, dico quod non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refrangi ad uisum. Sit enim si possibile est ut refrangatur ex pūctō alio circuli c d e, quam ex puncto e, qui sit punctus m, & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, sit quoque ut lineæ 3 e & b m, cum sint in superficie circuli c d e, secent se in puncto quod sit g, & producatur linea b e, extra circulū usque ad pūctū h, & linea b m usque ad punctū n, & linea 3 e, usque ad punctū n, & linea 3 e, usque ad pūctū p, & linea 3 m, usque punctū l, erit itaque angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, quoniam uterque illorum est contentus sub linea e b, per quā extenditur forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ est e, sup superficiem corporis à quo fit refractio, eritque angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea n m, per quā extenditur formā, & sub perpendiculari l m, exeūte à loco refractionis quæ est 3 m, & angulus n m a, est angulus refractionis, erit itaque angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, si sit æqualis tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis, & quoniam uterque ipsorum cū suo cōpari ualet duos rectos



ctos per 13.primi,erit tunc angulus a m b,æqualis angulo a e b,quod ꝓducta linea a b,
patet esse impossibile,& contra 21.primi.Si aũt angulus h e p,sit minor angulo l m n,
erit angulus h e a,minor angulo n m a,p 8.huius,erit ergo per 13.primi,angulus a m b,
minor angulo a e b, quod iterum est contra 21.primi,& impossibile. Si uero angulus h
e p,sit maior angulo l m n,extrahaĩ linea e b,in partẽ puncti b,ad punctũ circũferentiæ
qui sit f,& extrahatur linea m b,ultra punctũ b,ad punctũ circũferentiæ qui sit o, angu-
lus itaq; e b m,erit p 54.primi huius,æqualis angulo qui est apud circũferentiã cadens
in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o,& cũ angulus h e p, ex hypothesi,sit ma-
ior angulo n m l,erit angulus 3 e b,p 15.primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b
m 3,per eundem 15, cũ ergo angulus 3 e b,sit maior angulo b m 3,erit excessus anguli
m 3 e,sup angulũ e b m,æqualis excessui anguli 3 e b,super angulum b m 3,per 21,primi
cum em̃ in trigonis e b g & m g 3,anguli intersectionis ad punctũ g,sint æquales,ut pa
p 15.primi,& q̃libet reliquorũ duorũ cũ suo tertio ualeant duos rectos,patet ꝙ duo angu
li reliqui unius trigoni sint æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni,in quanto
ergo angulus 3 e b,est maior angulo b m 3,in tanto angulus m 3 e, est maior angulo e
b m,arcus uero respiciens angulum m e 3,cum fuerit apud circumferentiam,erit duplus
ad arcum m e,per 19.tertij,& per ultimam sexti.Si ergo angulus m 3 e,fuerit maior an-
lo m b e,tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o,& erit excessus
arcus a x,duplicati super duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e, super arcum
f o, qm̃ arcus m e,utriq; est cõmunis,quo ablato remanet idem excessus, & si uarietur ꝓ
portio Geometrica, nõ tamen uariatur ꝓportio Arithmetica, excessus ergo anguli m
3 e,super angulũ e b m,est ille qui respicit apud circũferentiam excessus arcus m e, sup
arcum f o,sed excessus arcus m e,super arcum f o, est minor duobus arcubus m e & f o,
qm̃ est pars arcus m e,ergo excessus anguli a m e,super angulũ m b e, est minor angulo
m b e,per ultimam sexti,& ut patet ex p̃missis,excessus itaq; anguli 3 e b, super angulũ
3 m b,est minor angulo m b e,ergo ut supra patet p 15.primi,excessus anguli h e p, sup
angulũ n m l,est minor angulo m b e, ergo excessus anguli refractionis h e a, sup angu
lum refractionis,quæ est n m a,est multo minor angulo m b e,per 8.huius, sed excessus
anguli h e a,super angulũ n m a,est excessus anguli a m b,sup angulũ a e b, per 13. pri-
mi,excessus itaq; anguli a m b,super angulũ a e b, est minor angulo m b e, excessus ue-
ro anguli a m b,sup angulũ a e b, & duo anguli m a e & m b e,quod patet p 33.primi hu
ius,ꝓducta linea a b,duo itaq; anguli m a e & m b e,sunt minores angulo m b e,totum
sua parte,quod est impossibile,forma itaq; puncti b,non refrangitur ad uisum a,ex alio
puncto circuli c d e,q̃ ex puncto e,unica ergo habebit imaginem, & hoc est ꝓpositum
primũ.Sed & locus imaginis diuersaĩ secundũ diuersitatem loci in quo est punctum ui
sum quod est b,ꝓducatur em̃ linea b 3,ultra puncta b & 3,ad utramq; partẽ trans circu
li c d e,quæ aũt concurret cum linea e a,aut erit æquedistans ei.Si concurrat, tunc con-
cursus aut erit ad partem diametri ad quã est b,ꝓpinquior periferiæ ut in puncto k,aut
concurrent in puncto aliquo alio ad partem uisus,ut in puncto r,si itaq; concursus fue-
rit in puncto k,tunc per 14.huius,erit imago ante uisum,& erit forma manifeste com-
prehensa à uisu,qm̃ est in ꝑpendiculari 3 k,ꝓducta à cẽtro corporis diafoni sup supficiẽ
corpis diafoni,q̃d si concursus fuerit in puncto r,erit imago pũcti r,& tunc forma cõpre
henditur à uisu in eius oppositione,sed non manifeste, quia comprehenditur à uisu ex-
tra suũ locum,scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam supficiẽ.
Si uero linea b 3, fuerit æq̃distans lineæ e a,tũc erit linea b 3,media inter duas lineas h
b 3 & b 3 r,per 14.primi huius,& tunc imago uidetur indeterminata,& forma compre-
hendiĩ in loco refractionis,ut patet per 15.libri huius,& hoc est propositũ. Ex his itaq;
patet,quod re cuius forma comprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonũ gros-
sius corpore diafono quod est ex parte uisus,non fit refractio nisi ab uno tantum super
ficiei illius corporis puncto,& res illa non habet nisi imaginem unicam,neq; compre-
henditur nisi unum tantum .Hæc enim refractio est à concauitate totius diafoni, quod
est ex parte uisus,cõtingentis conuexum corporis diafoni,quod est ex parte rei uisæ,pa

tet etiam, quod secundum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutati secundum situm, qm̃ eadem est huius cū præmisso modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctū b, nūc ponimus esse centrū uisus, & punctum a, punctum rei uisæ, refrangat̃ itaq; forma puncti a, ad uisum b, à puncto e, & erit linea rertractionis a e b, forma itaq; extensa per lineam a e. refrangitur per lineam e b, sicut in præcedenti ꝓpositione, forma extensa ꝑ lineā b e, refrangitur ꝑ lineā e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisumb, ex alio puncto circuli c d e, q̃ ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uisum a, ex eodem puncto, ut ostensum est in 9. huius, sed iam in præcedēti declaratū est hoc esse īpossibile, forma em̃ extensa ꝑ lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem ꝓximam, non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pūcto superficiei corporis diafoni, qm̃ in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b. ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuersitate quoq; locorum imaginū est idem sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

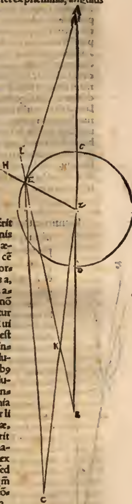
XXV.

Cum superficies sphærica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulum communis sectionis superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa pūcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto cōmunis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi densioris diafoni q̃ est aer, circulus g e d, cuius centrū sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, sup cuius terminum e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonū in aere uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiē illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, ꝑ eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquā & aerem, uel econuerso, hoc aut est possibile, qm̃ omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis grossioris ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 31. primi, quæ ꝓducta ex utraq; ad circumferentiam sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, sit maxima ꝓportio, qm̃ angulus incidentiæ quē continet linea per quā extendit̃ forma puncti rei uisæ ad superficiē corporis à qua refrangit̃, cū linea ꝑpendiculari à puncto refractionis sup superficiē illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis quē exigit ille angulus incidētiæ quo ad sensum, anguli em̃ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non

comprehendet

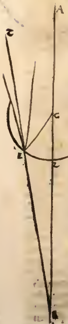
comprehendet quantitatẽ refractionis, comprehendet eñ directe centrum lucis tranſeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quã extenditur, & hoc plenius experiri poteſt per inſtrumentũ quo ſuperius uſi ſumus, & qm̃ ut patet ex præmiſſis, angulus e ȝ d, eſt maior angulo k e t, ponat̃ ergo angulus d ȝ t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per 2. primi huius, quia cõcurrit cum linea a d, eius æquediſtante. Sit ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea ȝ t, concurret cum linea e t, ſit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & ȝ e, ſunt inter duas lineas æquediſtantes, & in eadem ſuperficie, patet quod ipſæ ſe interſecãt, ſit punctus ſectionis k, eritq; per 32. primi, angulus ȝ k e, æqualis duobus angulis k ȝ b & k b ȝ, ſed angulus k b ȝ, eſt per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo ȝ k e, eſt æqualis duplo anguli k e t, ergo per 7. quinti, erit proportio anguli ȝ e k, ad angulum ȝ k e, maxima proportio, quæ eſt poſſibilis inueniri inter angulum incidentiæ quẽ cõtinet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquediſtans lineæ t ȝ, quæ per 2. primi huius, cõcurret cũ linea ȝ g, uerſus punctum g, ſit itaq; punctus concurſus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, uſq; ad punctum h, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo ȝ k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis eſt angulo ȝ e k, per 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmiſſis, angulus l e a, angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, qm̃ per 15. primi, angulus l e h, eſt æqualis angulo ȝ e k, qui acceptus eſt talis, ut ꝑponitur, Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto aliquo ſcilicet puncto aeris, & corpus diafonum denſius aere, cuius conuexum eſt ex parte uiſus a, fuerit continuatum uſq; ad punctũ b, & non fuerit diſtinctum apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuerſitas alterius diafoni nõ impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangit̃ per lineam e a, & comprehenditur à uiſu in puncto a, per lineam e a, & qm̃ angulus refractionis qui eſt a e h, poteſt diuidi pluribus portionibus earũ quæ poſſunt eſſe inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continẽt ductæ ꝑpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibꝰ diafonis à quaꝝ ſuperficie refrangunt̃. In linea itaq; d b, erũt plura puncta quorum formæ extendunt̃ ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad uiſum a, & forma totius lineæ d b, in qua ſunt omĩa illa puncta, refranguntur ad uiſum a, ex arcu g e. Si itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars ſuperficiei corporis diafoni quæ eſt ex parte rei uiſæ fuerit ſphærica, tunc punctum e, quod eſt punctum refractionis ſignabit motu ſuo in ſuperficie corporis ſphærica conuexa circulum ex parte uiſus a, à quo tota refrangetur forma pũcti b, ad uiſum a, ſed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, qm̃ ut patet per 14. huius, locus imaginis eſt centrum uiſus, in quo cõcurrit linea extenſionis formæ quæ eſt e a, & ꝑpendicularis b ȝ a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, ſecundum quod præmiſſum eſt, & locus imaginis omnium illorum punctorum ſemper erit in centro uiſus, & ſic tota imago illius rei uiſæ eſt una, cõ



prehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa, fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior à uisu quàm punctũ remotius formæ, cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum densius, quod est à parte rei uisæ fuerit totum cõtinuum usq; ad locum in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediũ intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ & uere & refracte, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur aũt in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis à qua fit refractio, æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo fit refractio, & partim ĩ superficie uisus, & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundũ diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodẽ quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori, & centrũ uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo pũctoq; rei uisæ existẽte in perpendiculari ducta à centro uisus super concauã superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.



Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grossioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g, & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius linea a 3, perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e, perpendicularis super superficiẽ corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo qđ est ex parte rei uisæ in qua est pũctũ b, palã p 4. huius, q̃m erit refractio ad ptẽ cõtrariã illi pti in q̃ est ppendicularis q̃ e g, & linea e t, nõ cõcurrit

cum

cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum recte, nõ ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formã & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa fuerit rarius corpore in quo est centrum uisus, adhuc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad centrum uisus, patet ergo propositum.

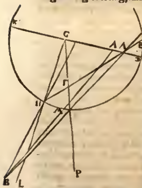
XXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam ui sui grossioris corporis diafono cõtingente uisum ab uno tantum pũcto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniã ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est sup superficiem corporis à quo fit refractio, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formæ puncti b ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc sit possibile, sit idem aliud punctũ refractionis m, & ducanſ lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, secetq; linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquum ad punctũ c, & linea b m ad punctum n, & linea g h ad punctum l, & linea g m ad punctũ p, secet linea a g, protracta ultra punctũ g, circunferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrum uisus a, erit in linea k d, quæ est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g, aut in altera duarũ linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrũ uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per præmissam proximã propositionem, lineæ enim continuantes corpus diafonũ sphæricum cum centro g, per 72. primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarum incidentium secundum lineas perpendiculares ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tunc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafono quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & à centrum uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus pũctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g, angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, si æqualis, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, p 8. huius, & angulus b m a erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impossibile & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est itẽ impossibile ut prius, quod si angulus n m g sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus qui est a m g, erit minor toto angulo refracto qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt angu

 li refra

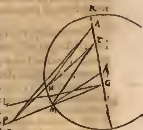
li refracti, in maiori enim quantitate, & si quandoq; in eadem ꝓportione excedit angulus refractus maior minorem, quàm illorum angulorũ refractionis maior minorem, ut patet per octauã huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est æqualis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctum f, punctũ scilicet sectionis linearũ k a & m g sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorũ g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor, quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m. Educatur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad circunferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circũferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulũ h g m, respicit in circunferentia arcus h m, duplicatus per 19. tertij, & quoniã angulus h g m est minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniã arcus h m, utrobiq; est communis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quem respicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quẽ respicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut patet ex præmissis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m, ergo per 13. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m, sed excessus anguli b m a super angulum b h a, p 33. primi huius, sunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totũ sua parte, quod est impossibile. Quod si centrũ uisus a, fuerit in linea g k, tũc sicut prius ostẽsum est, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a ex parte puncti k, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum rei uisæ quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma



& à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a & c a h & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauam huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & sic item per 13. primi, angulus b h a erit æqualis angulo b m a, quod est impossibile & contra 21. primi, ducta linea b a, ut supra. Si uero angulus c h g, est maior angulo n m g, tunc per 8. huius, angulus c h a erit maior angulo n m a, & sic iterum, angulus b h a erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, quod si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tũc angulus c h a est maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a, eritq; tũc modo præostenso angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, est ergo minor quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a est minor quàm angulus g m a, sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulũ b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totũ sua parte quod est possibile. Si uero centrũ uisus a, fuerit extra diametrum k d, hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diafonæ, quoniam ad partem z, est conuexitas sphæræ corporis diafoni, à cuius superficie fit refractio. Si itaq; tũc corpus diafonũ in quo est centrum uisus a, fuerit continuum ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes

circulũ

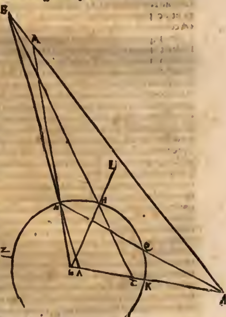
circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secet'q; ipsum linea a h in puncto q, & linea a m in pũcto r, & producantur aliæ lineæ ut prius, Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tũc angulus b h a est æqualis angulo b m a, quod est impossibile ut prius, & si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, q̃d item est impossibile ut supra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, sed angulus h g m, est ille quem apud circumferentiam respicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, est ille angulus quem respicit in circumferentia excessus arcus h m sup arcum r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus est minor excessu arcus h m super arcũ r q, quod est impossibile, quoniam sic sequitur totũ esse minus sua parte, ubicũq; ergo secundũ hypothesim præmissam sit pũctũ rei uisibilis quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiẽ corporis diafoni suppositi uisui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabitur quoq; locus imaginis semper secundũ diuersitatem concursus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uisæ super superficiem corporis diafoni à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uisus a, erit'q; locus imaginis quandoq; retro uisum, quandoq; ante uisum, quandoq; in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri æquedistantes ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in superficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata sunt per 15. huius, patet ergo propositum.



XXVIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo puncto'q; rei uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super cõcauam superficiem oppositam uisui corporis rarioris diafono continente uisum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quod punctũ b, sit centrum uisus, & a sit punctũ rei uisæ, refrangatur itaq; forma pũcti a, à puncto superficiei corporis diafoni quod est h, & erit linea refracta q̃ a h b, forma itaq; extensa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, sicut in p̃cedenti figuratione forma extensa p lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma pũcti a, refrangitur ad uisum b, ex alio pũcto



circuli

circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in praecedenti declaratum est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio pũcto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio pũcto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex pũcto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXIX.

Concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione sup̃ficie illius corporis & locus imaginis suæ sit in cẽtro uisus.

Esto per modũ 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere uel in alio diafono rariori, cum linea perpendiculari ducta à pũcto e, super superficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandẽ 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractiõis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli causa inter uitrũ cõcauum & aerem, hoc autem est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius sunt noti, & à puncto z, centri corporis cõcaui uitri uel cristallini, ducatur linea æquedistans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circumferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad pũctum h, & sit completa totali figuratione & demonstratione 23. huius, patet quod concaua sup̃ficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliq̃s eius pũctus uideatur directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulũ nõ magnum illius sphæræ, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omnium uero aliorũ pũctorum lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares quoq; omnium illorum punctorũ sunt in linea b a; concurrentes cum lineis per quas ueniunt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaq; propositum per 14. huius. Ex præmissis itaq; octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni, in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoq; corpore secundi diafoni existente figuræ columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tũc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarũ communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tũc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidũt in corporibus sphæricis concauis uel conuexis, præter hæc quod à circunferentia unius circuli superficiei corporis secũdi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionũ, per 27. & 29. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionũ erectæ sunt super superficies corporũ, à quibus fit refractio, ut patet per secũdam huius, unde istæ passiones non pertinent ad illa, q̃d si communis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractiõis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit sectio oxigonia, ab uno

tantum puncto fiet refractio, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uisæ quandoque uidebitur intra corpus diafonum, quandoque inter uisum & corpus diafonum, quandoque in superficie corporis diafoni, quandoque in superficie ipsius uisus, sicut accidit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni concurrere uel æquedistare lineæ extensionis ipsius formæ per quam forma peruenit ad uisum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersæ diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersant, & occurrunt uisui formæ monstruosæ & imagines numeratæ.

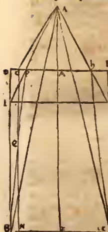
Ex præmissis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum quorum formæ trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod fit uisio fuerit superficiei cōpositæ ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphærica, & ex sphærica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarū ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarū diuersantur, & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ ꝑpendiculares, propter quod plures uidebūtur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus taliū corporum, unde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposita uisui sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in cristallis uel alijs lapidibus diafonis & uitris, patet quod centrum illarum sphærarum sunt diuersa per 81. primi huius, illæ enim sphæræ se intersecant. Erūt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uisæ super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphærica & colūnari, patet quod maior est diuersitas punctorum refractionis & perpendicularium ductarum. difformabitur ergo dispositio imaginum trans hæc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur monstruosa propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formæ, cum puncta refractionum fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint ad inuicem propinquæ. Si uero pūcta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ, quoniam illarum refractio non est una neque unitur, sed remanet diuersa, forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractiōibus, unde imagines diuersæ fuerint numeratæ numero punctorū refractionis. Idem quoque accidit si corpus diafonū uniforme in superficie fuerit diuersæ diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tūc secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ, aut forte aliter diuersæ & numero differentes, patet ergo ꝓpositū.

XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoque existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uisum, si linea uisa æquedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscunque siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa.

YY Esto

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e, per 12. primi, qui sit z m, quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq; linea z m, perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea c d, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundã huius, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, nec enim transit per centrũ uisus quod est a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta sup superficiẽ corporis diafoni, nisi sola supficies refractiõis in qua sunt lineæ a z & b c, non enim transit per a, superficies erecta super superficiẽ corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctũ a, aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z, & nõ transit aliqua superficies per aliquod punctũ lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solum superficies in qua sunt duæ lineæ a z & b c, nõ transit ergo per uisum a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctũ z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa in qua sunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorũ quæ sunt in linea b c, nisi ex aliquo punctorũ lineæ d e. Ducantur itaq; per 11. primi, ex prædictis pũctis b & c, duæ perpendiculares super lineam d e, quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam, & sint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e, sunt æqdistantes ex hypothesi, & lineæ b d & c e, sunt æquidistantes per 28. primi, patet quia quælibet illarum linearũ q̃ sunt b d & c e æquedistant lineæ a z, per eandem 28. primi, & patet qđ non refrangetur forma puncti b ad uisum a, ex puncto d, per 3. huius, neq; forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b, sunt perpendiculares super superficiem corporis diafoni, nulla autem perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio, sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto p, & forma pũcti c, ex puncto h, & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra pũctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo cõcursus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k, eritq; per decimamquartam huius, hoc punctũ l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, est perpendicularis super lineã b c, erit per quartam primi, linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo distant pũcta b & c, à pũcto a, pũcta itaq; refractionis quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à pũcto a, quoniam medium per quod sit illorum pũctorum formarum diffusio est uniforme, & linea e d æquedistat lineæ b c, linea itaq; a p est æqualis lineæ a h, ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p, ergo per decimamquintam primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, est æqualis angulo h k e, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciũt, sed linea p d est æqualis lineæ e h, quia linea p m est æqualis lineæ h m, per 4 sexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m, cõmune æquale sibipsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h, hoc etiã patet p 31. primi huius, ysocheles eñ est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo linea

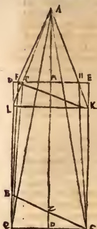


linea e h æqualis lineæ p d, patet ergo q̃m linea d l est æqualis lineæ e k, ducat̃ itaq; linea l k, erit ergo p̃ 33. primi, linea k l æqualis & æquedistans lineæ l c, angulus itaq; k a l est maior angulo b a c, p̃ 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineæ b c, nam omne punctũ lineæ b c refrangitur ad uisum a, ab aliquo pũcto lineæ p h, sicut em̃ forma puncti b refrangit̃ à pũcto p, et punctũ z, ꝑpendiculariter sine refractione transiens punctum m, peruenit ad uisum a, sic punctũ quod est inter b & z, refrangit̃ ab aliquo pũcto lineæ p m, qđ est inter pũcta p & m, & sicut forma pũcti c refrangit̃ ad uisum a, à pũcto lineæ e m qđ est h, sic om̃e punctũ lineæ c z, refrangit̃ ab aliquo pũcto lineæ h m, & om̃e punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m, ut si super lineam b z sit punctum n. Si itaq; dicatur quod forma puncti n, refrangatur ab aliquo puncto lineæ m d, extra lineam m p ex parte d, ut à puncto g, ducatur linea n g, palam itaq; qouniam linea n g secabit lineam b p, & sit punctus sectionis q, forma itaq; puncti q, perueniat ad uisum a, ex duobus pũctis refractionis .s. p & g, quod est cõtra 18. huius, & impossibile, forma itaq; puncti n, nõ refrangitur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p m quod est inter pũcta p & m, idem quoq; est de omni puncto lineæ z c, quod est inter pũcta z & c, nullũ enim illorum refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo pũcto lineæ h m quod est inter pũcta h & m, & quia in linea l k, omnes perpẽdiculares ductæ à punctis lineæ b & c, cũ lineis refractionis protractis se intersecant, patet quia linea k l est diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior quàm secundũ ueritatẽ sit linea b c, p̃ 20. quarti huius. Sub maiori em̃ angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo b a c, p̃ 34. primi huius, qđ est ꝓpositũ, & huiusmodi deceptio accidit uisui ꝓpter debilitatẽ formæ reflexæ, ut patet p̃ 10. huius, ꝓpter quod assimilat ipsam uisus formæ rei quæ uidet̃ à maiori remotione, maior em̃ distantia debilitat formã, cõprehendit itaq; uisus formã lineæ b c, refractiue ex cõpositione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiã maiorẽ quàm sit distãtia lineæ b c, & ad positionẽ æqualem pũcti b c, sic itaq; quantitas lineæ b c, comprehendit̃ refracte maior ꝓpter magnitudinẽ anguli quod facit ꝓpinquitas ad uisum, & ꝓpter formæ debilitatẽ q̃ causatur ꝓpter refractionẽ, & sic uniuersaliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secũdi diafoni ad uisum, et est semp̃ demõstratio eadẽ, siue fiat refractio in sup̃ficie secũdi diafoni densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec em̃ est aliqua differentia quo ad illud, si tñ fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore contingente ipsum uisum, sicut accidit cũ uitrum planum cõtingit uisum, ita quod centrũ foraminis uneæ in uitri plani sup̃ficie collocat̃. XXXII.

Cõmuni sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existẽte in ꝑpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ sup̃ planã sup̃ficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uisum, si linea uisa nõ fuerit æquedistans sup̃ficiei corporis diafoni imago eius cõprehendit̃ maior ipsa, & maior q̃ si esset sup̃ficiei corporis diafoni æquedistans.

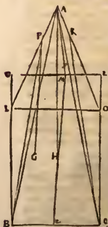
Sit dispositio eadẽ q̃ in p̃cedente, nisi qđ linea b c, nõ sit æq̃distans lineæ d e, sed sit pũctus c, remotior à pũcto a q̃ sit pũctus b, & à pũcto c, ducat̃ linea æq̃distãs & æq̃lis lineæ d e, p̃ 31. primi, q̃ sit linea c q, cuius medius pũctus sit o, & à pũcto o, p̃ 11. undecimi, ꝓtrahatur linea ꝑpendicularis sup̃ sup̃ficiẽ corporis diafoni secans lineã d e, in pũcto m, & lineam b c in pũcto z, & sit centrũ uisus qđ est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineæ quæ est c b, quia enim linea b q est æquedistans lineæ z o, eritq; per secundam sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æq̃lis lineæ z c, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, cõcurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctũ k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ

erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l maior angulo c a q, uisus ergo comprehendet imaginem lineæ q c, maiorem quàm sit linea q c, ut patet per præcedentem, & quia linea q p secat lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cum punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangetur ad uisum a, ex puncto p, forma itaq; pũcti b, refrangetur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p d, quod sit inter pũcta p & d, nam si dareť refrangi ex aliquo puncto inter p & m, sequeretur propter intersectionẽ lineæ incidentiæ formæ puncti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uisum à duobus pũctis lineæ d e, quod est cõtra 18. huius, et impossibile, refrangatur itaq; forma pũcti b ad uisum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14. primi huius, secet ergo in puncto i, Eritq; per 14. huius, pũctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a, similis situi lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquedistans lineæ b c, aut non, erit inter ipsarũ distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineæ b c, à uisu grãdis diuersitas, declinatio enim lineæ i k, à linea æquedistante lineæ b c, quæ exit à pũcto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k est maior angulo l a k, per 29. primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palã quod in hoc situ linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, & uidetur linea c q minor quàm linea b c, quia ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à pũctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquedistãte, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a, centrum uisus, & linea b c res uisa, & super superficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e, et continuetur linea d e, in superficie ipsius corporis diafoni per quod fit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, & sit a centrũ uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in pũcto z, & ducať linea z m perpendiculariter super illam b c, secetq; lineam d e, in pũcto m, & à centro uisus a, ducatur perpendicularis super superficiem b c d e, per 21. undecimi, quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producaturq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a, & distantia puncti d ad uisum a, est æqualis distantiæ puncti b ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; pũcta p & k, extra lineam d e æquedistantia lineæ l c, in superficie corporis diafoni, situatio itaq; & distantia pũcti p ad a uisum, est sicut situatio & distantia pũcti h ad a uisum, ducantur

itaq;

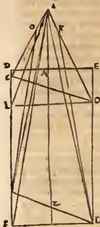
itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d, perpendicularis sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, cū sit supficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est ppendicularis sup supficiem corporis diafoni ducta à puncto b, erit in hac superficie, & similiter supficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quæ est perpendicularis super eandem superficiē corporis ducta à puncto c, protrahaťitaq; linea a p, ultra p punctum, est palam p iam dicta & p secundā primi huius, qm̄ ipsa secabit lineā b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a ȝ & b d, æquedistāt, quia ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, seceťq; per eandem linea k d, ptracta ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctū l locus imaginis formæ puncti b, & punctū o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducať etiā linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo supficies a l b & a o c, est erecta similiter sup supficiem corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; supficies sunt erectæ sup superficiē corporis diafoni, quæ sunt a l b, a o t, a m ȝ, & hæ superficies necessario secant se sup lineam ppendicularē, quæ est a h, exeunte à puncto a, super supficiem corporis diafoni per 19. undecimi, qm̄ cōmunis sectio illarū necessario est ppendicularis super supficiē cui supstat, & ab uno puncto una tm̄ ppendicularis sup supficiem planam duci potest per 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, per 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, est ppendicularis sup superficiē corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, est obliqua sup ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, continet cū ppendiculari super eandē superficiē exeūte à puncto p, quæ sit p g, angulū acutū qui est l p g, & erit ppendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, qm̄ ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ sup unam superficiē, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b est longior q̄ linea a l, & similiter patere potest, qđ linea a o, minor est q̄ linea a t, sed lineæ a l & a o sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o, est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lieæ l o, est similis situi lieæ b c, q̄a liea exiēs à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis sup lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o, sit æquedistans lineæ b c, & etiā quia linea b c, est ppendicularis super superficiē in qua sunt lineæ a ȝ & m ȝ, sup quā similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiē cōtinuantē centrū uisus quod est punctū a, cū medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdē uisus a. Sed & linea l o, cōprehenditur remotius ppter debilitatē formæ, linea itaq; l o, uideť maior q̄ linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c, palam itaq;, quia linea b c, uidetur maior q̄ sit eius uera quātitas, & hoc est ppositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorū plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarū, lineáq; uisa superficiei eiusdem corporis non æque distante, imago rei comprehenditur maiorre uisa, maior quoq; q̄ si esset superficiei corpori æquedistans.

Remaneat dispositio quæ in pcedente, nisi quod linea b c, non sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educať à puncto e, linea c f, æquedistans lineæ d e, & cōtinuetur linea f l, ptrahendo lineam d b, perpendiculariter super lineam c f sitq; prout in pmissa ostensum est p, punctū refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctū refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctū q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineā d b, cōcurret enim cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo pūctus concursus g, qui est altior q̄ punctus l, nam punctus b, est ultra lineā a f, linea itaq; a g,

necessario erit ultra lineã a l, punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secundũ pmissa linea g o, diamerer imaginis lineæ b c, eritq; linea g o, maior

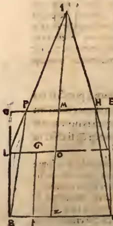


quam linea l o, per 19. primi, quia angulus g l o est rectus, & linea a g, minor quam linea a l, per eandẽ 19. primi, quia angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, s. a g b & a o c, & differentia cõmunis istarũ duarũ superficierum transit per a centrũ uisus per 1. huius, quia ambæ illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrũ uisus semper oportet quod sit in supficie refractionis, & quia ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super supficiẽ corporis diafoni, a quo fit refractio, patet per 19. undecimi, quia linea recta, quæ est cõmunis ipsarũ differentia, est erecta super illã superficiem, ergo duæ lineæ exeuntes a puncto a, nõ ppendiculariter super illam corporis diafoni superficiẽ, sunt extra hanc cõmunẽ differentiã in his duabus superficiebus, quæ lineæ sunt a b & a t, suntq; altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, est maior angulo b a c, per 34. primi huius, diuersitas enim situũ linearũ g o & b c a uisu a, nõ est magna, quia linea g o, aut est æquidistans lineæ a c aut non, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebit itaq; per 20. quarti huius, linea g o, maior quam linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidet maior quam ipsa sit secundũ ueritatẽ, & quia sicut in pmissis patuit, angulus o a g, est maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c f, æquedistantis lineæ e d, quæ est in superficie corporis a qua fit refractio, & hoc proponebatur.

XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3, uidebit in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebit in linea l k, & linea b 3, est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidet maior quam linea b c, ergo & linea l o, uidebit maior quam linea b 3, & erit utriusq; istorũ causa refractio, & quia centrũ uisus a. est in ppendiculari a 3, exeunte a puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3. super superficiẽ corporis diafoni, aut super superficiẽ transeuntẽ per extremitatẽ medietatis ppendicularis super superficiẽ corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaq; cõprehendit medietates uisibiliũ maiores quam sint, nã punctus o, qui est medium imaginis k l, est in ppendiculari exeunte a puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni siue nõ, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & a puncto n, educatur linea n g, perpendiculariter super lineã b 3. Secetq; lineã l o, in pũcto g erit ergo secũdũ pmissa liea l g, imago liea b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut ppe, quocũq; uero istorũ existente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut ferẽ, & quia formarũ plus distantiũ a perpendiculari a 3, maior est refractio quam minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n.



ad

ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineæ b 3, apparere uisui maiorem quàm sit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineã l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorem quàm sit ipsa linea b n, cũ maiorẽ efficaciam habeat refractio maior respectu minoris, linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cõprehendit maior quàm sit ipsa linea b n, & si uisus non cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipsa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ sunt propinquiores ad punctũ 3, maiores ipsis partibus, quia formæ illarũ partium sunt minores refractionis per 13. huius, quàm remotiores à puncto 3, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nõ cõprehendet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ quàm sit linea b n, nec cõprehendet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipsa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, quod est impossibile, & contra 29. huius, uisus ergo cõprehendet lineã l g, quæ est imago lineæ b n, maiorem ipsa linea b n, & ita comprehendit lineã b n, maiorẽ quàm sit secundũ ueritatẽ. Eodẽ quoque modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrũ uisus extra superficiem perpendiculariũ illarũ productarũ, quoniam idem accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipsa re uisa, semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ, sibi correspondente, quod est propositũ, & quia communis sectio superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, ut plurimũ, est per se in linea recta, quando illud corpus diafonum fuerit grossius aere, per accidens uero accidit quandoque cõtrarium propter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter quod 5. proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroque uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à cẽtro corporis, imago uidebitur maior re uisa.

Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius conuexum sit ex parte uisus, cuius centrũ sit a, sitque res uisa b c, sitque centrũ corporis sphærici punctum d, quod sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitque punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d 3, d c & protrahantur quousque cõcurrant cum superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea 3 m, quæ est perpendicularis super superficiẽ illius diafoni corporis per 72. primi huius, Erit itaque a m 3 linea recta, & quoniam linea b r, est æqualis lineæ 3 c, & quia puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distãt à centro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3, æquilatera, quoniam linea 3 d, est cõis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad punctum 3 æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionẽ perpendicularis linea a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoque lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaque b & c, æqualẽ respectũ ad uisum a, extrahatur quoque superficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaque superficies secabit superficiem corporis sphærici secundũ circulũ magnũ per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritque in illa superficie centrũ uisus a, & linea uisa quæ est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei refractio



fractionis quæ est perpendicularis super superficiē sphæricā, nec fit refractio formæ lineæ b c, ad uisum a. extra illam superficiē, & linea a 3, est perpendicularis super superficiē sphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c, quia em̄, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineæ b c, non refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a. ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c, æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipsorū erit uniformis refractio ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabūt à puncto m, arcus aūt e m & m n, sunt æquales p 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, qđ patet ex p̄missis, tm̄ ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantū punctus g, à puncto n, & erit punctorū istorū situs & respectus æqualis, ducantur itaq; lineæ b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h ad lineā d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctū l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli quoq; l a d & k a d sunt æquales, qđ patet ductis lineis d h & d g, tunc em̄ cū arcus m g & m h sint æquales ex præmissis, erūt p 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æq̄les, ergo p 4. primi, anguli l a d & k a d sunt æquales, ergo p 32. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo p 4. sexti, cū linea a d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k, æqualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquedistans lineæ b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, maior q̄ sit linea b c, q̄m angulus k a l, secundū quē uidetur linea l k, est maior angulo b a c, & quia positio & situs lineæ k l, est cōsimilis positioni & situi b c lineæ, qđ patet ex hoc, qđ cū linea d l, sit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo p 7. quinti, & 2. sexti, lineæ b c & l k sunt æquedistantes, ipsarū ergo situs respectu uisus a, est consimilis, & similiter positio inter lineas, k l & b c, non est differentia in distantia quæ sit sensibilis, palā ergo q͞a linea k l, uidebit̄ maior q̄ sit, q͞a imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilior q̄ uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propositum.

XXXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente, circulo uisuq; existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrū corporis & uisus existentibus ita quod extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro, imago uidetur maior re uisa.



Remaneat dispositio p̄cedentis, nisi qđ extremum lineæ b c, punctū c, sit propinquius pūcto d, centro corporis diafoni, & punctū b, remotius ab illo, dico qđ adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducat̄ em̄ à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter distant à puncto d, qđ potest fieri si à linea d e, abscindat̄ per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palā q͞a p ea quæ in demonstratione p̄cedentis ostensa sunt, q̄m imago lineæ c q, uidet̄ maior ipsa linea t q, sit itaq; linea illa imago lineæ l p, & palam p 12. huius, qđ punctū p, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, sup superficiē corporis diafoni, quæ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctū l, qđ est imago puncti c, erit in linea ꝑpendiculari ducta à puncto e, sup superficiē corporis diafoni, q̄ est d n, & q͞a forma pūcti c, refrāgit̄ ad uisum a, ex pūcto circuli g, sit ut forma pūcti q, refrāgat̄ ad eūdē uisum ex pūcto h, patet ꝑ hypothesim, & p p̄cedētē, q̄m pūcta g & h, æq̄lr̄ distabunt à puncto m, & q͞a punctū b, est remotius à centro corporis

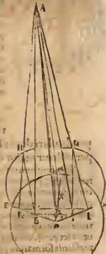
d, q̄

d. ꝙ punctū q, erit per ea quæ ostendimus in 13. huius, pūctū suæ refractionis remotius à puncto m, ꝙ punctum h, sit itaq; punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineam a h, & hæc ꝓducta ad perpendicularē d e, secet ipsam in puncto k, cadet'q; punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si em̄ caderet in punctū e, esset linea a k, contingens circulū in puncto e, & secans in puncto f, qd' est impossibile. & si caderet in pūctū p. uel circa illū, tunc linea a k, secaret lineā a p, & punctus p. uel alter punctus illius sectionis refrangeř ad uisum a. ex duobus punctis h & f. qd' est impossibile per 21. huius, cadet itaq; punctū k, inter duo puncta p & e. Erit'q; per 14. huius, punctū k. imago formæ pūcti b, ducař itaq; linea l k, quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c, quia itaq; linea l k, uidetur sub angulo l a k, & linea b c, sub angulo b a c. Est aūt angulus l a k, maior angulo b a c, ut manifestū est, quia totū est maius sua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uideř maior ꝙ linea b c, qd' em̄ sub maiori angulo uidetur, maius uideř, & etiam quia situs & positio lineæ l k, respectu uisus a, est cōsimilis situi & positioni lineæ b c, respectu eiusdē uisus a, patet quia lineæ b c & k l, aut sunt æquedistantes simpliciter, aut inter illarū æquedistantiā non est diuersitas sensibilis, ergo per 29. primi, & p 4. sexti, linea k l, est maior ꝙ linea b c, & quia illarū linearū l k & b c, ab ipso uisu nō est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uideř ergo linea l k, maior ꝙ liea b c, quia est maior, sed lineā k l, est imago formæ lineæ b c, patet ergo ꝓpositum, comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu ꝙ linea b c, ꝓpter debilitatem formæ refractæ, qm̄ ut patet per 10. huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium à punctis rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum, lineaq; uisa secundū sui extrema centro corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Esto centrum uisus punctū a, & linea uisa per refractionē sit b c, sit'q; punctus d. centrum corporis diafoni densioris aere, sit'q; ita ut linea b c, sit intra illud corpus secundū sui extrema b & c, æqualiter distans à centro d, à medio q; puncto lineæ b c, quod sit 3, à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineæ ꝑpendiculares super superficiem corporis, quæ productæ ad periferiā circuli sint b e, 3 m, & c a, hæ itaq; omnes ꝑ 72. primi huius, secabūt se in centro d. Erit ergo arcus n m e, in sup̱ficie illius corporis diafoni respiciens centrū d, nō sit aūt centrum uisus in aliqua istarū linearū, sed sit extra sup̱ficiē in qua sunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior ꝙ ipsa linea b c, ducatur em̄ linea a 3, & à centro uisus puncto a, ducatur ꝑpendicularis linea super superficiē circuli n m e, per 11. undecimi, q̄ sit a x, & quia ut patet ex p̄missis, & ꝑ 22. primi huius, est linea a 3, ꝑpendicularis super lineā b c, situatio itaq; puncti b uersus uisum a, est ꝑ 4. primi, & ex p̄missis cōsimilis situationi puncti c. uersus eundē uisum a, & illorū pūctorū à uisu a, distantia est æqualis, sit itaq; ut forma pūcti b, refrangatur ad uisum a, à pūcto corporis diafoni q̄d sit h & forma puncti c, à pūcto g, sunt'q; pūcta g & h, extra sup̱ficiē circuli n m e, erit'q; illorū punctorū h & g, à uisu a, distantia æqualis, ducanř itaq; lineæ b h, a h, c g, a g. Erit'q; sup̱ficies in qua sunt duæ lineæ a h & b h, erecta sup̱ sup̱ficiē corporis diafoni per 2. huius, qm̄ ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b e, q̄ est ꝑpendicularis sup̱ superficiē corporis diafoni



ducta à puncto b, erit in illa sup̃ficie per 1. huius. Similiter quoq; superficies in qua sunt
lineæ c g & a g, cum sit superficies refractionis, patet per 2. huius, q̃m ipsa est erecta su-
per superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpendi
cularis super eandẽ corporis superficiem ducta à puncto c, ꝓtrahat̃ itaq; linea a h, ultra
punctũ h, & palã per p̃missa & per 14. primi huius, qđ ipsa secabit lineã b c, sit ergo ut
secet in puncto k. Similiter quoq; linea a g, ꝓducta ultra punctũ g, secet lineã d n in pun
cto l, eritq; situatio lineæ a k, respectu uisus a, sicut lineæ a l, unde linea a k & a l erũt æ-
quales, & similiter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ om̃ia ostendi secundũ modũ quo
p̃cessimus in p̃missa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis
lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l c, ergo p 7. quinti, &
p 2. sexti, lineæ l k & b c, æquedistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior
q̃ linea b c, & quia sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositum.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei
uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexã super-
ficiem oppositam uisui productarum, lineæq; uisæ extremis centro corpo-
ris inæqualiter approximatis, imago lineæ uisæ comprehẽditur maior ipsa
linea uisa.

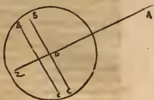
Remaneat omnis dispositio ꝓximæ præmissæ, nisi quod extrema lineæ b c, inæqua
liter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitq; linea d b, ma
ior q̃ linea d c, secetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æ-
qualis lineæ d c, & copulet̃ linea c q, cuius extrema æqualiter di-
stabunt à centro d. Eritq; per præmissam imago lineæ c q, quæ sit
l p, maior q̃ linea c q, & quia puncta q & b, sunt in eadem linea per
pendiculari super superficiẽ corporis diafoni, quæ est d e, patet q̃d
ipsa ambo sunt in eadẽ superficie refractionis quæ est a d e, & re-
franguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est cõmunis se-
ctio illius sup̃ficiei, & superficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut for-
ma pũcti q, refrangatur à puncto illius arcus qui est h, cõformiter
se habente ad uisum a, cũ puncto g, à quo refrangitur forma pun-
cti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma
puncti b, quod sit f, erit bassius puncto h, producta quoq; linea a f,
intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctũ k, patet quoq;
ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copula-
ta quoq; linea l k, erit ipsa quasi æquedistans lineæ b c, & in eadem
superficie cum illa. Erit ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub
maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.

XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corpo-
ris diafoni sphærici densioris aere non existentis in per-
pendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiẽ, imago sem
per uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitq; li
nea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tñ quod centrum uisus nõ sit in illa linea b c, ut
cunq; protracta, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim
perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunq; punctis lineæ b c productæ,
omnes continent lineam b c, uisu quoq; in aere existente fit refractio semper ad contra-
riam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem corporis,
ut patet per 4. huius, ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ ex-
tensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ sunt b & c, productæ intra

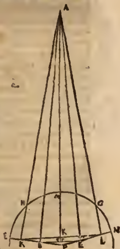
corpus diafonum, à cuius superficie fit refractio, intersecabunt perpendiculares puncto rum b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipsa linea, quæ tunc fit pars suæ propriæ imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Posset quoque ampliari modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ, qui possent esse ultra centrum corporis diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis respiciente uisum, uidetur enim & tunc imago quandoque maior re uisa præmisso modo, scilicet in alijs sitibus ante centrum, ut cum linea uisa fuerit propinqua cẽtro corporis diafoni, & si linea uisa b c, fuerit perpendicularis super lineam a d 3, à cento uisus per centrum corporis productam, & lineæ extensionis formarum extremorum punctorum lineæ b c, secent corporis sphærici diafoni superficiem, & secent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, super superficiẽ corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisa. Si uero lineæ extensionis formarum punctorum b & c, fuerint contingentes circulũ corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super superficiẽ corporis, uel secantes circulum in eisdẽ terminis, tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15. primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ b c, sicut quædam corda arcus illius circuli, & si lineas extensionis formarum accideret contingere circulũ corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquius superficiei corporis diafoni, tunc illæ lineæ concurrent cum perpendicularibus extra corporis superficiem, uidebiturque imago lineæ b c, maior ipsa linea, & extra superficiẽ corporis secundum sui extrema extensa, quod si linea uisa b c, sit extra corpus diafonum, contingens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tñ pars lineæ a d, tunc imago eius uidebitur minor re uisa, quando concurrit inter ipsum corpus diafonum, uel ultra illud inter rem uisam & superficiẽ corporis. Sed in assuetis uisibilibus non est aliquid tale, nisi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, & res uisa fuerit inter ipsum, uel si res uisa fuerit extra sphæram cristallinam aut uitream.



Horum autẽ situum diuersitatem ex præhabitis principijs demonstrandum relinquimus ingenio perquirentis.

XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphæricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebitur maior parti rei uisæ sibi proportionali.



Fiat dispositio quæ in 34. huius, & sicut linea d m, secet lineã, k l, quæ est diameter imaginis in puncto o. Erit ergo linea k o, imago lineæ b 3, quoniam punctum 3, uidetur secũdum perpendicularem a 3, per 3. huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a 3, & situs lineæ k o, respectu uisus a, est similis positioni lineæ b 3, respectu eiusdem uisus, & ambæ illæ lineæ æqualiter distant à centro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erit sensibilis respectu uisus, imago itaque k o, uidetur maior quàm linea b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in linea 3 a, quæ est ducta à centro uisus, & cuius pars est linea 3 m, exiens ab extremitate lineæ b 3, perpendiculariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumatur alia pars lineæ b 3, quæ sit b f, & sit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f, & sicut supra ostensum est, patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li

neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13. huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis q̃ lineæ f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes ex punctis lineæ b c, super superficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b c, quod est 3, non, ꝓpter hoc est perpendicularis sup superficiem corporis in qua est linea b c, & q̃m linea b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & linea k o, est imago lineæ b 3, & linea l o, est imago lineæ 3 e, & angulus quem respicit linea k o, apud centrū uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, q̃ quem respicit linea b 3, apud centrum uisus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior q̃ linea b 3, & similiter linea k r, uidebitur maior q̃ linea b f, & omnia hæc patent ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporū diafonoꝝ oppositæ uisui fuerint planæ, siue sphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differentia, quia in corporib. diafonis planarum superficieꝝ excessus magnitudinis imaginis sup rem uisam est solū in apparentia uisus, ꝓpter excessum angulorum secundū q̃ uidet & imago & res ipsa uisa, aliæ eñ imagines secundū ueritatem sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secundū ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu, ꝓpter angulorū excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus q̃ respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

XLII.

Omne corpus uisum in aqua comprehenditur maius q̃ sit secundum ueritatem.

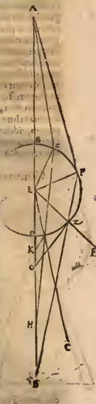
Qđ hic ꝓponit, patet satis ex p̃missis, sed & idē placuit experimētaliter declarare, & uniuersalē causam pticulariter explare, assumat itaq; corpus colūnare lōgitudinis unius cubiti, & aliquātæ grossiciei, & sit albū, ut manifestius in aqua possit distigui. Sintq; supficies eius basis planæ, ita q̃d p se sup illas possit stare æq̃liter sup supficiē horizontis uel terræ uel uasis. Deinde infundat aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus super mediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, q̃a ꝓfunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebit̃ pars corporis intra aquā grossior q̃ illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiei aquæ, & figuræ sphæricæ, & opponitur uisui, & centrum superficiei aquæ, quod est centrum uniuersi, ut alias ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & a qua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum ꝑpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculares, semp est necessarium, ut patet ex p̃missis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde, & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduā & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago fit maior ipsa re uisa, licet illud quandoque lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorū intuitu & mirabili trāsmutatione formarum primum nos amor huius studij allexit.

Re uisa

XLIII.

Re uiſa ultra corpus diafonum ſphæricū groſſius aere exiſtente, ita quod centrū uiſus & res uiſa & centrū corporis ſphærici ſint in eadē ſupficie linea recta, cōprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris multo maior rē uiſa.

Sit centrum uiſus a, & corpus ſphæricum diafonum ſit b d z g, cuius centrum ſit e, et ducatur linea a e, quæ protracta ſecet ſuperficiem ſphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d uſq; ad punctum h, tranſeatq; per lineam a b d h, ſuperficies plana ſecans ſphæram, & ſit communis ſectio illius ſuperficie planæ, & ſuperficiei ſphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 23. huius, quod in linea d h, ſunt plura pūcta, quorum formæ refrangūtur ad uiſum a, ex circūferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d, fuerit continuus unius ſcilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & ſi forma puncti h refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis p, manifeſtum eſt quod forma totius lineæ refrangetur ad a uiſum, ex arcu g p. & ducātur lineæ g h, p l, g a, p a, ſecetq; linea g h, circunferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaq; pūcti h, extenditur per lineam h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extendiť ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc ſi corpus diafonum fuerit continuum & unū uſq; ad punctum b. Si uero corpus ſphæricū fuerit ſignatum & terminatum apud circunferentiam ſphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem ppendicularis e h, & cum forma peruenerit ad punctū m, refrangetur ſecūdo in partem contrariam perpendicularis quæ eſt e m c, & concurret cū perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctū k, perpendicularis c l, & ſimiliter forma extenditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cū peruenerit ad punctū z, refrangetur ſecundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & cōcurret cum illa perpendiculari h e, ſit punctū cōcurſus o, ſic ergo refractio formæ quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctū z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineā z o, forma itaq; puncti k, per nonam huius, extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde ſecūdo refrangitur à puncto g, p lineam g a ad uiſum a, & ſimiliter forma pūcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrāgitur per lineam z p, & in punctū p. Deinde refrangitur ab illo pūcto p, per lineam p a ad uiſum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uiſum a, ex arcu g p, & ſi linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refrangetur forma lineæ k o ad uiſum a, & erūt centra uiſus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota ſuperficie circulari quæ eſt locus refractionis, & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior ſeipſa, & erit figura formæ diuerſa à figura k o, hoc aūt poteſt ſic experimento declarari. Accipiať ſphæra criſtallina aut uitrea perfecte rotunditatis, & accipiatur corpuſculum paruum, ut cæra nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq; ſphæra criſtallina in oppoſitiōe alterius uiſuū, et claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra sphæram,& aspiciatur mediũ sphæræ,& sit cæra opposita medio sphæræ in linea recta, uidebiturq; in superficie sphæræ nigredo rotunda in figura armillæ, quod si non uideatur talis figura, moueatur cæra ante & retro donec uideatur talis rotunditas,& tũc auferatur cæra,& recedet nigredo, quod si cæram reduxerit quis ad locum & situm prio rem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quã relinquimus studio perquirentis.

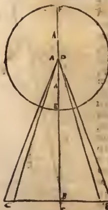
XLIIII.

Re uisa trans corpus diafonum columnare densius aere, itaq; centrum ui sus,& centrum alicuius circuli corporis æquedistantis basibus columnæ,& res uisa sint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari grossioris diafonitatis quàm sit aer circulus b g d z,& sit centrum uisus a,& cætera ut prius in præcedente, dico quod forma lineæ k o, uidebitur duplicata, quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p,& apud arcum sibi æqualem & sibi correspondentem ex arcu b d, in alia parte semichilindri, sed hæc forma non erit circula ris, quia figura a h p g, cum fuerit circũuoluta circa a k, lineam immotam fixam, nõ trãsi bit per illam lineam arcus g p, per totã superficiem columnarem, sed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ, erit cõtinua in una parte,& similiter in alia, nam su perficies in qua sunt puncta l k, transiens per axem columnæ facit in superficie columnæ quæ est ex parte uisus a, lineam rectam transeuntem per punctum b,& extensam in lon gitudine columnæ, et non refrangetur forma lineæ k o, ex illa linea recta, nam linea k h, erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari, sed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur super alte ram, uidebitur ergo linea k o, habens imagines duas, quarũ utraq; est maior quàm linea k o,& erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a, quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a, est locus ambarum illarũ imaginũ, ut patet per 14. huius, patet ergo p positum, non potest autem fieri huiusmodi refractio à superficie corporũ pyramidalium quoniam linea k a, non est perpendiculariter erecta sup superficiem conicam taliũ cor porum, uidelicet potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundũ circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum & de speculis pyramida libus conuexis uel concauis ostensum est in præmissis libris.

XLV.

Centro uisus existente in diametro corporis diafoni sphærici cõcaui den sioris aere,& re uisa respiciente conuexum illius corporis, i mago uidebitur quandoq; minor re uisa, quandoq; maior ut cum sit figuræ armillaris.



Sit centrum uisus a, lineaq; uisa sit b c,& sit corpus sphæricũ con cauum densioris diafonitatis quàm sit aer, cuius centrum sit d,& dia meter e d f, sitq; linea b c, extra conuexum illius corporis,& centrum uisus a, sit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod sem per imago rei uisæ lineæ b c, erit minor ipsa re uisa. Si enim cẽtrum uisus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72. primi hu ius, quoniam omnes lineæ extensionis formarũ pũctorum lineæ b c ad uisum a, erunt perpendiculares sup superficiem corporis, quoniã transeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipse arcus refractiõis, uidebiturq; imago curua minor re uisa. Quod si a, centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri e d, propin quioris rei uisæ, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotio ris, adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabunt p pendiculares ductas à punctis rei uisæ super superficiem corporis dia foni à qua sit refractio, in ipsis punctis refractionum, hoc est in pun ctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonum uel extra illud, uidebi

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quãdoq; irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet corda uel alia diameter imaginis est minor re uisa, & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaq; in tali dispositione semp imago minor ipsa re uisa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figuræ armillaris. Si enim linea b c, situetur in diametro f d e, tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanẽte fixa imaginetur illa figura circumuolui quousq; redeat ad locum, unde motus accepit principiũ, describetur per arcũ refractionis quædam superficies armillaris in tota sphærica superficie corporis à qua totali fiet refractio ad uisum. Eritq; locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superficiei refractionis, rem iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur à uisu ultra corpus diafonum sphæricum densius aere, cuius concauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refractio tamen quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti, nisi quod secundum illam non fit refractio nisi formarum sphæricarum, quarũ naturam & modum inferius duximus persequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimode secundum figuram superficiei corporis à qua fit refractio ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in cõmuni sectione katheti incidentiæ, qui est perpendicularis à puncto rei uisæ productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisa, & lineæ per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uisæ exeat kathetus incidentiæ qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à superficie totius uisi corporis ad superficiem corporis diafoni, & hæc figura secat pyramidem radialem secũdum quam fit uisio refracta, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & ista rũ duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet et pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis à qua fit refractio formæ rei uisæ fuerit plana, tunc corpus imaginatũ cõtinens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior quàm sit forma rei uisæ, uidebitur tamẽ semper multo maior re uisa. Quod si corpus à quo fit refractio fuerit sphæricum, & cõuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrũ & uisum, tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ sunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, et hæc imago quanto magis extenditur uersus superficiẽ conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam, semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem sphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tũc cum omnes katheti incidentiæ secent se in centro corporis, citra corpus imaginatũ, duæ pyramides oppositæ, quarum uertices cõiunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod si corpus diafoni sphærici concauitas fuerit à parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis constringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis dilata-

dilatatur & amplificatur superficies, unde secundum hoc locis imaginũ diuersificatis, diuersificatur & quantitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior à cẽtro corporis quàm res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis sphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & cõcauis potest intelligi, uniuersaliter aũt quando locus imaginis est superficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc semper imago induit figuram superficiei à qua fit refractio, unde in conuexis superficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblõga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuersificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono secundũ diuersum situm eiusdem rei uisæ respectu uisus, unde forma eiusdem rei ut pedis uel manus, quandoq; uidetur stricta & curta, quandoq; arta & longa, secundũ quod perpendiculares à punctis illius rei ad superficiem corporis diafoni productæ illi superficiei incidũt diuersimode, sic enĩ uarie à lineis extensionis formarũ intersecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet p 14. et 15. huius, horum quoq; omniũ causa sufficienter patet ex præmissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisæ refracta ab aliqua superficie corporis diafoni, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione non fit quantum ad actum uidendi, differentia à simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius scientiæ, ubi diximus quod res secundum pyramidem uidetur, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisæ, & ostendimus ꝙ tũc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde idẽ hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisis. Si enĩ homo comprehendit aliquid uisibile in cœlo aut in aqua, aut sub uitro uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisuum, nihilominus cõprehendet illud uisibile, ambobus ergo uisibus & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositũ, non enĩ uidimus in talibus aliquid ulteriores moræ dignũ.

XLVIII.

Cristallo sphærica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quæ post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitq; cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitq; ut superficies plana centra amborũ quæ sunt a & b, pertransiens, secet ipsam cristallũ sphæricam secundum circulum per 69. primi huius, quæ sit c d e f g, dico quód si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sit media inter solem & rem cõbustibilem, ut stupam uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a, usq; ad centrum cristalli quod est b, diffundi radius qui sit a b, cum itaq; radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundi huius, quia non refrangitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesq; radij soli superficiei sphæricæ cristalli æquedistanter medio a b incidentes, palam quoniã incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundi huius patet, quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorũ refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem cristalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphæræ cristalli, fit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia æquali à radio a b, alij radij à corpore solis procedentes corpori cristalli incidunt secundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam secũdum æquales angulos refrangũtur, imaginetur itaq; radius a b, produci ultra corpus cristalli, & patet quo

ter quoniam à quolibet circulo corporis cristalli totius superficiei solis oppositæ refranguntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, sicut & omnes perpendiculares cõcurrunt in centro b, in aliquo itaq; illorum pũctorum perpendicularis a b, retro corpus cristalli posito cõbustibili ignis accenditur in illo, si moram duxerit; omnes enim anguli refractiõis ex aere ad superficiem superiorem cristalli unius circuli, cuius polus pũctus est secundum quem linea a b, secat superficiem cristalli, sunt æquales, & eorum radiorum anguli refractionis à superficie cristalli ad aerem sunt æquales, & quoniã quilibet illorũ radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto suæ refractionis sup superficiẽ cristalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra superficiem cristalli, & quia illa puncta naturalia latitudinem habent, patet quod in ipsis radij plurimi cõcurrũt, possunt ergo rem combustibilem ibi positam inflammare, quod est propositum, forte tamen portio sphæræ cristallinæ minor hemisphærio fortius inflammaret in loco cẽtri sui posita re inflammabili, quoniã omnes radij totali illi supficiei sphæricæ perpendiculariter incidentes cõcurrerent in centro per 72. primi huius. Sed in horum experimentatione est in maxima latitudo q̃ relinquimus ad talia curiosis.

XLIX.

Stellas cœli & lunam secundum refractionem à uisibus comprehendi instrumentaliter declaratur.

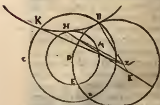
Instrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ est in loco circuli meridiei sit posita in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus à superficie terræ secundum eleuationem poli mũdi super illius habitabilis horizonta, & in nocte obseruetur aliqua stellarũ fixarũ magnarum, quæ tamen perueniat ad circulũ meridianum sic transiens per centrũ capitis experimentatis aut prope, & consideretur illa in ortu suo dum eleuatur super superficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui est polus æquinoctialis, donec fiat æquedistans circulo magno cœli transeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius stellæ, & certificetur locus stellæ ex armilla, ita ut habeatur distantia stellæ à polo mundi. Deinde obseruetur stella donec ueniat ad circulum meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquedistans circulo stellæ ut prius, & sit in superficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur distantia stellæ à polo mundi, cum stella fuerit in cenith capitis aut prope, inuenieturq; distantia stellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis stellæ minor ipsius distantia ab eodem polo tempore quo est in cenith capitis uel prope, patet itaq; ex istis quia uisus cõprehẽdit formas stellarum orientium reflexe & non recte, quoniam quælibet stellarum fixarum semper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquedistantibus æquinoctiali, nisi forte secũdum motum latitudinis uarietur parũ in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uisus comprehenderet stellas recte non refracte, tunc uisus cõprehenderet quamlibet stellarum in suo loco, & esset omni hora noctis eiusdem stellæ à polo mundi eadem distantia in uisu, cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoque accidit in luna, si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & distantiam à polo mundi notam, & item æquet ipsam pro tempore mediæ noctis, & sciat latitudinem eius & distantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tẽpore ortus sui nõ accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimentationem per instrumentũ, inuento uero loco lunæ per armillas dum est in meridiano circulo, erit distantia linea cenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunæ est meridiana maior, & cũ est septentrionalis minor uera distantia eius ad cenith capitis inuenta per computationem tabularum; patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uisum recte, sed refrangitur in aliquo medio corpore secũdi diafoni, quia nisi refrangeret eadẽ eius esset distantia à cenith capitis per instrumentũ & per tabularum computationem, ut accidit cũ esset in horizonte,

nūnc autem differt, palam eſt ergo propoſitum, quia omnes ſtellæ uident̄ p̄ refractionē.

L.

Diaſonitas corporis cœleſtis rarior eſt aeris & ignis diaſonitate.

Diſpoſito enim inſtrumento armillaris ut ſupra, inuenienda eſt diſtātia alicuius ſtellarum à cenith capitis, & in loco experimentationis ſit circulus meridiei a b g, & ſit cenith capitis punctū b, & polus mundi ſit punctū d, centrū quoq; mundi ſit pūctus e, & ducatur ſemidiameter meridiani circuli quæ ſit e b, pertranſiens centrum uiſus experimentantis, quæ ſit punctus z, ſitq; circulus h c, æquediſtans circulo æquinoctiali & polo ipſius qui eſt d, Eritq; polus illius circuli h c, punctus d, per 68. primi huius, propter diſtantiam illorum circulorū. Sitq; circuli h c diſtantia à puncto d. polo mundi, illa in qua inuenitur ſtella in hora certificationis diſtantiæ primæ, quæ eſt in ipſo puncto ſui ortus, & ſit locus ſtellæ in illa hora punctus h, ſitq; circulus alter qui k b g, æquediſtans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius diſtantia à polo mundi, quæ eſt d ſit illa, in qua inuenitur ſtella in ſecunda hora conſiderationis, quæ ſit ſtella exiſtente iuxta cenith capitis in circulo meridiano quæ eſt a b g. Eritq; circulus k b g æquediſtans polo mundi qui eſt d, & ualde propinquus ipſi cenith capitis, aut tranſiens per punctum b, quod eſt cenith capitis. Ille ergo circulus k b g, eſt in quo ceſſat obliquitas refractiōis, nam cū ſtella fuerit in cenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uiſus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uiſus z, ad cenith capitis b pertingens, eſt perpendicularis ſuper concauum ſphæræ cœleſtis, & ſuper conuexum ſphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam tranſit per centrum utriuſq; illarum ſphærarum, uiſus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b, ſup ſphæras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam recte, ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diaſonitatis ſiue diuerſæ, quoniam ut ſupra oſtenſum eſt per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio ſecundi diaſoni, forma itaq; ſtellæ apparentis in puncto b, ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis, quoniam ignis plus diſonus eſt aere, & ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris quæ quantū ad illud ſunt ſphæra quaſi una, ſtellā itaq; exiſtentem in cenith capitis aut prope illud, comprehendet uiſus in ſuo uere circulo æquediſtante circulo æquinoctiali ſuper quem mouebatur ab initio noctis quouſq; peruenit ad circulū meridianum. Cū in circulo itaq; k b g, fuerit ſtella in prima experimentatione, ſit autem circulus altitudinis tranſitus per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetq; iſte circulus circulum k b g, in ambobus punctis, ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis, & in pūcto g, illi directe oppoſitæ, ſecetq; circulum h c; ſcilicet in puncto h, in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primæ conſiderationis, & quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in ſecunda, patet quod circulus h c, eſt propinquior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaq; h, circuli altitudinis qui eſt b h k, propinquior eſt ipſi cenith capitis b quàm punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z, ad centrū uiſus z, quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in pūcto h, circuli b h k, & tunc erit in ſuperficie circuli b h k, & cum ſtella erit in illa hora ſecundum ueritatem in circūferentia circuli k b g, oportet neceſſario ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis qui ſunt k b g & b h g, qui eſt punctus k,



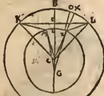
ſuper terram, comprehenditur autem à uiſu in puncto h, per lineam z h, quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ eſt inter ſtellam & uiſum ſecūdum ueritatem eſt linea k z, palam ergo [illegible] uiſus non comprehendet ſtellam quæ eſt in pūcto k recte, cōprehendet ergo ipſam refracte, & quia in corpore cœleſti ꝑpter homogeneita

mogeneitatem ſuæ diaſonitatis non poteſt fieri refractio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio ſecundi diaſoni, quod eſt aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à puncto m, linea recta uſq; ad punctum z centrum uiſus, quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refrangitur ad uiſum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur niſi occurrerit corpus diuerſæ diaſonitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſſis huius libri propoſitionibus, ergo corpus cœleſte in quo eſt ſtella, eſt differentis diaſonitatis ab aeris & ignis diaſonitate, & quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diaſonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, eſt in concauitate cœli, & ſi producatur linea e m, hoc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli concauã contingentem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris uel ignis conuexam, & quia forma ſtellæ extenſa in corpore cœleſti per lineã k m, refrangitur in aere ad uiſum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctũ m, ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit cõcauæ ſuperficiei ipſius cœli, palam quia illa refractio eſt ad partem in qua eſt perpendicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiẽ aeris, & quoniã neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere eſt aliquod corpus denſum politũ, à quo poſſit fieri reflectio ut à ſpeculo, patet quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecundi diaſoni, corpus itaq; aeris eſt groſſius corpore cœli, ut patet per quartam huius, & hoc eſt propoſitum.

LI.

Diametri omnium ſtellarum & lineæ determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in cenith capitis uel circa exiſtentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm ſi directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizõte b f k, & cõmunis ſectio ſuperficiei huius circuli, & ſuperficiei cõuexitatis ſphæræ cœli infimi p 69. primi huius, ſit circulus m e z, erunt ergo iſti duo circuli in eadẽ ſuperficie & cõcentrici. Sit ergo centrum ipſorũ qđ eſt centrum mundi pũctũ g, ſitq; centrũ uiſus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad centrũ uiſus c, linea g c, & extrahatur linea g e in partes donec occurret circulo meridiei in pũcto b, ſecetq; circulũ qui eſt in ſuꝑficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaq; pũctus b, cenith capitis quo ad uiſum, ſic itaq; k l, arcus cuius corda k l, ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas, & linea c b, tranſeat per mediũ arcũ k l ad punctũ b, et ſecet cordã l k in puncto p, arcus itaq; k b eſt æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus ſecundũ quẽ uiſus c, cõprehendit arcũ k l, qñ ipſum recte comprehendit. Sit itaq; ut forma pũcti k, refrangatur ad uiſum c, à pũcto m, circuli m e z, qui eſt ſignatus in cõcaua ſuperficie ipſius cœli infimi, ut præaſſumptum eſt, & forma pũcti l, refrangatur ad uiſum c ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mundi ad loca refractionũ, ducantur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pũcti k, extenditur per lineã k m, & refrãgitur ad uiſum c, p lineam m c, & quoniam linea g m, exit à centro ad circũferentiam, palam p 72. primi huius, quod ipſa eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſphæræ cœli incidens pũcto m, quod eſt punctũ refractionis, et quia p præmiſſam corpus cœli qđ eſt z m, eſt rarioris diaſonitatis q̃ corpus aeris, in quo eſt uiſus c, palam p 4. huius, quia refractio q̃ fit ſecundum lineam m c, erit ad partem ꝑpendicularis lineæ quæ eſt m g. Erit itaq; punctũ m, inter duas lineas c b & c k, quia ſi pũctus m eſſet ultra lineã c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad punctũ m, eſſet etiam ultra punctũ k, & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partem perpendicularis m g, & non perueniret ad perpendicularem g e, ergo non perueniret ad uiſum c, palam itaq; quoniã punctus m, eſt inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari poteſt, quia punctũ z, eſt inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctũ

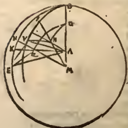


circuli meridiani,& linea c z ad punctū r,eiuſdem circuli meridiani.Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r,& angulus q c r erit minor angulo k c l,qm̄ eſt pars eius.Sed angulus q c r eſt angulus ꝑ quē uiſus c,cōprehendit arcū c k l refracte,& angulus k c l,ꝑ quē uiſus c, comprehendet arcū k l recte,ſi ipſum recte poſſet comprehendere,ſed remotio arcus k l, à uiſu eſt maxima,qua ꝓpter quantitas eius uera certificatur,uiſus itaq; per exiſtimatio nem nō per certitudinē accipit remotionē arcus k l,ſed exiſtimatio uiſus qñ cōprehēdit refracte,non differt ab exiſtimatione eius,qñ comptehendit recte,niſi in hoc ſolū, quod putat ſe recte cōprehendere qñ comprehendit refracte,uiſus itaq; c,cōprehendit arcum k l,refracte ex angulo minori q̄ ille angulus quo ipſum cōprehendit recte,& ſecundum cōparationē ad illā eādē remotionē,ad quā comparat ſi ipſam recte cōprehenderet. Sed uiſus c,cōprehendit magnitudinē ex quantitate anguli reſpectu remotionis pūcti e,qđ eſt centrū uiſus a,à ſuperficie rei uiſæ ꝑ 20.quarti huius,ergo cōprehendit quantitatē arcus k l,refracte minorem q̄ ſi cōprehenderet illam recte, & ſi figura in qua ſunt pūcta k l r b imaginetur circūuolui linea c b,exiſtente immobili,deſcribetur circulus ſecās meridianū circulū in duobus pūctis,cuius circuli polus erit punctū b,cenith capitis, & erūt omnes anguli qui ſunt apud uiſum c,contenti duabus lineis ſimilibus lineis c k & c l,inter ſe qualibet ſuæ cōpari æqualis,uiſus ergo c,cōprehendet formā arcus k l,refracte in omī ſitu in reſpectu circuli meridiei,cū fuerit in uertice capitis minorē, q̄ cōprehēdet ipſam recte,& ſi linea c b,ſecuerit arcū k l in duo æqualia,tūc duo puncta q & r,erūt inter duo puncta k & l.Eritq; angulus q c r minor angulo k c l,& erit omnis angulus æqualis angulo q c r,exiens à pūcto c,ſecās ſtellā,& linea exiens à cētro uiſus c,in ſupficie illius circuli ſecabit circulū minorē ipſius ſtellæ, & cōprehenditur quātitas eius minor q̄ ſit,& ſic tota ſtella uidebit̄ maior q̄ ſit, oīs ergo ſtella uidet̄ minor cū eſt in cenith capitis q̄ ſi uideret̄ directe, & ſimiliter eſt de omī diſtātia inter quaslibet duas ſtellas,cū cenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtantia,comprehendetur em̄ in oibus ſuis poſitionibus minor, q̄ ſi directe cōprehenderetur ſine refractione. Omnis itaq; ſtella in uertice capitis aſpiciētis exiſtens uidet̄ minor q̄ in alio loco coeli,& quāto magis remouet̄ à uertice capitis,tanto ſemꝑ apparet maior, itaq; in horizonte apparet maior q̄ in alio loco, & hoc eſt cōmune oibus ſtellis,planetis ſcilicet & fixis, quod in cenith capitis uel prope illud ſemꝑ ſunt minores,& hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias,hoc eſt in ipſis ſtellarū diſtantijs,ut ſpaciorū coeli quæ ſunt inter ſtellas magis q̄ in quantitatibus ſtellaꝝ,nam quātitas ſtellæ quo ad uiſum eſt res parua , & exceſſus ſuæ quantitatis res parua,ſed magis cōprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarū , patet ergo ꝓpoſitum.

LII.

Diametri ſtellarū uel lineæ ſtellarum diſtantiam determinantes,exiſtentes in horizōte aut inter horizonta & circulū meridiei,taliter ut æquediſtent horizonti, uidebūtur propter refractionē minores q̄ ſi directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b,cuius centrū quod eſt centrū mūdi ſit punctus m,& ſit centrū uiſus a,& cenith capitis pūctū b, & ducat̄ linea a b,et ſit diameter ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas linea d e,æq̄diſtans horizonti, & ſit circulus altitudinis tranſiens ꝑ unā extremitatē diametri ſtellæ,aut diſtantiæ inter duas ſtellas circulus b d,& alius circulus altitudinis tranſiens ꝑ alteram extremitatē diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens extremitatē diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b e,cōmunes quoq; ſectiones ſupficierum iſtorum duorū circulorum & ſuperficiei concauæ coeli infimi ſint duo circuli g h & g z,forma itaq; pūcti z, refrangit̄ ad uiſum a,in ſuperficie circuli g h,eſto ut hoc fiat in pūcto h, & forma puncti e,refrangitur ad uiſum a , in ſuperficie circuli g z,ſic itē in puncto z,ducant̄ lineæ a d,a e,a h,a z,m z,m h,& produ-



producatur linea m 3, ad arcũ b e, in punctum n, & linea m h, ꝓducatur ad arcum b d, in punctũ f, & q̃m linea d e, æquedistat horizonti, cũ sit quædam pars circuli æquedistantis circulo horizontis, ut alicuius illoꝝ circulorum qui Arabice dicatur Almuçantara, palam ꝑ 68. primi huius, q̃m cenith capitis quod est punctus b, est polus circuli d e, q̃m ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est æqualis arcui b e, per 27. tertij, cordæ eñ illorum arcuum sunt æquales ꝑ 65. primi, linea itaq; m h, est ꝑpendicularis sup̃ sup̃ficiem corporis diafoni cœlestis per 72. primi huius, q̃m exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uisum a, & erit eius refractio ad partem diametri h m, per 4. huius, aer eñ est densior corpore cœlesti, ut patet ꝑ 48. huius, refringetur ergo ad partẽ cõtrariã illi, in qua est ꝑs reliqua ꝑpendicularis q̃ h f, ergo h, pũctũ refractionis est altius q̃ linea a d, & similiter declarabitur quod 3 punctus refractionis est altior q̃ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ sunt termini duaꝝ lineaꝝ perpendiculariũ m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & cenith capitum quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctũ h, est æqualis angulo refractionis qui est apud punctũ 3, per 13. huius, q̃m situs duoꝝ punctoꝝ d & e, respectu uisus a, est consimilis ex hypothesi, tm̃ ergo distat punctus f, à puncto d, quantũ punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctũ t, & lineam a 3, ad punctũ k, distabit itaq; punctus t, à puncto d tm̃, quantũ punctus k, à puncto e, & ducatur linea t k, qui necessario erit æquedistans lineæ d e, per 88. primi huius, q̃m arcus e k, est æqualis arcui d t, est ergo linea t k, minor q̃ linea d e, per eandem 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e sunt æquales, quia punctum a, centrũ uisus est quasi centrũ mundi, & omnium arcuum signatoꝝ ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k, sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor q̃ basis d e, trigoni a d e, ergo ꝑ 25. primi, erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundũ quẽ linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundũ quẽ linea d e, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellaꝝ uel distantia aliquarum duaꝝ stellaꝝ linea d e, quæ sit erecta in aliquo circulo altitudinis transeunte per cenith capitis, qđ est punctũ b, qui circulus altitudinis sit b d e, sitq; cõmunis sectio sup̃ficiei circuli b d e, & superficiei concauitatis sphæræ infimæ cœlestis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducanť lineæ a d & a e, & refrangať forma puncti d, ad uisum a, ex puncto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copuleť quoq; lineæ d h, quæ ꝓducať ultra punctũ h, in punctũ n, & e 3, quæ ꝓducať ultra punctũ 3, in punctũ o, patet ergo ut in p̃cedente proxima, qđ punctũ h, est altius q̃ linea a d, & qđ punctũ 3, est altius q̃ linea a e, ducantur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & ꝓtrahať linea m h, ultra punctũ h, ad circulum altitudinis in punctũ t, & linea m 3, ultra punctũ 3, in puncto k, erit ergo angulus refractionis qui fit ex refractione formæ pũcti e, ad uisum a, qui est angulus a 3 m, ualde paruus, q̃m linea a m, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distãtiæ, nõ est alicuius sensibilis quantitatis, ut aliàs declarauimus in scientia motuũ cœlestiũ, & angulus refractionis eius erit paruus sequens modũ illius anguli a 3 m, q̃m cũ aer sit densior corpore cœlesti, ut patet ꝑ 48. huius, palã ꝑ 4. huius, q̃m fit refractio ad ꝑpendicularẽ quæ est 3 m. Erit ergo ꝑ 8. huius, angulus e 3 m, & similiter angulus b h t, acutus, ergo anguloꝝ a h d & a e 3, uterq; erit obtusus ꝑ 13. primi. Pũctũ itaq; 3, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate ꝑpendicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, sup̃ lineam b a, ꝑpendiculariter superficiei horizontis insistentẽ, quæ ꝑpendicularis imaginať esse ducta in sup̃ficie horizontis, aut si fuerit al-

tius horizonte, erit altius illa linea ppendiculari, & pūctō h, erit semp altius puncto 3, angulus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, qđ patet si super punctum m terminum lineæ a m, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a m 3, quit sit a m p, ducta linea m p, ad periferiam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æq̄lis lineæ a h, copulet̄ linea h p, in trigono ergo h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed ī trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, q̄d est maius latere a q, per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a Relinquit̄ ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est aūt per 4. primi, angulus a p m, æq̄lis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo p 8. huius, angulꝰ formæ incidētiæ pūcti d, q est angulus b h t, est minor angulo incidētiæ formæ pūcti e, qui est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, p 13. primi, quia p 8. huius, minores anguli incidentiæ minores habent angulos refractionū, & ita angulus n h a, est minor angulo o 3 a, relinquit̄ ergo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3, sunt semidiametri circuli g h 3, linea itaq; m t, ē æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, p diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis lineæ 3 k, q̄m sunt remanentiæ linearū æqualiū ablatis æqualibus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̄ linea o 3, q̄m linea continens cū linea t h, angulū æqualē angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̄ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̄ linea e 3, & duæ lineæ a d & a e sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctū a centrū uisus, est centrū circulorū b d e & g h 3, tri angulus ergo a h d, est minor triāgulo a 3 e, q̄m illorū duorū trigonorū duobus lateribus existentibus æqualibus tertium est inæquale, ergo circulus cōtinens trigonū a h d, est maior circulo cōtinente trigonū a 3 e, quia angulus a h d, est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̄ linea 3 e, linea itaq; h d, distinguit de circulo minore cōtinente triangulū a h d, arcum minorē arcui simili illi arcui quē resecat linea 3 e, ex circulo minore cōtinente triangulū a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cōmunis illis ambobus angulis, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e, angulus uero h a 3, est angulus secundū quē uisus a, cōprehendit lineā d e, per refractionē, & angulus d a e, est angulus secundū quē cōprehenderet̄ forma lineæ d e, rectē si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cōprehendit lineā de, reflexe minorē q̄ recte per 20. quarti huius, q̄m sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe q̄ recte, patet ergo propositum.

LIIII.

Omnes stellæ uidentur rotundæ maiores in horizonte q̄ in medio cœli, nisi q̄nq; contrariū accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cōprehendunt̄ rotundæ, q̄m uterq; diametrorum suarū. s. longitudinis & latitudinis cōprehendit̄ æqualiter minor, quàm si cōprehenderet̄ recte, quilibet ergo suarū diametrorū decliuium cōprehenditur æqualiter minor per refractionē q̄ si comprehenderet̄ recte, stella ergo cōprehendit̄ rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stellæ cōprehendunt̄ minores p refractionē, q̄ si directe uiderent̄, q̄m ipsarū diametri comprehendunt̄ minores, ut patet ex ppositionibus p̄missis, & hoc uerū est, quantū à parte refractionis, quæ fit in medio secundi diafoni qđ est aer qui est dēsior cœlo per 48. huius, in cœlesti itaq; cōcaua superficie fit refractio ad perpendicularem exeuntē à puncto refractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam quæ est semidiameter mundi per 4. huius. Diuersitas uero refractionis quæ fit secundū distantiā stellarū à polo mundi inuenitur

uenit parua, qm̃ illi anguli refractionis sunt ꝑui, unde secũdũ ipsos nõ diuersificat̃ sensibiliter quãtitas stellaꝝ, sed magnitudo stellaꝝ & quãtitas distãtiæ ipsaꝝ ab inuicẽ multũ differũt, cũ sunt i horizõte, & cũ sunt iuxta cenith capitũ, uel i medio cœli, ꝓpt̃ sensibilẽ diuersitatẽ suæ refractionis, & hic est error ꝑpetuus, qa causa eius est ꝑpetua, s. uictoria raritatis corꝑis cœlestis suꝑ aeris raritatẽ, accidit tñ qñq; uideri stellas maiores una uice ꝙ alia, ut si uapor grossus sit īter uisum & stellas, tũc em̃ ꝓpt̃ refractionẽ lineaꝝ extẽsionis formaꝝ stellaꝝ in illo uapore ad ꝑpendicularẽ, & ꝓpter refractionẽ à suꝑficie illius uaporis factã iterum ad aerem in quo est uisus, quæ refractio fit ab illa perpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uident̃ formæ stellaꝝ, sicut etiam accidit de denario sub aqua uiso, qui uidetur maior ꝙ si in aere uideretur, huius aũt quantitas uisionis stellaꝝ maxime accidit cũ stellæ sunt in horizonte, aut ꝓpe illũ, & sic duæ refractiones subsequentes primam, qui sit in concaua suꝑficie ipsius cœli, & sit semper in omni stellaꝝ uisione, faciunt nouas immutationes circa stellaꝝ uisionem, uapor em̃ ille grossus cũ fuerit in horizonte aut ꝓpe, & nõ fuerit continuus usq; ad mediũ cœli, erit portio cuiusdã sphæræ cõcentrice mundo, & erit suꝑficies eius quæ est ex parte uisus plana, ꝓpter qđ formæ aut distantiæ stellaꝝ, quæ sunt ultra illum uaporẽ uidebunt̃ maiores ꝙ si sine illo uapore uiderent̃, in illo em̃ loco cõcauitatis cœli ex quo refrangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extendit̃ ad uisum si non interuenerit uapor grossus, qđ si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extenditur forma stellæ ad superficiẽ uaporis supremã, & refrangit̃ in illa ad perpendicularẽ. Deinde extendit̃ ad suꝑficiẽ infimam uaporis, & refrangit̃ ab illa ad aerẽ purum cõtinentẽ uisum, & fit illa refractio ad partẽ contrariã perpendicularis exeuntis à puncto refractionis suꝑ planã superficiẽ uaporis, sic ergo forma stellæ & eaꝝ distantia uidet̃ maior ꝙ si uideretur post refractionẽ factã in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in superficie uaporis ad aerẽ, qui est sub uapore & sub densiore corpore rarior existens, & continens ipsum uisum. Causa uero ꝓpter quã omni uapore medio excluso uident̃ stellæ & stellaꝝ distantiæ maiores in horizonte ꝙ in medio cœli aut ꝓpe, coadiuuat̃ plurimũ per existimationẽ uidentis, qm̃ existimat stellas plus distare à uisu in horizonte ꝙ in medio cœli, existimãs ipsum partẽ cœli, quæ est iuxta cenith capitis ꝓpinquiorẽ sibi ꝙ eam quæ est inter horizonte, ut ostendimus ꝑ 14. huius, comprehendit ergo uisus quantitatẽ stellæ, & quantitatẽ distantiæ, quæ est inter stellas, cum fuerit in horizonte aut ꝓpe, ex cõpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiã remotam, & cũ fuerit in medio cœli aut ꝓpe illud, cõprehendit ipsaꝝ quantitatẽ ex cõpositione anguli æq̃lis primo aut ferè ad distantiã ꝓpinquã, inter quã & distantiã horizõtis uidet̃ diuersitas maxima, & sic iudicat stellaꝝ quãtitatẽ secũdũ modũ quo diiudicat quantitatẽ uisibiliũ consuetoꝝ, quæ em̃ à remotiori sub eodẽ angulo uident̃ quo alia ꝓpinquiora, illa remotiora iudicant̃ à uidentibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro. Hæc em̃ causa uisionis stellaꝝ est ꝑpetua & immutabilis omnibus uidentibus communis, & eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehensione distantiaꝝ ipsaꝝ stellaꝝ, nam formæ harum distantiaꝝ nõ diuersant̃ apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ maxime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

LV.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accendentem.

Quoniam em̃ ut patet ex p̃missis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellaꝝ erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis. Hoꝝ aũt elemẽtoꝝ quodlibet mobile est se ꝑ motu recto, utpote sursum ꝓpter leuitatẽ quæ est in illis, mouetur aũt per accidens motu circulari una cũ motu diurno cœli, propter formã stellaꝝ ipsis incidentẽ necesse est diuaricari & distrahi, sic ut ipsa forma uideatur aliqualiter locũ mutare, ꝓpter motũ corporis in quo uidet̃, nec est diuersitas in isto siue lumen stellaꝝ ꝑ se ipsum diffundat̃, siue fiat hoc ꝓpter reflexionẽ luminis solaris à

stellis

ftellis. Semper em̄ tam lumen per se diffusum à corpore luminoso, q̄ lumen ab alijs corporibus diffusum, qn̄ per refractionē uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est formam illā debilitatā diuaricatā & distinctā uideri ꝓpter motum corporis subiecti, in q̄ uidetur, unde in his talis refractio luminis nō est causa, & huius simile est in aqua uelociter currēte, à cuius superficie formæ stellaꝝ reflexæ uident̄ plus scintillare q̄ in ipso loco sitæ imaginis refractæ ꝑ aerē uideant̄, qm̄ ꝓpter motū aq̄ distrahit̄ forma reflexa, & mutat̄ loc9 imaginis reflexæ, ꝓpter qd' & stellaꝝ formæ plus moueri uident̄, & ideo apparēt ampli9 scintillātes. Similiter & q̄ formæ stellaꝝ ĩ loco suæ imaginis tēpore uētoꝝ ꝓpter maiorē motū corꝑis medij plus scintillāt. In planetis uero nō semꝑ accidit scintillatio, qm̄ licet plus scintillant, & in eis sit idē locus imaginis, & ipsoꝝ formæ propter refractionē debilitent̄; tn̄ propter ꝓpinquitatē ad nos uidentes nō accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, ꝑueniunt ergo formæ ipsorū fortes ad uisum, unde & locum imaginis suæ, q̄uis corpus subiectū moueatur, penetrent immote & sine omni diuaricatione, nisi forte aliq̄d corpus grossius aere uisibus & planetarum formis interponat̄, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etem̄ propter incertitudinem motus illius uaporis, præsertim cū à uentis agitatur, formæ planetaꝝ quasi scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliqn̄ & ipsam solē uidemus scintillantem in mane cū fuerit in ortu suo uisibilis secundū spirituum uisibiliū resolutionē, propter quorū resolutionē & motū, sol semper aliquādiu aspectus uidet̄ scintillare & moueri forma eius, qm̄ recipit̄ in spiritibus motis, qui propter uictoriā luminis cum fuerint in fine suæ corruptionis ab actu uisiōis mutati, rarificant̄ suꝑ suæ naturæ cōsistētiam; unde mouet̄ motu sibi improportionato & insolito, fiuntq; causa motus formæ uisæ; & tūc uidet̄ forma rei uisæ scintillare, sicut etiā accidit cū à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uisum, tunc em̄ ꝓpter improportionē illius luminis ad spūs uisibiles fit motus illorū spirituum, & uidentur formæ illorum corporum scintillantes & motæ, quia recipiuntur in corpore cōmoto. Sic itaq; scintillatio semꝑ accidit omnibus stellis fixis, qm̄ causa illius est ꝑpetua. s. diuaricatio formæ suæ in loco imaginis accidens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniens ut raro. In alijs uero corpoꝝ formis, quaꝝ excellentia corrumpit sensum, non est proprie scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicē luminis immissionem, uel per reflexionem à corporibus politis, quia illa scintillatio non accidit sensui ut est suæ propriæ dispositionis, sed ut est infimæ suæ corruptionis; & em̄ si habentibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouentibus, omnia moueri uideant̄ ꝓpter motum spirituū, sine regimine animæ discurrentiū; non propter hoc differunt formæ rerum omnium scintillare. patet ergo ꝓpositū. Et quia secundū præmissos refractionū modos passiones uisibilium infimorum & supremoꝝ transcurrimus, restat ut refractiones quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus q̄ in medio lumine sensibilius fieri est impossibile.

Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquā partē medij, uniformis erit extensio radij secundū lineam rectam per primam huius secundi, unde si non aggregentur radij in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo corpore q̄ fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur secundum extensionem ad motū lineaꝝ rectarum, lumine em̄ inæqualiter lato ꝑ unum corpꝰ, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis, nō magis in uno q̄ in alio corꝑe sentiet̄, alijs circūstantijs in uisu & remotione existentibus æq̄libus, q̄d si fiat diuersitas luminis in radijs respectu diuersoꝝ corpoꝝ, ut patet ꝑ 4. huius, tūc in eo corꝑe in q̄ magis radij disgregant̄ minus luminis apparet. Si ergo ĩ aliq̄ corꝑe pl9 luminis apparebit, necesse ē ĩ illo corꝑe radios plus aggregari, patet ergo q̄d nō aggregatis radijs corꝑis lumiosi in corpore nō luminoso

nosò plus ꝙ in medio lumē sensibilius fieri in aliquo corpore ꝙ sit in medio unius diafoni impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpore plus aggregentur ꝙ in medio, quod in illo corpore lumen sensibilius ꝙ in medio apparebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palàm est.

Istud patet per hoc, qm̄ cum radius reuerberat̄ uel reflectitur ab aliquo corpore, tūc quia per 20. quinti huius, angul9 incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In superficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniunt̄ sic ut fiant unum, aggregant̄ ergo, quia duo obtinent unum locum, imò minus unū. Verbi gratia, sit ut in superficie una reflexionis quæ sit a b c, incidant duo radij à diuersis partibus diametri corporis luminosi. s. a & c, ad unum punctū corporis in q̄ fit reflexio, quod sit b, & sint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta superficie ad utramq; partem. s. ea quæ est communis sectio supficiei reflexionis & superficiei corporis à quo fit reflexio, quæ sit d b e, erit angulus incidentiæ qui est a b d, æqualis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angulum incidentiæ qui est c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a, reflexus, & radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c, reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur unus. Sic autē est de alijs omnibus qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in se duplicantur, unde cum ipsi sint infiniti, qm̄ solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt tot quot sunt pūcta in corpore à quo fit reflexio, patet quod ipsi per reflexionē aggregātur. Sed & per refractionem in medio secundi diafoni lumen aggregari per experientiam sensibiliter adhibitam patere potest. Cū enim ostensum sit quod in medio secundi diafoni densiori aere à parte opposita superficie incidentiæ semper fit radiorum aggregatio, imò concursus in punctū unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, ut patet per 46. huius. Refractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficiē à quo fit refractio in profundum corporis densioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, essent linea una, angulū refractionis constituunt. Suntq; per 46. secundi huius, in una superficie quæ dicitur superficies refractionis, est semper orthogonalis super superficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij omnes sic sibijpsis incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum diafoni secūdi dispositionē angulo refractionis ad angulū incidentiæ suæ uariato. In grossiori em̄ uel densiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrāgitur & in uiciniorem punctū axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ suæ respectu eius, si secundum idem punctum radius subtilioris diafoni incidisset, & ob hoc, qm̄ angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ est communis sectio superficiei refractionis, & superficiei corporis in quo fit refractio, est minor in corporibus densioris diafoni ꝙ minus densi, patet quod in corporibus densioribus & radij plus aggregantur ꝙ in minus densis, per 8. huius, fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in nono libro huius scientiæ per specula comburentia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij secundū æquales angulos incidentes per 8. huius, secundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; cōcurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, semper aūt in talibus & radij reflexi & re-

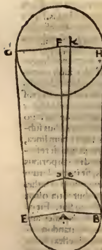
fracti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc uisu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoq; in corporibus diafonis superficiem leuem habentibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quādo ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamē superficie fit etiā reflexio radiorum, licet debiliter, & ꝓpter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quamuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quām reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris q̄ sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, qm̄ radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunq̄ reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio, nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̄ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, qm̄ omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quē illuminatur à sole possibile est declarari.

Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos & nos, quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secūdi huius, qm̄ sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq; lineæ contingentes utramq; horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole qui est maior hemisperio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, qm̄ utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̄ linea a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k, æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè secundum quod linea a b, est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes & media. Per eandem quoq; uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem, qua semidiameter terræ est

pars

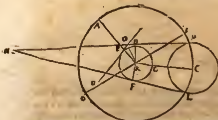
pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem qua linea a f, est 1210. partes, linea f k, est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f, est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secundum quantitatem qua linea a f, est 60. partes, linea f k, est 14. minuta & 36. secunda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, q est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit corda f k, quasi 13. minuta, & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda. secūdū q angulus rectus est 90. partes, arcus ergo c d, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c, est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c, est rectus per 34. primi, angulus enim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e, est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærabamus.

LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum, ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane, c f e g, cuius uertex sit f, aer itaq; cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illum non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54. & per 56. huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadant intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum, sit quoq; ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet mixtionem uaporis densioris a et à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usq; ad principium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclypsium lunarium patet, quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersecet lineam e d, quæ est diameter horizontis in puncto m. In hoc itaq; puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi

primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex densitate aeris inspissati per naturam uaporum, quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex præmissis huius libri propositionibus, & per primam secundi huius, punctum ergo m, est punctum altissimum in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describatur quoque consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora diei crepusculi, qui sit a b c d, qui per 69. primi huius, secabit sphæram terræ secundum circulum, qui sit e f g h, cuius centrum sit k. Sitque linea à centro terræ ad cenith capitum ducta, quæ sit a e k, sitque linea b k d, perpendicularis super lineam a k, semidiametrum circuli altitudinis. Eritque linea b k d, diameter cuiusdam circuli, cuius sup̃ficies per 18. undecimi, erit erecta super superficiem altitudinis secans sphæram terræ in duo hemisphæria, nec est differentia sensibilis superficiei huius circuli à superficie circuli horizontis. Sit itaque corporis solis centrum in puncto c, eritque per attentionem Astronomicam, scilicet instrumentalem armillarum uel astrolabij, uel tabularum, totalis arcus b c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horizontis ferè 19. partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. & quoniam diameter solis est quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, secundũ diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ est semidiameter terræ. Erit quoque ut patet ex præmissis circulus l m, maximus circulorum corporis solaris, producaturque linea c k, à centro solis ad centrum terræ secans superficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16. secundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, solis scilicet & terræ, qui sunt l f n & m h n, secundum quas lineas per 27. secundi huius, cõtinetur illuminatio solis & umbra terræ, producatur quoque linea contingens circulũ terræ in puncto e, quæ sit p o, seceтque linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritque punctũ q, locus luminosus in tp̃e crepusculi, & q̃m pũctus n, qui est uertex pyramidis umbræ, quia semper est in nadair solis, secundum motum solis declinat, & partibus suæ basis uicinus uelocius mouetur, patet quod primũ in quod radius solis cadit extra pyramidem, est summitas uapor eleuatoꝝ à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad summitatẽ uaporum, signeturque punctus r, in sup̃ficie terræ, & ducatur linea k f. Eritque arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quãtitas, ut patet per p̃missam, est 180. partiũ, 27. minutoꝝ & 52. secundoꝝ, secũdũ quod totus circulus e f g h, est 360. partes. Erit medietas ipsius quæ est f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. secũda, hæc est ergo quãtitas anguli f k g, secundum qđ 4. recti sunt 360. partes, sed angulus b k c, ex p̃missis, & p̃ ultimã sexti, est 19. ptes, q̃m est angulꝰ crepuscularis.



Remanet ergo angulus e k h, 18. ptes, 46. minuta, 4. secunda, & q̃m linea q e, est æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, q̃m ab uno puncto ducanť eundẽ circulũ cõtingẽtes, erit p̃ 8. primi, angulus q k e, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. ptes, 23. minuta, & 2. secunda, & q̃m angulus k q e est rectus p̃ 17. tertij, erit angulus k q e, p̃ 32. primi, cõplementum unius recti, hoc est 80. ptes, 36. minuta, & 58. secunda, prout 4. recti ualet 360. ptes, & secundũ qđ duo recti ualẽt 360. ptes. Erit ergo angulus k q e, 161. ptes, 13. minuta, & 56. secũda, circũscripto ergo circulo ipsi trigono q e k, erit arcus quẽ subtendit linea k e, 161 ptes, 13. minuta, & 56. secũda, corda ergo eius q̃ est linea k e, erit 118. ptes, 23. minuta, & 20. secũda, 18. tertia. secundũ quãtitatẽ q̃ diameter q k, est 120. ptes, & secundũ quãtitatem qua diameter q k est 60. erit corda k e, 59. partes, 11. minuta 40. secunda, 9. tertia, ergo secundum quantitatem qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes, & 48. minuta, & quinquaginta secunda, ablato itaque à linea k q, paribus sexaginta, quæ est quan-

titas

titas lineæ q r, semidiameter terræ, remanet linea k q, quæ est summa uaporum eleuatio 48. minuta, & quinquaginta secunda, secundum illam quantitatem qua diameter terræ est 120. partes, & quoniã secundum Cosmographos maximus circulus terræ secundum miliaria est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota, & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circunferentia est 24000. miliaria, linea r q, 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuãtur uapores secundum ipsorũ consistentiam minus q̃ 52. millia passuum, ut patere potest ꝑquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus cõperit, nosq; in pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si locus oppositus sit obscurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter densiori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quod tempore pluuiali radij solis sæpe in aere dispergumtur, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contrapositi ipsi soli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ densitatis in hyeme maxime flante austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti secundum formam circularem, & maxime uisibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uisiua propter debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicã aeris penetrare, sed ad uisum forma rei uisæ refrangitur ab aere modicæ densitatis, sicut ad uisus fortes refrangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu aliquis debilitatus & nõ acute uidens propter ophtalmiam uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem suã in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post plurium noctium uigilias cum compulsus nocte sequenti equitaret, formam suam hoc est uirum alium secum equitantem uidit, cũ transiret quãdam aquam, circa q̃ grossus fuit aer, & cum staret stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cum aũt ad aerem serenum uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo sed extra speculũ uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locũ certum uariari. In uapore etiã rorido fit reuerberatio luminis, quãdo incipit uapor aqueus dissolui in guttas, quia quælibet suarum partiũ fit quasi speculũ, & ob hoc lumen reflectitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparsa, quoniam ab illa lumen etiã ad partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionẽ coloretur, patet ergo propositũ.

LXII.

A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionẽ fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius, sed etiã experimentis cõprobatur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad densius diafonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diafoni fit refractio ad perpendicularem. uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati, lucescente etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde post talem improportionatum tempori calorẽ & lumen insolitum sæpius pluuia descendit.

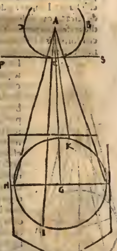
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum reſoluta refractio ſit radiorum in ipſo
uapore rorido, & ad nos perueniunt radij ſolis aggregati per refractionem, patet ergo
quod in aqua & in aere denſo & uapore rorido quãdoq; forma uel lumẽ eſt in rariori dia
ſono, & incidit illis diaſonis denſioribus, diaſonum quoq; in quo eſt uiſus non multũ diſ-
fert à diaſono in quo fit refractio, tunc fiet refractio ſenſibilis ad perpendicularem: quod
ſi forma uel lumen ſit in denſiori diaſono, uel ultra denſius diaſonum uideatur, tunc fiet
refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uiſui apparent maiora ſua certa quan-
titati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod ſummitates rerũ in mari uiſarum re-
fracte uidentur, eo quod forma ipſarum diſpergitur à perpendiculari in ſecundo diaſo-
no ſubtiliori ſcilicet in aere, & uidentur formæ illorũ in concurſu lineæ refractæ cũ per-
pendiculari ducta à re uiſa ad ſuperficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uide-
tur poſitus in uaſe ſub aqua in ea diſtantia, in qua uiſus propter altitudinẽ periferiæ ua
ſis ſine aqua ipſum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiã maior q̃m ſub ma
iori angulo uidet̃. In aere etiã denſo, utpote quando Euri flant, & aer humidus ſit & in-
groſſatur, omniũ rerum uidentur magnitudines maiores, ſol quoq; & omnia aſtra orien
tia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingroſſatum illis uiſibus
interpoſitum, uidentur maiora, quàm in medio coeli exiſtentia, ut patet per 52. huius, &
hæc eſt cauſa temporalis, alia uero eſt perpetua, quam diximus ibidem. ex hoc etiã per-
uenit quod ſi in loco imaginis, uel inter imaginem & uiſum ponatur uitrum clarũ uel cri
ſtallus, ita ut imago reflexa à ſpeculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tũc eñ
imago maior uidebitur, & ſecundum quod media diaſona multiplicata à denſiori in ra-
rius fuerint, forma ſe uiſibus ita uicinante, qđ ultimo ipſa per aerem uideatur, tunc for-
ma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmiſſis pluribus theorematibus huius li-
bri. In iſtis enim corporibus medijs omnibus ſic diſpoſitis fit refractio à perpendiculari
ducta à centro rei uiſæ ad ſuperficiem corporis diaſoni rem ipſam uel formã refractã cõ-
tinentis. His ergo modis fit in propoſitis corporibus uel ſimilibus ſibi ad uiſum refra-
ctio, Inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autẽ fit in uapore rorido incipiente aquã
fieri q̃ fiat ab aere, nec mirũ, quia uapor roridus qui fit tẽpore tranſmutationis nubium
ex uapore continuo inguttatim ſperſam aquam eſt groſſior aere, unde in ipſa facta refra
ctio plus ſentitur, non poteſt autem tunc figura rei uiſæ cuius forma refrangitur diſtin-
cte ad uiſum peruenire propter refractionum multitudinem, ſed peruenit uiſui tantum
aliqua forma rei, ſicut patet etiam quod in ſpeculis paruarum partium uel ſuperficierũ
refractarũ alterius ſuper alteram eleuatarum, & ſi modicæ præeminentiæ ſint, ita tamẽ
quod ſuperficies ipſorum ſpeculorum non ſint in eadem linea recta uel curua, tunc non
apparet rei propria quãtitas uel figura, ſed apparet recte color ipſius rei uiſæ, cuius for-
ma reflectitur ab ipſis, per quod manifeſte patet quod forma corporis luminoſi quæ ab
aqua uel aere groſſo integre, ſcilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad
uiſum à uapore rorido, ſine figura & quantitate certa, ſed tantum cum ſuo colore uel lu-
mine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uiſum luminis ſolaris uel ſtellarum, non
uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, ſed tantum formæ luminis reflexi, pa-
tet ergo propoſitum.

LXIII.

Omnis corporis ſphærici luminoſi irradiationem in corpore cuius ſuper
ficies æquediſtat ſuperficiei cõtingenti corpus radioſum ſphæricum in pun
cto ubi perpendicularis ducta à centro corporis ſphærici ſuper ſuperficiem
corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis ſphærici, poſſibile eſt fieri
ſecundum pyramidẽ rotundam, cuius baſis eſt in corpore irradiato, uertex
uero in centro corporis luminoſi, ex quo patet omnẽ huiuſmodi irradiatio-
nem fieri ſecundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radioſum ſphæricum, in quo ſit circulus magnus qui b c d, & eius centrũ
ſit pun

sit punctum a, contingatq; ipsum superficies plana quæ sit s p in puncto c, & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico superficies g, quæ est ex hypothesi æquedistans superficiei a p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super ducti corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim ppendicularis a g, in centro uel in media superficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremũ linea a f, super cuius terminum in puncto a, constituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ sit g a h, producaturq; linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f & a g h, qui sunt ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui sit g a k, productisq; lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex pũcto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertij, lineã f h k, secundũ quantitatem lineæ g f à puncto g, productam esse circularem, quia itaq; irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm̃ fit irradiatio secũdum pyramidem rotundam, fit enim secundum figurã quæ describi possit per triangulũ d g f, orthogonium, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locum unde inceperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficiei g, secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatẽ, qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij conuenient, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorũ radiorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circularẽ quæ sit terminus basis pyramidis uel parti basis. Eodem autem modo demonstrandũ, si superficies g æquedistet superficiei g p, contingenti corpus luminosum in b, d, punctis, uel in alijs pũctis signatis. Vniuersaliter autem corporum quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radiosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquã nisi in parte soli opposita illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solẽ respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus, aliã uero partẽ irradiatio solis nisi forte per refractionem nulla tenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una base alteri inscripta applicantur, ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã oportet

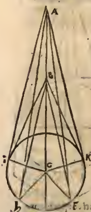


oportet ut tale corpus ſit denſius medio per quod lumen uenit ad ipſum, oportet enim quod tale corpus habeat aliquid denſitatis, unde ſi lumē nihil haberet reſiſtentiæ trāſiret nec corpus pertranſitum irradiaret, aut etiam in ipſo non fieret reflexio uel refractio per 56. huius, & quoniam per reflexionem radij aggregantur, & ſimiliter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus ſenſibilis non fieret irradiatio quàm in medio, nūc autem irradiatio in theoremate ſupponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatū eſſe denſius quàm ſit corpus propinquū corpori luminoſo, & exēplariter uero hic declarari poteſt per hoc quod in 37. ſecūdi huius oſtendimus, quia ſi per foramē rotundū penetret radius ſolis, ſtatim in corpore oppoſito ad baſem applicatur, & in formā pyramidis lumen figuratur. Signū ergo eſt quod in quolibet radio corporis luminoſi idem fiat, qui cū ſint naturæ homogeneæ, eadem eſt natura in toto & in parte, et ad minus ſi illud nō ſit neceſſarium ſemper fieri, eſt tamē poſſibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

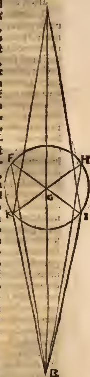
Si ad idem centrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio, neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecundum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uiſus centrumq́ue circuli baſis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quod aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus luminoſum irradians, & ſit illud medium corpus diafonum, ita quod radij refracti in centro uiſus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoque centrum corporis irradiantis a, ſuperficiesq́ue corporis irradiati ſit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & ſit centrum uiſus b, ducanturq́ue lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaque ut patet ex hypotheſi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, ſed tranſit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno pūcto, ut in cētro oculi cōcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi, qua autē ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uiſus, eadem ratione omnes radij incidentes ſuperficiei corporis f h i k, ſecundum circulum, cuius centrum eſt punctum g, refracte perueniunt ad centrum uiſus, ut patet in 46. huius, ſunt enī illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmiſſam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uiſus nulli radij extremi cōcurrunt, niſi qui refrangūtur ſecundum angulos æquales, ſic ergo ut ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos qui ſint b f g & b h g & b k g & b i g, erunt ergo illi anguli æquales, ſed & anguli ad pūctū ſub linea b g, & ſub lineis f g, h g, i g, k g, ſunt æq̄les, quia ſunt recti, ſunt ergo trigona b g k, b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, ipſorum latera ſunt proportionalia, ſed latus b g eſt æquale ſibiipſi, cum omnibus ſit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, ſunt æqualia inter ſe, & latera g f, g h, g k, g i, ſunt inter ſe æqualia, ergo per nonam tertij, linea h f i k, eſt periferia circuli, cuius centrum eſt punctum g, & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie, fit ergo pyramis refracta, cuius uertex eſt in puncto b, à centro uiſus, & eius baſis eſt in illuminata ſuperficie, eſtq́ue alia pyramis illuminationis, cuius uertex eſt in pūcto a, centro uiſus, & eius baſis eſt etiam circulus f h i k, patet ergo quod iſtarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i, g k, ſunt in eadem ſuperficie ut prius, quoniam ab eiſdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una eſt ergo ſuperficies communis terminans iſtas duas pyramides quæ eſt circulus f h i k, & eſt baſis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



ſecūdum

ſecundum unum punctum qui eſt g, cum linea b a, angulos rectos faciunt, angulus enim f g b eſt æqualis angulo f g a, quoniam uterq; ipſorum eſt rectus, ex eo quod ſuppoſitũ eſt angulum a g f, eſſe rectum, eritq; ſuperficies in qua ſunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter ſuper ſuperficies omnis refractionis, patet ergo unum propoſitorum. Quod ſi centrum uiſus fuerit inter corpus irradiatum, & corpus irradians conſtitutum, tunc eadem diſpoſitione manente, niſi ſole puncto b, inter a & g, puncta cõſtituto, patet propoſitũ: ex eo quod tunc corpus irradiatum non uidetur niſi per reflexionem luminis recepti à corpore luminoſo, & ſemper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis p 20. quinti huius, quia angulus extrinſecus angulo a g f in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad baſem trianguli b f g, pyramidis reflexiõis, nec erit poſſibilis uiſio irradiationis niſi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi ſecundum æquales angulos reflexi radij à tota ſuperficie illuminati corporis concurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorum pyramidis reflexionis qui ſunt ad baſem æquales inter ſe per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinſeci pyramidis irradiationis qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales inter ſe, omnes itaq; radij ad uiſum reflexi qui ſunt in eadem ſuperficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniam lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, patet per 9. tertij. lineã f h i k, eſſe periferiam circuli quod eſt ſecundum propoſitum, & quoniam linea b g, quæ eſt perpendicularis ſup illam ſuperficiem, omnibus illis trigonis eſt cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorũ qui ſunt ad baſem æqualis eſt, alterius ſibi correſpõdenti p 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt ad inuicem æquales, ut declaratũ eſt prius, & ab ipſis fiet reflexio ad uiſum quia erit per radios ab ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandẽ baſem, ſed diuerſæ altitudinis, quoniam punctum b, qui eſt centrum uiſus poſitus eſt eſſe inter corpus irradians & corpus irradiatum, & erit illa baſis communis duabus pyramidibus, ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis ſuper omnes ſuperficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Viſum eſt etiam quibuſdam ad propoſitam uiſorum circulationem coadunare circulationẽ foraminis ueæ, ac ſi ad periferiam foraminis ſolum radij incidãt, & ſic in ſuperficie uiſus rotundentur, quod & ſi ſit aliquãdo poſſibile; non tamen eſt uniuerſaliter neceſſarium, quia etiam cuicunq; parti ſuperficiei uiſus radij incidant ſecundum angulos æquales, ſemper accidit neceſſario figuram uideri circularem, per 73. quarti huius. Ex iſtis itaq; manifeſte patet, quia & ſi tota ſuperficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis ſit irradiata, non tamẽ uidebitur niſi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur, quia oportet ad hoc quod uiſus ipſum iudicet irradiatum, radios plures in cẽtro oculi aggregari: non autem cõcurrunt niſi illi qui incidentes ad ſuperficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrum oculi omnes æquales angulos cõſtituunt, tales autem incidunt ſecundum circulum, faciunt enim pyramidem ut patet ex præmiſſa, & reflectuntur uel refrangũtur neceſſario ſecundum circulum eundem, ergo ſuperficies illius corporis ſemper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uiſus illã irradiationem niſi fuerit in puncto concurſus linearum taliter reflexarum cõſtitutus, & propter hoc in eadem ſuperficie irradiati corporis diuerſis uiſibus diuerſi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuerſis punctis nõ concurrunt, ſed in uno tantum, & remotioribus maiores apparebũt circuli, ſcilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & ſunt exteriores in periferia baſis. Sic ergo pyramis interior, ſcilicet reflexionis uel refractiõis inſcribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrũq; uiſus propinquius ſuperficiei irradiatæ minorẽ uidebit circulum q̃ uiſus remotior, qm̃ radij



in minori circulo secundũ angulos minores incidunt, & secundũ angulos minores reflectuntur ꝑ 20. quinti huius, uel secundũ minores angulos refranguntur ꝑ 8. huius, patet aũt ꝑ 106. primi huius, quia secundũ q angulus refractiõis uel reflexionis plus minuit̃, secundũ hoc angulus in uisu cõtentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis semꝑ est acutus rectilineus diuisibilis, propter hoc angulus ad axem semꝑ fit rectus ꝑ 89. primi huius. Ex præmissis quoq; patet corporũ perpulcrum auxiliũ 12. huius, qm̃ eñ in pyramide orthogonia centrũ circuli basis & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erunt a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadẽ linea, linea uero l g & g a, cõiunctæ sunt linea una, eo qđ f g, à termino ipsarum exiens cũ ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatũ, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio, patet ꝓpositũ, qm̃ semper centrũ corporis irradiantis & centrũ oculi & centrũ circuli basis utriusq; pyramidis irradiationis, s. & uisionis sunt in eadẽ linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est possibile uideri irradiationẽ.

LXV.

Iridẽ ex reflexiõe & refractiõe radiorũ corꝑis luminosi uideri necesse est.

Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus quæ intersecans horizõtem ad diuersas partes mundi ꝓtenditur, quamuis etiã de alijs quæ illi iridi similia uident̃ intentionem nõ principaliter facturi simus. Quoniã uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: qđ aũt non aggregatis radijs corporis luminosi lumẽ sensibilius possit fieri in corpore nõ luminoso q̃ in medio, ꝑ quod prius lumẽ ferebat̃, ostensum est ꝑ 54. huius impossibile esse, unde patet ex hoc q lumẽ uigoratur ex aggregatione radioꝝ corporis luminosi ut sensibilius fiat in aliquo corpore q̃ in medio, quia uero aggregatio radiorũ corporis luminosi fiat ꝑ reflexionẽ uel per refractionẽ q̃ fit in corpore densioris diafoni q̃ mediũ, per quod antea ferebatur, declaratũ est ꝑ 55. huius, patet itaq; generaliter qđ luminis maior sensibilitas per reflexionẽ uel ꝑ refractionẽ in oibus uisibilibus causat̃. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet ꝑ hoc, quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum ut suppositũ est in principio libri huius, ostensum est quoq; ꝑ 20. quinti huius, quod oẽ quod uidet̃ per reflexionẽ, sic uidetur, quod angulus secundũ quẽ forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo secũdum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiã patet per 26. quinti huius, ducta ꝑpendiculari à pũcto incidentiæ suꝑ superficiẽ corporis politi ad q̃ reflexionis anguli referuntur, cõtinet eñ radius incidens & radius reflexus cũ eadem ꝑpendiculari angulos æquales, si itaq; forma iridis fiat in uisu, patet iridem ꝑ reflexionẽ radiorũ corporis luminosi ad uisum causari. Quod uero iris per refractionẽ etiã radiorũ corporis luminosi fiat, patet ꝑ hoc, quia nõ generatur iris nisi in aliqua diafona materia existẽte in medio, & ꝓhibente transitũ luminis. Iam quoq; dictũ est in 4. huius, qđ in corporibus diafonis densioribus primo diafono, & si ab ipsorũ superficie fiat reflexio semꝑ tamẽ fit refractio ad ꝑpendicularem, et sic lumen taliũ corporũ superficiebus oblique incidens quasi secũdum unam lineã ad duas partes oppositas diuisum ꝓtenditur, fit itaq; ꝑ refractionẽ in talibus corporibus luminis aggregatio q̃ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile, & sicut nubes alba, & lumẽ ab illorũ corporũ superficie ad uisum reflexũ coadiuuat, ut actũ minoris sensibilitatis faciat in uisum, sicut uidemus qđ à corporibus albis q̃ plus habent luminis sensibilior fit reflexio q̃ à corporibus medio colore coloratis, hoc etiã patet ꝑ luminis ꝓfundationẽ in iridis generatione, cũ enim ea q̃ solũ reflexionẽ luminis habent tantum in suꝑficie irradient̃. Materia iridis sensibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, et ob hoc cõperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoq; circa iridem deambulantibus contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutat̃ secundũ mutationẽ uidentis, sequitur eñ fugientem ab ea, & illũ qui ꝓgreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis ad dextrũ uel sinistrũ latus ꝓgressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed secundum reflexionem solũ uisa fugiunt fugientẽ & occurrunt accedenti, uidentur enim talia semꝑ in cõcursu lineæ reflexionis ad uisum ꝓgredientis, cũ perpendiculari ducta à pũcto rei uisæ suꝑ superficiẽ corporis à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet ꝑ 37. quinti

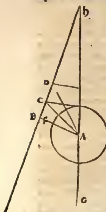
huius, iris ergo nõ solum uidet̃ per reflexionẽ, sed etiã per refractionẽ luminis intra corpus à q̃ reflectitur, quãuis accedenti ad iridem uel ab ipso elongato ab alijs & alijs sup̃ficiebus corporũ lumini obuiantiũ fiat reflexio luminis ad uisum, qm̃ fuga iridis ꝓgredienti ad eã & sequutio fugientis ab ea, accedit ꝓpter diuersas reflexiões, quæ fiunt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundũ qđ uisus mutat pũcta in quibus ab angulis basis unius pyramidis om̃es radij in centro ipsius oculi cõcurrunt, & quia tales bases sunt infinitæ, & pũcta in quibus eoꝵ radij reflexi in axe colligũtur sunt infinita, patet etiã quod per reflexionẽ multiphariam uident̃ irides infinitæ secundũ infinitatem punctorũ in axe pyramidis occurrentis accedenti uel recedenti secundũ lineam eiusdem axi uel etiã à latere eunti secundum mutationẽ axis à centro corporis luminosi per aliũ punctum suæ superficiei exeũtis, q̃ per illũ quo primus axis exiebat, fit em̃ uisus ad latera sic mutanti noua pyramis & noua basis, aliudq; est punctũ sup̃ficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpẽdicularis ad superficiẽ materiæ iridis, qui in ipsum cadente centro oculi fit axis pyramidis utriusq;, uident̃ itaq; hoc modo irides infinitæ ad quamcũq; differentiã positiõis qs uidentiũ motus fuerit, dũ modo cõtra corpus luminosum nõ moueatur, quod etiã si uerũ sit per reflexiõis naturã posse fieri, refractio tñ radiorũ corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilius à uisu, patet em̃ quod refractio radiorũ corporis luminosi aggregat lumen ut fiat magis uisibile, qm̃ ꝓpter refractionem radiorũ circa eandem partẽ medij radius duplicatur. Similiterq; ipsorũ radioꝵ reflexio lumen aggregat et ad uisũ sensibilit̃ reducit, iris uero nõ fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo nisi occurrat uisui, ergo ad generationẽ iridis refractio radioꝵ corporis luminosi & reflexo eorundẽ necessario existunr, & hoc est quod in p̃senti theoremate perquirere uolebamus.

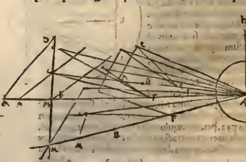
LXVI.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic ꝓponitur patet, quia cũ iris non fiat sine lumine, immo luminis multitudine, lumen aũt nõ aggregatur nisi ex reflexione aut refractione radioꝵ corporis luminosi, ut patet p 5. quinti huius, hæc aũt nõ fiãt, nisi tm̃ fiat obiectio corporis densioris aere puro p 65. huius, ergo in loco generatiõis iridũ nõ erit ipsius generatio sine corpore irradiali, à cuius sup̃ficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidẽtis, aliq̃d uero solidoꝵ planorũ ibi esse est impossibile, sed neq; aquã, qm̃ hæc curreret subito ad inferiorẽ locorũ sibi possibilẽ, iris uero aliq̃ tẽpore manet, nec tñ posset in aqua cõtinua figura iridis generari, qm̃ lumẽ integrũ reflecteret̃ à sup̃ficie aquæ ꝓpter continuitatẽ ipsius aquæ. Iris q̃ fit in aqua diffusa per remos, fit propter aquæ dispersionẽ, quia tũc remone ꝓ manu utit̃ nauta aquã rorãs, & ob hoc cũ aqua sic fuerit fusa in ipsa colores iridis apparẽt, nõ etiã potest esse q̃ sit aer grossus in q̃ iris generat̃, qm̃ impressio luminis in aere nõ efficeret colores iridis, sed faceret quandã albedinẽ, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsaꝵ principijs & etiã terminis crepusculoꝵ serotinoꝵ & uniuersaliter in similibus quibuscũq;. Non etiã potest esse uapor cõtinuus, siue sit eleuatus ad generationẽ nubis siue sit in nubẽ cõdensatus. Esto em̃ qđ sit possibile à uapore cõtinuo nubẽ generari, ponat̃ ergo corpus radiosum cuius cẽtrũ sit a, in circulo horizõtis, seceťq; ipsum sup̃ficies orthogonaliter erecta sup̃ superficiẽ horizontis p centrũ ipsius corp̃is, & ducat̃ in illa sup̃ficie secante p centrũ corp̃is luminosi linea h g. Huic itaq; sup̃ficiei secãti aut æq̃distat uapor cõtinuus irradialis aut nõ. Si æquedistat, sit linea eius sup̃ficiei b c d æq̃distans lineæ h g. Incidãtq; sibi radij a b, a c, a d, & sit linea a b, ꝑpendicularis sup̃ superficiẽ uaporis q̃ in se reflectet̃ p 21. quinti huius, & reflectent̃ etiã lieæ a c, a d, qa nõ sunt, ꝑpendiculares, qm̃ aũt ãgulus a c b est acut9 p 32. pri. cũ angulus a b c sit rect9, patet p 13. pri. qđ angulus d c a est obtusus, perpẽdicularis ergo extracta à pũcto c, nõ cõcurret cũ axe a b, ergo neq; radius reflexus, cũ ergo centrũ uisus ex 62, huius, necessario sit sitũ in linea

a b, quæ est in superficie horizontis, & centrū uisus sit centrū horizontis, q̄ sit pūctus f, patet quod lumē sic reflexū centrū uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter dispositо iris non uidebitur: qđ si uaporis cōtinui superficies superficiei secātis corpus luminosum nō æque distet, sed cū ipsa cōcurrat, si illæ superficies sub horizonte cōcurrant idē accidit impossibile, & eodē mō deducendū, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizōte ad uisum reflecti sit possibile, nō tñ uisus illorū passionē aliquā iudicabit, nō eñ uidentur ea q̄ sub horizonte, cū horizon sit circulus q est terminator uisus, & cū superficies horizontis sit obliqua super superficiē uaporis, patet qđ radius à cētro corporis luminosi perpendiculariter incidens superficiei uaporis cadit sub horizonte, oēsq; radij nō perpēdiculariter superficiei uaporis ultra superficiē horizōtis incidētes reflectunē ad partē contrariā centro uisus in cētro horizontis cōstituti, nō ergo uidebitur iris cētro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicē dispositis, qđ si nō sub horizōte, sed super horizontē cōcurrant illæ duæ superficies, una uaporis & alia secās luminosum corpus, tūc iterū lumē ad uisum reflecti nō est possibile, ex causis prius dictis. Semper eñ angulus a c d, cū sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi, ergo reflexio nunq̄ fiet ad uisum qui est in centro horizontis. Sed etiā dato qđ in aliqua pmissarū dispositionē fiat reflexio ad uisum, qđ tñ est impossibile, nō ,ppter hoc iris uidebit, qm propter uaporis cōtinuitatem fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lumē cōtinuū q̄ ad uisum reflexū ipsum debilitabit, nec in ,pfundum uaporis ipsum permittet inspicere, & dicit uulgus qđ tale lumē est sol aqueus, nec habet distinctionē aliq̄ colorū, & etiā si dictæ superficies super horizontē cōcurrent, tūc iris reflexa uidereē ad cenith capitis sensibilis secundū gibbū circuli q̄ uidet, quod totū sensui est contrariū, nec apparet usui. In tali ergo uapore nō est cōueniens iridē causari. Sed inter uaporē aqueum continuum, & inter aquā depluentē à nubibus est quoddā mediū qđ dicitur uapor roridus, & fit qñ frigus condensare incipit uaporē aqueū in formā ,ppriā. s. aquæ reducere, tūc eñ condensanē raræ partes uaporis, & fit partiū uaporis distātia q̄ rotundari incipiūt, nondum tñ ,ppter debilitatē agētis reducunē ad formā ,ppriā quæ sibi det motū ad inferius, & tūc illæ uaporis particulæ sunt quasi quædā parua specula in qbus solū apparet color corporis radiosi sine quātitate et figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotūdari ,ppter æqualē ex omi parte uirtutis cōdensantis actionē quousq; materiā cōdenset, incidat lumē corporis luminosi, refrangiē ad posterius ipsius quilibet radiorū sibi incidentiū ad lineā perpēdicularē à pūcto incidentiæ sup superficiē illius corporis ,pductā p 4. huiꝰ, & qm p 72. primi huius, illa ppendicularis trāsit centrū illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet super superficiē illius corporis oppositā corpi luminoso, & aggregabiē lumen in ,pfundo totius cōsistentis istorū corpusculorum ,ppter refractionē factam in quolibet ipsorū, sicut uidemus in cristallo rotūdā qm ultra superficiē illius posteriorē fit aggregatio radiorū in aere ad pūctū unū, ut patet p 46. huius, in quolibet aūt istorū corpusculorū siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodū uia cōdensationis generatis, ut qnq; possibile est fieri siue p modū aggregatiōis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc eñ q̄ ad iridis ge-





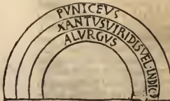
dis generationem nō est diuersitas, quoniam in quolibet corpusculorū taliū semp̄ inci-
dunt radij infiniti, quoniam etiā reflectuntur à superficie ipsorum corpusculorū secundū
angulos incidentiæ suæ, quos faciūt cū lineis maiores circulorū dictorū corpusculorum
in puncto suæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuersi sunt, etiā ob hoc anguli re-
flexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum sextum librū huius scientiæ, & radij inci
dentes facientes angulos cum lineis contingentibus corpuscula prædicta cum lineis
signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus superius horizonte, &
intersecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctum b, remotius à corpo-
re luminoso, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidē obtusi sunt, ideo per 33.
quinti huius, illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur, & in puncto ubi talium radi
orum plurimoꝝ sit concursus in axe inter corpus luminosum & uaporē uisu posito ui-
detur lumē, & qm̄ istorū corpusculoꝝ quædā sunt in quo secundū æquales angulos, ut di
ctum est, radij incidunt à centro corporis luminosi, tales aūt radij ex omni parte nubis
dispersi sunt infiniti, cū eñ tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infini-
ti sunt tales radij in sup̄ficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiā æquedistante
superficiei secanti corpus luminosum secundū quod respicit uaporis consistentiā, & in il
lorum irradiatione pyramis figurat̄, cuius uertex est in centro corporis luminosi, basis
uero in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur
ad diuersas p̄tes diuersoꝝ corpusculoꝝ, q cū secūdū similes angulos suæ incidentiæ refle
ctuntur ad uisum aliam faciunt pyramidē, cuius uertex est in centro uisus, basis uero ea-
dem cum base pyramidis prioris, & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 62. hu-
ius, uidetur aūt illud lumen reflexum cōtinuum ꝑpter uicinitatē partium uaporis, & eo
rum distantiæ insensibilitatē à uisu, qui protensus ab illis fallitur ꝑpter sui debilitatē,
& ob hoc uisus aggregatū ab omnibus illis corpusculis reflexū lumen sine congnitio-
ne uel perceptione distantiæ partium recipit, & iudicat tanq̄ unum, patet itaq; ex præ-
missis, qđ licet tota cōsistentia uaporis sit radiosa, & forte tota irradiata superficies sit
multilatera, tñ semper uidetur circularis, cuius ratio est, quia non uidetur nisi quod de
ipso secundū æquales angulos ad unum punctū axis pyramidis radialis est reflexū, qm̄
uero anguli ad basem sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt æqualia p
6. primi, ergo per 65. primi huius, centrū uisus est polus, & sup̄ficies ad quā illæ æquales
lineæ terminant̄ est circulus, & ita uidetur iris circularis. Potest etiam exempli causa
idem aliter declarari, ut si ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis ortho-
gonaliter sup̄ lineam ipsi totali consistentiæ uaporis à centro luminosi corporis perpen
diculariter incidentē, illæ eñ erunt in eadē superficie ex 5. undecimi, erūtq; æquales ex
32. & ex 26. primi, ergo in puncto cōcursus eaꝝ in axe, est centrum circuli ex 9. tertij, &
quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uidet̄ totus circulus
radiosus, q̄uis in tota nubis consistentia ubiq; lumen existat, radij eñ qui ad maiores
angulos reflectunt̄ q̄ sint anguli radioꝝ ad uisum reflexoꝝ ultra punctū uisus ad alium
locum axis reflectunt̄, radij aūt qui ad minores angulos eis qui ad uisum perueniunt re
flectuntur, ad locū alium axis infra centrū uisus concurrunt, & sic neutri uident̄, nisi for-
te ab alijs uisibus in locis suoꝝ concursuū existentiū, & propter hoc accidit moto hoīe in
ante uel retro, aliā & aliam iridem uideri, qm̄ semp̄ uisus ꝑgredientis uel recedētis inci
dit in pūcta aggregationis diuersoꝝ radioꝝ, sicut etiā accidit in hominibus diuersis ma-
gis uel minus à centro solis secundū diuersam cenith capitis elongationē dispositionis,
sub eodē tñ existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝑpter
has causas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij inciden-
tes superficiei totius consistentiæ roridæ in eodem puncto cōcurrunt ad uisum, unde ui
sus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & signum huius est, qđ accidit in super
ficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellaꝝ, non tñ
uidetur nisi in puncto uel loco uno à quo est possibilis reuerberatio ad uisum, & muta-
to uidente ulterius alia iterum forma corporis luminosi uidetur à loco alio, à quo est ad
uisum possibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo distincto in cultel
lo nouo uel ferreo polito, uel alio, quia semp̄ re immobili existente mutatur forma uisa,

uisu mutato secundũ motum quo possibile est ad oculũ reflecti,& in puncto alio non uidetur, aliud etiã signũ huius est, quia.s.si aliquo existente radio solis per aliũ qui est extra radium transuersaliter spergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiũ, uisus eius qui est in radio forte non uidebit nisi colorẽ album, cum tñ spargens cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis, sed cõfusos, nisi dispositio corpusculorum radiorũ sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existẽtem. Patet itaq; ex pmissis, qm̃ iris in uapore rorido generat. Signum aũt illius est, qa modicũ stat iris, eò quod uapor talis cũ sit ex materia graui, iã ad formã grauis accedẽte stare nõ potest sup superficiẽ horizontis, nisi moueatur ad centrũ grauium, quod est centrum mundi, secundũ quod ei est possibile, & ob hoc etiã post apparitionẽ iridis quando operatione agentis condensatur materia, & reducit ad formã potentẽ mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorũ quolibet in uapore prius separatorũ fit p cõdensationẽ materiæ gutta aquea descendens. Signũ etiã eius est qđ dictum est prius, qm̃ aqua uaporose spersa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud, quia radij incidentes guttulis diuersimode reflectuntur, patet ergo ppositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autẽ dicatur, quia partes corpusculorũ in materia iridis non sunt omnes omnino sphærice, nõ est uim faciẽs instantia, quia idem accidit omino in nõ sphæricis, q̃d nũc dictũ est de sphæricis, nunq; em̃ fiet iris nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur,

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatum propter sui difficultatem ab antiquis hoc theoremã proponitur, multis em̃ mathematicorũ patuit figura & quantitas iridis, & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita, color tñ quẽ uidimus nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionem materiæ iridis secundũ adusti, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motum & possibilitatẽ rerum naturalium seruet & seruare ualeat intellectũ eorũ qui scripserunt talia duximus relinquẽdum. Colores aũt iridis secundum uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia em̃ totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa pfunditas, patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & ĩmixtius habet lumẽ mixtũ, tñ cũ colore uapis qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidens est, sunt em̃ omnes nigri, natura aũt lucis est immiscere se coloribus rerũ ad quas reflectit. Est em̃ in pincipio secundi huius suppositum, lucem res coloratas transeuntẽ illarũ coloribus colorari, hoc em̃ patet sensui, unde etiã lumen reflexum secũ defert colorem rei à qua reflectit ad uisum, sicut patet in radio transeunte p uitrum coloratũ, cum itaq; lumen de natura sua fulgidũ sit, ut patet, & recipiatur in gñatione iridis in uapore nigro aqueo, necesse est ipsum per 15. quarti huius, uisui colorẽ præsentare puniceum, & iridem in parte illa secundũ uisum colorẽ habere puniceum pter fortitudinem uisus & plurimam ad ipsum in loco uicino reflexionẽ fortiorũ radiorũ ppter uicinitatẽ corporis luminosi à q̃ fit impressio lucis reflexæ secundũ lineam breuiorẽ, & qm̃ tota nubes est luminosa, & lumen semper secundũ æquales angulos reflexum à diuersis superficiebus in profundo nubis æquedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundem reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uicinioris uisui, qm̃ ut patet per 68. primi huius, circuli æquedistantes in eadẽ axe suos habent polos, & idẽ punctus est polus diuersorũ circulorũ patet, quia etiam lumen qđ est in profundo nubis uidet, qm̃ uero illud lumen, est lumen refractũ debile multo colori nubis q niger est admixtũ, & qm̃ uidet per pyramidẽ uisualẽ inscriptam ab eodẽ uertice, utpote à centro oculi ipsi primæ pyramidi uisuali secundum



quam

quã uiciniores radij qui puniceí apparent ad uisum reflectuntũr, quæ ad minorẽ basem
inscribitur, patet p 106. primi huius, qm̃ anguli qui ad basem inscriptæ pyramidis fiũt,
maiores erunt anguli qui fiunt ad basem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in ra
dijs sub maiori angulo ad uisum reflectiẽ, unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius
uisui offeruntur, anguli etiã quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet p ean-
dem 106. primi huius, qm̃ anguli qui fiunt p radios primæ pyramidis in centro uisus,
sub minori ergo angulo uideẽ lumen in corpore nubis, q̃ in superficie, qđ aũt sub mi-
nori angulo uideẽ minus uideẽ, ut patet per 20. quarti huius, hoc aũt patet experimentã
ti in lumine stellæ uel candelæ, q enim prius uisum est aperto oculo fulgidũ, claudendo
plane oculis amittit fulgorẽ, & incipit nigrescere. Item qm̃ à remotiori uideẽ tale lumẽ,
ideo debilius uideẽ, remotio em̃ siue protensio uisibilis à uisu est causa debilitatis uisus,
ut patet per 15.8. quarti huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior
est & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lumini incorporatũ plus deni-
grat, & magis ipsum uisui obfuscatũ p̃ntat, & hoc quidẽ in coloribus iridis aliquã cau-
salitatem habent, totalis uero causa om̃ibus huius coloribus uniuersalis immixtio um-
brorum ipsi fulgori luminis, qm̃ em̃ ut patet per p̃missam, uapor roridus est materia iri
dis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum p 11. secundi huius, omnia corpora
densa in parte luminoso corpori aduersam umbram projiciunt, patet qđ radij reflexi à
remotioꝝ corpusculoꝝ superficiebus, umbrarũ anterioꝝ corpusculoꝝ nigredini se im-
miscent, & sic permixti colore nigro umbraꝝ perueniũt reflexi ad uisum, & secũdũ quod
plus uel minus umbraꝝ nigredine permiscenẽ, secundũ hoc diuersificant actum suæ lu-
minositatis, i uarios colores, & huius rei signũ est in coloribus similibus iridi, qui obdu
cto uisu ipsa manu uel alio umbroso de sub manu in fenestraꝝ periferijs uidenẽ. Signũ
quoq; huius est magnitudo maris, quæ propter umbraꝝ multiplicationẽ accidit in ma
ribus aquaꝝ limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis àquis mariũ
quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas acce
dit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris piloꝝ ipsaꝝ palpebrarum co
lores iridis uidentur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent, ad
hãc umbraꝝ causam, ut ad quoddã uniuocũ reducunẽ, ut patet in collis anatũ & pauonũ
quæ secundũ diuersam dispositionẽ diuersimode coloranẽ, crispitudo em̃ suaꝝ pennarũ
alias hinc & inde projicit umbras, quæ pmixte lumini diuersos hinc & inde procreant
colores, ut patet intuenti, nec em̃ alias præmissoꝝ causas nostro potuimus indagare in
genio, existentibus em̃ tm̃ 22. uisibilibus, nullum alioꝝ uisibiliũ præter umbram, & lu-
men hoꝝ coloꝝ apparentium uisui uideẽ esse causa, unde & hunc colorũ iridis æstimaui
mus proximã esse causam, nullũ tamẽ uidimus quẽ intellectus suus in hoc modicum in-
telligibile direxerit. Sed huius rei facilis om̃es alij difficiles uisi sunt dare causas. Nos ta-
men hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmisimus ponen
tes, ut quædam adminiculantia huic causæ. Istis itaq; præmissis causis uel omnibus uel
pluribus uel aliq̃d sensibiliter concurrentibus intersectione pyramidũ reflexionis basiũ
æq̃distantiũ, tunc deficit iudiciũ uisus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusq;
refractũ, sub maiori q̃q; angulo reflexũ & sub angulo maiori uisum, & i miori distantia à
se ipso positũ, & in materia grossiori radiatũ, & umbris plurib. pmixtũ uisus iudicat ma
gis ab albo recedere q̃ puniceũ, uideturq; illud lumen reflexũ sibi uiride seu prassiũ, & se
cundum colorem prassium plurimũ pyramidũ facta reflexione cum dictæ sensibiliter à
prius entibus conditionibus uarianẽ, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui co-
lor alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisq; pluribus magis permixtus
est q̃ prassius, & demum cũ secundũ hunc colorẽ alurgũ plurimũ pyramidũ uisis circũ-
ferentis basium sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumen amplius
ad uisum sit dispositũ non reflectiẽ, fit nigrum, qđ amplius permixtũ lumen non uideẽ.
Signum uero prædictaꝝ est, quia cũ aliquis postq̃ solem uel aliq̃d corpus fulgidũ aspe
xerit, claudit oculos subito & fortiter, primo q̃dem obducto oculo pelle, qđ prius uidit
fulgidum, uidebit puniceũ, deinde prassium, deinde purpureum, post in nigrum colo-
rem

rem forma lucis decidens exterminaẽ,& sic facto motu in uisu de albo ipso paulatim
exterminato semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis, qm̄
iris sit tricolor, quorum coloꝝ supremus est puniceus,& color uiridis sub puniceo con
tinetur,qm̄ color circũferentiarum basium uiridium sub colore basium circũferentiarũ
punicearum fertur ad uisum,& similiter color alurgus sub uiridi continẽ eadem ratio
ne,& sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu continuo colorato. Color uero xan-
tus qui inter colorem uiridem & colorẽ puniceũ uidetur,in iride non est color distinctꝰ
ab alijs,sed ex cõmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta
prassinũ uisus albus uideẽ,quia & purpureus color iuxta nigrũ albus uideẽ,uiride eñ p
mixtum est albo,& ob hoc color xanticus,quia ꝓpinquior ẽ nigro q̃ puniceus,inter pu
niceũ & uiridẽ uideẽ,unde etiã facta iride in nube nigerrima,color superior nõ est puni
ceus,sed xanticus uideẽ,ꝓpter multã nigredinis uaporis cũ lumine permixtionẽ. & re
soluta nube qđ prius uidebaẽ puniceũ demum album uideẽ, prassinũ quoq; uidetur ten
dere ad xantũ colorẽ,& alurgum ad uiridẽ,& iam uidit quidã uir experientiæ iridem to
tam albã,qđ accidit ꝓpter materiæ raritatẽ & luminis claritatẽ,& uisus optimã dispo-
sitionem in se,& in distantia ꝓportionata ad rem uisam,uel forte ꝓpter uaporis pluri-
mam grossiciem & densitatẽ,in quo nõ potuit lumen penetrare in ꝓfundũ, sed fiebat à
superficie uaporis reflexio,& ꝓpter hoc lumen nõ receperat colorẽ à colore corporis si
bi cõmixto,nec miscebaẽ nigredini umbraꝝ,unde reflexio faciens iridẽ in forma lumi
nis reflectebaẽ sine admixtione nigredinis & umbraꝝ. Signum uero diuersæ apparitio
nis coloꝝ est qđ uidetur in texturis purpuraꝝ,in quibus colores iuxta alios positi plu-
rimã faciunt differentiã & mixtionẽ in uisu,nõ eñ idem uidetur purpureũ iuxta positũ
albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc ꝓpter claritatẽ aliqualẽ quẽ color accipit
à uicino sibi colore aliq̃ fantasiæ colorũ in uisibus oriũtur. Sicut etiã accidit operãtibus
ad lucernã decipi in coloribus ꝓpter admixtionẽ impuri luminis, & accidit eos pecca-
re, & alios colores pro alijs accipere,colorũ alietate ex immixtione ipsius luminis gene
rata, & sic non inconuenienter dici possit,qđ medij colores iridis,à medijs pyramidibus
secundũ dictas circũstantias & diuersaꝝ umbraꝝ permixtionẽ cum lumine generentur,
Numerũ aũt coloꝝ iridis secundũ antiquos in ternario decreuimus,extẽdũt eñ in tantũ
coloꝝ nomina,ut color medius illius extremi coloris nõ habeat cum quo niger partici-
pat in natura, & sic iridem tantũ tricolorẽ esse necessario cõprobatur, nec possunt picto-
res tales colores plenarie simulare. De coloribus qui apparent in iride generata ex
uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manus uel remo,tota causa dicta est,cum eñ
lumen ad talia corpuscula incidit,& ab eis reflectitur ad uisum in radio positũ,uel in fe-
nestra per quã incidit radius uerso occipite directe ad centrũ solis,tunc lumen propin-
quius reflexum tanti est luminis,qđ remotius reflexum lumen ꝓpter admixtionẽ um
brarum superioꝝ corpusculoꝝ propinquioꝝ uisibus & corpori luminoso magis & ma-
gis obtenebratur secundum modos prius dictos, uidebiturq; sic constituto uisu iris ex
causis prius dictis rotundata,taliter aũt uisu disposito ad radium uidebuntur propter
inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati,qm̄ illa reflexio cum non
fiat secundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit, & secundũ
quod lumen corpuscula rorida contingit,sic secundum aliquã reflexionem perceptam
lumẽ colores uarios uisui inducit,sed quãto remotiores sunt radij à principio suæ aggre
gationis in fenestra,tanto colores magis efficiunt opacos propter plurimam umbraꝝ
immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horam uesper-
tinam uel modicũ ante circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneũ,quod dici
tur Scopuli,aquam uehementer præcipitari, descendentesq; ad uidẽdum,quid in ipso
posset accidere soli sibi opposito,uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi de
bitum existente,& multas ex proprietatibus iridis notauimus, unde quia ea quæ prius
scripta de iride fuerant,nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo quod in-
uolute scripserat Aristotelis,illud nobis principium cogitationis fuit,ut præsenti nego
tio studium applicaremus, patet itaq; propositum.

Corona

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis solis uel lunæ uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum,

Impressio quæ Græce dicitur halo, & Arabice alileti, Latine dicitur corona, fit autē hæc impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistentia uaporis. Cū enim ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus q̄ in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile, patet quod ad generationē halo necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus cōmunis interponitur uisibus, & corpori luminoso non potente illum uaporem cito dissoluere uel disgregare, tunc fit ad uisum refractio luminis secundum circulum per 62. huius, lumen enim secundum æquales angulos illi uapori per ignē & aerem incidens secundum æquales angulos refrangitur ad uisum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum, q̄m propter refractionem luminis, ut patet per 4. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum, & si forte uapor ille sit roridus distinctus per corpuscula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & q̄m idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis à quo refrangitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. secundi huius, & q̄m radius incidēs & refractus nō sunt linea una, sed angulū cōtinēt. Ideo patet q̄ radius refractus refrangit umbrā, piectā à corpe cui icidebat, q̄ t̄n est modica, q̄ ut plurimū corona uidet̄ in uapore raro leuiter condensato, uerūt̄n quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uisum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbraæ nigredine permixtum, sed liberum ab illis, & propter hoc semper uidetur album uel forte modico & indistincto colore aliqualiter rubeo secundum se totum coloratum. iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium, ideo illi radij sub actu coloris perueniūt ad uisum, fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris, sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ est materia coronæ subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & stellarū primæ magnitudinis, quorum lumen illam consistentiam uaporum dissoluere non potest, à minoribus uero stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium superiorum super infimas accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari, patet itaq; propositū.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est possibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus puræ Mathematicis sibi ad inuicem inscriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem causantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidū consequentur, semper enim oportet ut centrum uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impressio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impressiones colores iridis simulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autē iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri non ualeat, satis patet ex alijs quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionem per se causantur, potest etiā occasionaliter id patere per hoc quod materia iridis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel

ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficie non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamen tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiã quia colores iridis qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſſibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparere, forte accidit quod materia in qua plus meridionalibus à uapore rorido iris uidetur reflexa, tũc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita q̃d uapor idem eodẽ tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor roridus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus in completis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio, productis ſuper horizontem quaſi in ſuperiori hemiſperio concurrant, aliter enĩ uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum coutingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo puncto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, non eſt poſſibile fieri niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtra habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia non interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum mũdi diametri

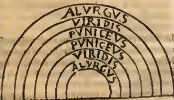
ſenſi-

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, unde eius radij uisui sensibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna à nobis distantia respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile, & hoc est sæpe uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uidereẽ secũdũ quod se offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, fiunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur, fiunt etiam in nocte, semper tamen in opposito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamen sunt albiores coloribus iridis solis, cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, albũ quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur, & sic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris solis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigræ ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunæ est pallidius lumine solis, unde colores ex cõmixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunq;, quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus possibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet punicei & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalitate media inter istos, & ob hoc patet q̃d plures q̃ duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt, quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quandoq; plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeũ, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeum, & idem uiride, & demum alurgum hoc accidit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde uidentur quasi sint habitæ uel cõtiguæ, qđ si in angulo sit diuersitas ut gaexiens à uisu, trãsiens per gibbum iridis unius scilicet inferioris, non transit per gibbum superioris, tunc uidebũtur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, scilicet alba, quoniam ab illa parte nubis pro-

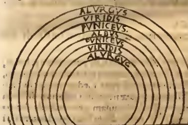


pinquioris uel remotioris ipsi uisui q̃ uideĩ reflexionis ad uisum illum cõueniat, non fit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem angulo uidentur. Sunt tñ huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquedistantes in uisu ipsorum periferiæ, & possibile est, licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliam uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuicunq; sua in eodem tempore uisui occurrit. Impossibile autem est quod hic fiat in eadem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia prædicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus, qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusq; utriusq; iridis color est prasinus. Interiorq; color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; causa aliqua esse posset, si illi colores omnes in una nubis superficie uiderentur, quia tunc colores exterioris iridis per magnam distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendũ ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrũ basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumq; basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unũ punctum centro so-



lis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuq; suo similem circulum describit, circulo motus solis, scilicet ei parallelo quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, palam q̃d superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta interfecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli basis ut per centrum uisus, qui est polus illius

polos illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non
transit, quælibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est su-
per circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur, & si ab ipsa reflecti accidat ra-
dios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radio-
rum qui à partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut pa-
tet per penultimam & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ
quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prassinos, supremæ uero alurgos ne
cesse est uideri, & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quã-
titatem angulorum reflexionis & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores
iridis superioris cõtrapositi quandoq; uidentur coloribus iridis interioris in qua supe-
rior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superfi-
ciei fit reflexio im͞pportionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem sup-
ficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam
distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores
quod ergo uisui de proximo uapore irradiatũ apparere potest, puniceum apparet pro-
pter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius
in uapore secundum modum distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscen
tur. & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam
gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore conca-
uam in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat ad
scribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distin-
ctis, sicut uidentur athomi totum solis radium implere, & est talis uapor à parte posterio
ri à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in peri-
feria orizontis positũ fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter ho-
rizonti insistens, adhuc radij exteriores ad uisum reflexũ, sunt longiores respectu eorum
qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim tri
angulo ad uisum terminato maiori angulo opponũtur. Sic ergo patet, quod corpore so
lis ubicunq; posito exterioris iridis colores respectu colorũ iridis interioris possibile est
contrapositos apparere. Omnes aũt colores secundæ iridis sunt debiliores necessario co
loribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari & se-
cundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidenti
bus minus aggregãtur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo qđ nunc
præmisimus utimur ꝓ principio ad propositum declarãdum disponente, & si ipsum nõ
sit circa causam, manifestũ est enim quod illi radij cum sint extra periferiam proportio-
natam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non
reflectentur ad uisum cũ lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad
reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregatio-
nem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producatur, & huius si-
gnum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiã superiorem iridis in-
ferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lu
men nubem irradians ad uisum non reflexũ, cum enim radiorum ab eadem superficie re
flexibiliũ qui ad uisum in aliquo uno loco dispositum reflecti possunt. Sint hij, qui ab
ultima periferia inferioris iridis reflectũtur, nullus superior radiorũ reflectetur ad illum
uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simpli-
cis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij ꝑter
eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumẽ
tamẽ ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniam
cadunt illi radij in superficiebus uaporis aquã, sicut à superficie improportionata adhuc
uisui nõ est cõueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ in-
cipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi, alij ue-
ro radij posteriores his radijs in punicea ꝑiferia inferioris iridis ad maiores radios angu
li incidunt quo ad uisum, cum sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiẽ ua-

poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter non poterant reflecti, & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficie cum prima iride siue in alia superficie sit consistens cũ radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos cõstituunt, fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineæ interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio, tota ipsarũ superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridẽ supremã, et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorũ corpusculorum colorem participãt, qui ad corpus oppositum mixtum cũ lumine transmutatur per secũdam quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoq; secũdæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiã magnã insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per tertiam quinti huius, & per decimam huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarũ permiscentur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, ꝓpter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quãdoq; uideanť, ut in ꝑmissa declaratur, patet ergo ꝓpositũ.

LXXIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidẽtem propriã iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet, quod quãdo superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per cenith capitis, quoniam ut patet ꝑ 62. huius, & declaratum est in præhabitis centrũ uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, cenith enim capitis est polus ipsius horizõtis, linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiẽ horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius centrum, quoniã cum ipsi ambo sint circuli magni sphæræ mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cũ per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis, hæc enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionem per æqualia secabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quæ productũ circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq; sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis, & hæc linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per

decimã

decimamnonā undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus eſt ſuper ſuperficiem cuiuſq; duorum illorum circulorum, quorum eſt communis ſectio linea a b, ſitq; communis ſectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a eſt rectus, & ſimiliter angulus d c b, ſubtendantur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmiſſis quod ipſæ ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus iridis qui eſt a d eſt æqualis ipſius arcui b d, pars ergo periferiæ iridis quæ eſt ſuper horizontem, quoniam illa ſola eſt ſenſibilis quæ per circulū altitudinis per æqualia eſt diuiſa, quod eſt propoſitum. Vnde manifeſtum eſt correlariū perpulchrum, ſcilicet quēlibet uidentem iridem ꝓpriam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente ſecundum locum ſuper cenith capitis uariatur, patet enim quod diuerſorum diuerſa ſunt cenith, & diuerſi horizontes, nec eſt poſſibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam ſemꝑ oculos uidentis eſt centrum horizōtis, ſi ergo aliquorum diuerſitas ſit ſecundum diſtantiam latitudinis uniuerſi tantum, tunc ab eorundem oculos diuerſimode radij reflexi à corpore nubis ſecundum diuerſa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipſorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, ſi in eadem ſuperficie appareant irides, q̄ ſi appareant in ſuperficiebus diuerſis æquediſtantibus, tunc ſecundum æquales circulus iridis uideri poterit, & ſequetur iris fugientem et fugiet ſequētem, ut diximus in 63. huius, eſt tamen eis idem criculus altitudinis, ſed non eodem modo ſe habens, quod ſi diuerſitas aliquorum ſit ſecundum longitudinem uniuerſi tantum, tunc erunt diuerſi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmiſſa arcum iridis qui eſt ſuper horizonta, in duo æqualia, ergo ipſa diuiſa ſicut & ipſa diuidentia ſunt diuerſa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod ſi latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmiſſa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & ſignum huius eſt, quod ſi aliquis ſtans in radio ſolis auerſa ſoli facie aquam ore ſpargat uidebit cum ambobus oculis ante frontem ſuam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroq; oculo diſtantem, quod ſi aquā ſecundo ſparſerit, & oculum dextrum clauſerit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter diſtantem à centro ſiniſtri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum ſecantem, & econuerſo erit, ſi oculum ſiniſtrum clauſerit, tunc enim iterum uidebit arcū æquediſtantem à centro dextri oculi, ſiniſtrumq; oculum ſecantem, ex quo manifeſte patere poteſt, quod color iridis eſt paſſio uiſus, & quod mutatur iris ſecūdum uidentium mutationem, & quod materia ſua eſt uapor roridus, et quod diſtinctio colorum non eſt ex qualitate materiæ, ſed ex reflexione luminis ad uiſum cui color eſſentialiter aduenit ex cōmixtione nigredinis umbrarum.

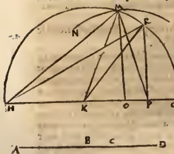
LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis exiſtente centro corporis luminoſi, neceſſe eſt tantum ſemicirculum ab eo cauſatæ iridis uideri.

Quoniam enim non eſt poſſibile ſolis uel lunæ, quorum ſolummodo corporum, ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte exiſtere, niſi in oriente uel occidente in noſtra terra, ſcilicet Poloniæ, habitabili, quæ eſt circa latitudinē 50. graduum, & quāuis in regionibus maximæ latitudinis, ſole exiſtēte in capite capricorni, ut in his quæ ſunt 66. graduum & 9. minutorum ſol in meridiano exiſtens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuerſificata latitudine regionis & declinatione ſolis in diuerſis circulis altitudinis quandoq; ſol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; ſolem in oriente cuius centrum ſit a, fiatq; iris in parte ſibi oppoſita uiſui intermedio exiſtente, & erit illa iris ad occidentem per 67. huius, & ſit centrum iridis punctū b, ducaturq; diameter circuli iridis trans ſuperficiem horizontis per centrū b, quod centrum tunc neceſſario erit in ſuperficie horizontis, q̄m per 62. huius, oſtenſum eſt, quod centrum ſolis & centrum uiſus & centrum iridis neceſſe eſt in eadem linea eſſe. Eiuſdem

uero

uero lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primã undecimi. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, et sit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius; quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uterq; itaq; est rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorũ circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suũ circulum diuidit p æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis est super horizõta hoc uidetur, Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentiæ, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demõstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo semicirculus unius altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k quæ sit h m g, hunc quoq; semicirculũ altitudinis arcus iridis generatæ in oppositæ solis interpositiõe cẽtro uisus, secet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniam lineæ h k, k m & k g, omes sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales & omnes notæ, quoniã mundi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partium, producatur itaq; linea h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem potest angulus h k m, per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentũ, ut per armilla uel per astrolabium uel quadrantem, quo scito scitur angulus m k m, quæ si auferatur de duobus rectis, scitur angulus h k m, & sic scitur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cũ sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circunducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam intersecãs, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum est, & lineæ h m & k m sunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ est proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadem est cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, esto ut sit ꝓportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, sicut lineæ h m ad lineam k m, & quoniam linea h m est maior quàm linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b est maior quàm linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ a b ad lineam b c, & quia quæ est proportio lineæ h m ad lineã k m, eadem est linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, sicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimam quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineã b c, erit



b c,erit nota,ergo ipſarum utraqꝫ eſt nota ſecundum aliquam quantitatem ſuppoſitam in altera ipſarum,ſed & proportio lineæ b d ad lineam a b eſt nota , ergo & linea a b eſt nota,linea b d eſt nota,ſed linea b c fuit nota,ergo relinquitur ut linea c d ſit nota, ſed linea h k eſt nota,quia cum ipſa ſit diameter horizōtis,erit ipſa partium 60.ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota,quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k,eadem erit lineæ b c,notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius , quia nota eſt proportio a b ad b c,ſicut b d a d a b,& a b eſt maior quàm b c,ut patet ex præmiſſis,erit ergo b d maior q̃ a b,relinquetur'qꝫ c d maior quàm b c,hoc autem patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſcunqꝫ , linea ergo proportionalis lineæ h k eſt linea c d , illa erit minor quàm linea h k uel quàm linea k g , abſcindatur ergo per tertiam primi , æqualis illi lineæ k g, & ſit linea k p . Erit'qꝫ linea k p, ſecundum præmiſſa nota,copuletur itaqꝫ à puncto p, ad punctum m,linea in ſuperficie circuli altitudinis quæ ſit p m, erit'qꝫ neceſſario ut quæ eſt proportio lineæ c d ad h k,uel lineæ b c ad k p,eadem ſit proportio lineæ a b ad lineam p m,quod ſi dicatur hoc non eſt poſſibile,quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad h k , uel b c ad k p,eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius.Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineā m p quæ ſit p r,quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k,uel b c ad lineam k p, eadem eſt lineæ a b ad lineam p r,quæ autem eſt proportio lineæ c d ad lineam h k, eadē eſt lineæ b c ad lineam k p,ergo per decimamſextam quinti,quæ eſt proportio lineæ b c ad a b,eadem eſt lineæ k p ad p a,& ſic lineæ c d,b c,a b,ꝓportionales erũt lineis h k , k p, p r,ſed q̃ eſt ꝓportio lineæ a b ad b c, eadē eſt lineæ b d ad a b,ergo & in ipſarũ ꝓportionibus ſic erit,qđ ſicut ſe habet linea r p ad p k, ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad lineā p r,ducanť ergo lineæ h r & k r, fient'qꝫ duo trianguli q̃ h r p & k r p,quarũ communis eſt angulus r p h,& latera dictũ angulũ cõtinentia reſpectu diuerſorũ trigonorũ ſunt ꝓportionalia,quæ eñ eſt ꝓportio lineæ p r,lateris maioris trianguli ad lineā p k,latus minoris trianguli,eadē ꝓportio lineæ h p,lateris maioris trigoni ad lineā p r , latus trigoni p r k minoris,ergo ꝑ 6.ſexti,illi trianguli ſunt æquianguli , ergo ꝑ 4.ſexti, latera ipſorum æquos angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia . Eſt ergo ꝓportio lineæ h p ad lineā p r, & lineæ p r ad lineā p k,ſicut lineæ h r ad lineā k r , ſecundũ q̃ ꝓportionem habet linea h p ad lineā p r,hanc habet linea b d ad lineā a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c,& q̃ a b ad b c,hanc habet linea h m ad k m ex hypotheſi,ꝑ 11.ergo quinti patet, quòd q̃ ꝓportionem habet linea h r ad lineā k r,hãc habet linea h m ad lineā k m, hoc aũt eſt impoſſibile & cõtra 56.primi huius,qm̃ in ſemicirculo quocunqꝫ duabus lineis ductis ad quodcũqꝫ punctũ pẽferiæ.ſ.una à termino diametri & alia à centro,ut ſunt in ꝓpoſito lineæ h m & k m,duas alias lineas ab eiſdem punctis ad aliũ punctũ circunferentiæ quodcũqꝫ duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſſibile.Eſt ergo impoſſibile lineā a b ad aliā minorem lineā q̃ linea p m,eandē habere ꝓportionē q̃ linea b d ad lineā h p,uel q̃ linea c d ad h k,uel q̃ linea b c ad k p.ſed neqꝫ poteſt linea a b , habere illā ꝓportionē ad aliquā lineā maiorē linea p m,qm̃ eadem eſt ratio,& eodē modo deducitur ad impoſſibile,ergo quæ eſt ꝓportio c d ad lineā h k,uel lineæ b c ad k p, eadē erit lineæ a b ad p m,& ſequiť repetita priori demõſtratione,q̃ ducebat ad impoſſibile.ſ. q̃ eſt ꝓportio lineæ h p ad p m,& lineæ m p ad p k,eadē ſit lineæ h m ad k m,ductis itaqꝫ pluribus ſemicirculis altitudinis circa centrũ k,ſub horizonte ꝓportionales lineæ prædictis lineis h m & k m,ducantur ſecundũ modũ 65.primi huius,ſi ergo linea m p,ſic ꝑpendiculariter inſiſtens diametro h g,tũc poſito centro p,ſecundũ ſemidiametrũ p m , deſcribať circulus,qđ ſi linea p m,nõ ſit ꝑpendicularis ſuꝑ diametrũ h g,polo itaqꝫ exiſtente puncto p,ꝑ 65.primi huius,quoniā ille punctus diſtabit æqualiter ab om̃ibus in illis ſemicirculis ſignatis pũctis ſimilibus pũcto m,ducať circulus ſecundũ diſtantiā lineæ p m, qui attinget omnia dicta pũcta ſemicirculoꝝ altitudinis in quæ cadũt p̄dictæ ꝓportionales lineæ ſiue anguli reflexionũ iridem cauſantes.Si eñ dicatur qđ nõ attingat,accidet ſecũdum præmiſſam cõtrariũ 65.primi huius,qđ eſt impoſſibile,poteſt etiā ſic fieri ut ſemicirculus h m g,ſit medietas horizõtis,& facta diuiſiõe in pũcto m,intelligatur circũduci idē ſemicirculus,nihil eñ refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unum circũducere.

punctusq́; m, circunductus describet circulum iridis qui est n m, circa centrum uel polū p, secundum distantiam lineæ p m. Eruntq́; anguli á termino diametri, scilicet puncto h, & á centro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circunductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus h m p, motu suo describet similes triangulos, & triangulus h m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p, non sit perpendicularis super diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis á puncto m, per duodecimam primi Euclidis, super diametrum h g, cadetq́; illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmissis, & similiter linea m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq́; ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k o m, motu suo in omnibus superficiebus reflexionū æquales angulos causabit, punctum ergo o, est centrum circuli reflexionis factæ ad ūisum, cum ergo centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizontem quæ est n m, & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficierum horizontis & iridis est diameter iridis. Idemq́; accideret si linea m p, esset perpendicularis super diametrum, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit, Sed tamen nō est nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis sup horizontem existente centro corporis luminosi secūdum eius eleuationem, centrū circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secūdum dispositionē proximæ .s. ut sit horizon circulus h m g, cuius diameter sit linea m h, & centrū k, sitq́; circulus altitudinis transiens per cenith capitis & p centrū corporis luminosi qui est l m n h, & sit centrū solis eleuatū super horizontem in circulo altitudinis in pūcto n, & qm̄ p 62. huius, centrū corporis luminosi & centrum oculi & centrū basis pyramidis irradiatiōis semp sunt in eadē linea, cū centrū uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea á centro luminosi corporis per centrū uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea á pūcto n, pducta p centrū k, necessario cadens in aliquod punctū circuli altitudinis qui sit l, & erit semicirculus altitudinis eleuatus sup circulum horizontis qui est h n m æqualis semicirculo n m l, & qm̄ sunt medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu qui est n m, erit arcus qui est h n æqualis arcui m l, sed punctū l, est locus centri circuli irradiationis, & punctū n, est locus centri solis, patet ergo quod quantū centrū solis eleuatur sup horizonta, tantū centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur sup horizonta, & hoc est primum propositum. Cum aūt erit centrorum utrumq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9. minutorum, his enim est sol in meridie in puncto tropici hiemalis in horizonte, & sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniā enim si sol est in horizōte, semicirculus tm̄ uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet p præmissam qd' quantū centrū solis uel lunæ eleuatur super horizonta, tantū centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tūc super horizontem semp pars iridis minor semicirculo uidet̃, sicut patet in alijs

paralellis

paralellis in ſphæra, per quorū centrū nō tranſit horizon, hi enim in portiones inæquales ſub horizonte & ſuꝑ horizontē ſecantur, patet ergo cū corpus luminoſum in tempore uiſionis iridis ſit aut in horizonte aut ſuper horizonta, quod nunq̄ cōpletus circulus iridis poterit uideri, niſi forte fiat ex reuerberatione luminis ſolis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi ſit uapor roridus in medio, & uiſus inter uaporē & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, ſic quod ad ipſum poſſit fieri reflexio, tunc enim impoſſibile eſt integras irides uideri, ſed de talibus ſermo propoſitus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propoſitum.

LXXVII.

Datæ iridis ſemidiametrum inuenire.

Ad quantū enim ſummorꝫ uaporū conſiſtentia eleuari poſſit iam oſtendimus in 58. huius, ſed non ſecundū totā eleuationē illorū poſſibile eſt iridem eleuari, qm̄ materia iridis eſt uapor roridus ꝑ 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor ſiccus, ſi ergo datæ iridis ſemidiametrū uolumus inuenire, data iris ſit ſemicircularis, faciliter habetur ꝓpoſitum, accipiatur em̄ altitudo ſua ꝑ inſtrumentū, circuliq́ꝫ altitudinis ſuæ portio ſiue arcus interiacēs horizōta & gibbū iridis duplicet̄, & cū arcu duplicato intrentur tabulæ chordarū & arcuū prima dictiōe almageſti poſitarū, & extrahatur chorda arte cōſueta, eritq́ꝫ chorda inuēta diameter totius iridis, & ea diuiſa ꝑ æqualia medietas ipſius erit ſemidiameter iridis, & ita ſummus circuli altitudinis erit ſemidiameter iridis, quæ ſub hoc ſitu in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa ſemidiameter nō eſt iridis ſecundū cuiuſdā alterius circuli æquediſtantis iridi, ſed maioris iride, hoc nō obſtat, quod illi duo circuli in eundem angulū ſolidū cadunt apud centrū mundi, quod tūc eſt centrū uiſus, unde qđ de uno dicitur de reliquo poteſt intelligi quo ad quantitatē, & quia ꝑ taliū diametrorꝫ ꝓportiones habetur cōpleta ꝓportio iridis ad iridē, ideo talem diametrū, iridis diametrum appellamus. Si uero iris ſit ꝓportio minor ſemicirculo, accipiatur ipſius altitudo, & quia ut patet ꝑ 73. huius, tunc ſol eſt ſuꝑ horizonta in eodē circulo, accipiat̄ altitudo ſolis, quia ergo ut in illa declaratū eſt diſtantia centri iridis ſub horizonte eſt æqualis eleuationi ſolis ſuꝑ horizontē, cōiungant̄ iſti duo arcus altitudinis, iridis. ſ. & ſolis, peruenietq́ꝫ arcus interiacens punctū circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis ſolis per centrū uiſus & ꝑ centrū iridis ad ipſum circulū altitudinis, & hoc eſt nadair ſolis, & punctū ſuperiorē circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur corda ut prius, diuidaturq́ꝫ per æqualia, & habetur intentum, patet ergo propoſitum.

LXXVIII.

Iridis ſemicirculus uiſus eſt medietas circuli minoris, portio uero minor ſemicirculo uiſa eſt portio circuli maioris.

Huius ꝓpoſitæ rei cauſa patet ſecundū p̄miſſa huius libri, qm̄ enim ut patet per 63. huius, patet centrū ſolis & uiſus & iridis ſemꝑ in eadē linea cōſiſtunt quæ eſt axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, ꝓpter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris, ſemper centrū uiſus eſt polus circuli iridis, palā ergo quod nullā facit diuerſitatē in uiſu erectio uel obliquatio ſuꝑficie iridis ſuper ſuperficiē horizontis, qm̄ ſemper linea pertranſiens centrū ſolis & uiſus eſt erecta ſuꝑ ſuperficiē iridis, & ſic periferia iridis ſemper ſe habet uniformiter ad uiſum quantū eſt de ſe, ut patet per 65. primi huius. Quod tamen hic ꝓponitur, cauſam habet nō ex reflexione, ſed ex refractione, qa ut in 8. huius, declarauimus, diuerſitas angulorū refractionis cauſat̄ ex diuerſitate diametris corporū diaſonorum eiuſdē ſpeciei, maior em̄ fit refractio ad punctū perpendicularē in aqua groſſiori q̄ꝫ in aqua ſubtiliori, quia itaq́ꝫ ſole exiſtente in periferia horizontis, aer eſt groſſior ſeipſo, poſtmodum per luminis ſolaris præſentiā ſubtiliato, palam quod in groſſiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari, radiꝫ itaq́ꝫ tunc refracti magis approximant perpēdiculari quàm poſtmodū aere ſubtiliato, ad propinquiorē ergo locū ſuperficiei iridis fit aggregatio radiorꝫ incidentiū ſuperficiebus uiſuū ibi exiſtentiū, q̄ꝫ fiat in aere rariori exiſtēte, ſubtiliato uero aere fit ad eoſdē uiſus à ꝑtibus remotioribus ipſius uaporis

reflexio, non enim fit à partibus ꝓpinquioribus, quoniã ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis à quibus fiebat prius, quoniã medio immutato est ipsa refractio immutata, per 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus quàm prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ ut patet ex præhabitis est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tūc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est aūt quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42. quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis fit quandoq; minor quandoq; maior secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamē esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non possit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de ii la nihil scripsit, cum tamen de præsenti theoremate magnam fecerit mentionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uidimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim cētrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis, nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendū propositū ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in cenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partiū 90. sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum aūt sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in cōsuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum in meridie iris nō apparet, & si in alia parte anni appareat quandoq;, totum autem hoc diximus ꝓpter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit cōmitti. In omnibus aūt regionibus sole existente super horizōtem in qualibet hora diei iris poterit apparere præter quàm in meridie. In illis tamē horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hæc sufficiant pro iridis intentu, Quia irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiæ & luminis incorporationem.

Quoniā enī nubiū cōsistētia ex duob. fit uaporibus, sicco. s. et humido, ut declaratū est in philosophia naturali, tūc qñ sol agēdo ex sicco penitus extrahit humidū, adurit. siccū terrestre,

terrestre, ita quod lumẽ in ipsum penetrare nõ potest, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, ꝓpter quã in ipsum penetrare nõ potest radius solaris uel stellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunq; disgregato subtili recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba, unde etiã aliqñ uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum aliquantulum terrestre adusto, tũc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in sero, & hæc significant pluuiam futuram, & si qdem fit in oriente in mane, defertur pluuia super homines illius habitabilis. Si uero fit in occasu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemisperium sub hoĩes uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, qñ uero nubes depressa habet superius respersam purpureitatem obscuram ualde, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis quæ iam incipient inflãmari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitrui & similium. Quod si nubes fit rorans & in fine suæ resolutonis, tunc illa nubes in se recepto lumine, qñq; iridis acquirit colorem, & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorũ lumine nubibus præsente, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum ꝓpter densitatem secũdi diafoni, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium nõ modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit, tunc enĩ uario colore colorãt nubes uisa secundum illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propositum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicimus extensiones radiorum ꝑ nubes, quæ uulgo dicunt funes tentorij, interposita enĩ nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractio radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafoni, & ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores secundum quasdem lineas rectas ꝓtensæ, eo quod habeant quandam subtiliorem & quandam grossiorem consistentiam, in qbus permixtum solis lumẽ fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbrarum quæ diuersimode immixtæ lumini colores diuersos uisibus repræsentant, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illã uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorem alium habens uisus. Sol enĩ per cõsistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium & alium præsentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideat per nubem, sic quod fiat suorum radiorum ad uisus refractio, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur qñq; iridis color uirgatus, ut præmisimus, quando nubes secundum aliqd est spissa, & secundum aliqd rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaq; fiunt propter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculorum, nõ ꝓpter figuræ anomaliam. Sunt enĩ quædam specula, quæ ꝓpter sui anomaliam figuras anomalias permutatas uisibus ostendunt formarum uisarum per ipsa, de qbus in nono libro scientiæ huius aliqs sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, qa specula nubis non sunt proprie ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem quod cõuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum ſolarium ad uiſum ab æquali conſiſtentia nuboſa.

Pareliæ dicimus quaſi paria ſoli, elios em̃ Græce ſol dicit̃ Latine, & ſignificat ſoles aqueos q̃ in nube uident̃, nube em̃ interpoſita ſoli & uiſibus exiſtente æquali ſecundum ſui ſpecula, neq; denſiore neq; rariore, neq; plus aquoſa, neq; minus ſecundum ſuas partes, tunc radius ſolis illis incidens ꝓpter ſimilitudinẽ & æqualitatẽ ſpeculorum, & ipſorum regularitatem minus coloris fit fantaſia, albi autem uidetur coloris propter ſpiſſitudinem conſiſtentiæ & regularitatem ipſius nubis. Radij em̃ ad ipſam nubem ſic diſpoſitam incidentes, & ab ipſa refracti ad uiſus maxime nube illa non exiſtente aquoſa neq; nigra, uicina tamen aqua ſine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uiſum, propter quod ꝓprium ſolis colorem, q̃ luminoſus & albus eſt, in tota nubis cõſiſtentia apparere faciunt uiſibus, fiuntq; pareliæ albæ, ſicut etiã ab om̃i corp̃e polito reflectit̃ lumen ſolis ad uiſum propter ſpiſſitudinem conſiſtentiæ, ut oſtenſum eſt per 1. q̃nti huius. Sunt autem pareliæ magis ſignum pluuiæ q̃ uirgæ, quia æqualis nubium conſiſtentia quæ eſt materia parelijs, ſignum eſt quod aer idonee habet ſe ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Auſtralis aer facilius in aquam permutatur ꝓpter ſui facilitatem in patiendo, q̃ aer Borealis, q̃ ſiccior eſt propter frigoris cõſtrictionem, ideo pareliæ Auſtrales magis ſunt ſignum pluuiæ q̃ Boreales. Fiunt autem pareliæ ſicut & uirgæ magis ſole exiſtente in oriente uel occidente q̃ in meridie, q̃m ſol exiſtens in medio cœli ſoluit tales nubium cõſiſtentias, & plurimum ſegregat illas, & neq; fiunt deſuper ſolẽ neq; deſubtus, ſed à laterib9 ſolis obliquis quæ ſunt ſecundũ polos mũdi, & neq; fiunt multum prope ſolem, q̃a à propinquo cito diſſoluitur nubiũ conſiſtentia, neq; fiũt multum longe à ſole, q̃a nõ eſt inde poſſibile reflexionem fieri ad uiſus, reflexio em̃ facta à paruo ſpeculo ſubtilis eſt, unde longe protenſa debilitatur & euaneſcit anteq̃ perueniat ad uiſus, & ex eiſdem cauſis non fiunt hæ pareliæ ſuper ſolem, neq; ſub ſole, quia prope ſolem exiſtentes conſiſtentiæ nubium ſoluuntur, remotæ uero diſtantes non perueniunt ſecundum ipſorum reflexionem ad uiſum, ſecundum lateralem uero ſolis ſitum eſt inuenire mediocrem diſtantiam, in qua conſiſtentia nõ ſoluitur, & tamen fit reflexio ad uiſum, & cum non eſt minus prope ad terrã deſcendens illa nubis conſiſtentia, quando em̃ nubes ſunt nimis propinque horizonti, tunc ab ipſis nubibus reflexi radij non ꝑtingũt ad uiſus propter diſtantiam minorem improportionatam reflexionem luminis q̃m em̃ uiſus ſunt apud terram, patet ꝙ tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uiſibus. Sub ſole etiam nõ poteſt fieri parelia, q̃a & tunc nubes uicina terræ perpendicularem ſolis radium reſpiciens diſſoluitur cum radio ſolari, remota uero nubes à uiſu nullam cauſat reflexionem uel refractionem ad uiſum propter longitudinem diſtantiæ, q̃a ſi in altera ſolis eſſet conſiſtentia nubis nimis alta, non accideret reflexionẽ luminis fieri ad uiſum, nec tunc apparent pareliæ ipſis uiſibus, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Ex criſtallo exagona ſoli oppoſita colores iridis generantur.

Huiuſmodi em̃ colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem ductam à centro corporis ſolis ad ſuperficiem unius paralellogrami ex lateribus criſtalli, & q̃m declarauimus in 27. ſecundi huius ſcientiæ, manifeſtũ eſt quod à ſole illuminatur magis medietate chilindri ſibi oppoſiti ſi rotundum ſit chilindrũ hæc autem in chilindro angulato eſſe non poteſt angulis uenientibus in diametrũ corporis baſem per æqualia diuidentis, tunc em̃ ſola medietas illuminatur propter radioꝝ incidentiam ut diximus ibidẽ. Sed ſi corpus illud columnare diafonum fuerit, tũc em̃ alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionẽ. Si itaq; ſuperficies corporis diafoni ſoli oppoſita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis, tũc una fit luminis refractio fortis, & lumen ſub forma luminis tranſibit ad partem oppoſitam corporis, & aggregabitur extra corpus ſub forma luminis, ſicut etiam hoc fortius eue-

nit

nit in corpore ſphærico diafono non concauo, eo quod à ſuperficie maioris partis totius illius corporis ſphærici, fit refractio ad radiū q perpendiculariter īcidit ſuper ſuperficiem corpus ſphæricum contingentem æquediſtantem ſuperficiei ſecanti corpus ſolis per centrum ſecundum aſpectum quo ab ipſo reſpicitur corpus illuminandum, ut oſtendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorū aggregatione, & ſi non ad punctum unum, quoniam hoc eſt impoſſibile propter diuerſitatem ſuperficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipſo lumine abſq; coloratione ſub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppoſitum, & incendit ex mora corpus inflammabile ſubito, ut ſtupam uel aliud potentiam actiuam ī ſe habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonū ſoli oppoſitum ſit plurimum ſuperficierum ꝙ unius planæ uel circularis, ſecundum eam .ſ. partem, q̄ ſoli opponitur, utpote ſi corpus quadrangulum ſecundum unum ſuorum angulorum ſoli opponitur, tunc fiet refractio radiorum īcidentium uni ſuperficiei ad ambas ſuperficies oppoſitas, & ſimiliter radiorum incidentium alteri ſuperficiei, & tamen ex parte oppoſita lumini refracto aer q eſt corpus rarioris diafoni occurrerit, refrangentur radij ab utraq; pte ſuperficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta ī corpore baſem ipſius per æqualia diuideret, uel alia ei æquediſtante, & in alio corpore denſo illi corpori diafono ſubiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebūt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut ſi corpus diafonum æqualium fuerit angulorum & ſuperficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confuſi non plures, color .ſ. rubeus, & alius mixtus quaſi uiridis, q ſecundum criſtalli uel alterius parui corporis diſpoſitionem magis ſunt intenſi uel remiſſi. Quod ſi ſuperficies corporis quo ad partem ſoli oppoſitam fuerint tres, ut ſunt in criſtallo exagona, tunc à q̄libet ſuperficierum oppoſitarum ſoli quæ ſunt 3. receptum lumē cuiuslibet ſuperiorum trium ſuperficierum redditur corpori oppoſito, ut terræ uel alteri corpori cuicunq; fuerit, quæ tria lumina quorum medium manet in ipſa perpendiculari columnæ criſtallinæ baſem ſuam per æqualia diuidente uel ipſi diuidenti æquediſtāte. & fit uiſibile lumē illud niſi lumen ſolis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam ſecundi diafoni rarioris .ſ. aeris, dictum em̄ eſt in 4. huius, quod in medio ſecundi diafoni rariore exiſtente refractio fit à perpendiculari, & eſt quaſi quædam diſperſio radiorum, apparent aūt colores in iſtis luminibus ſic reflexis uel refractis ꝓpter mixtionem nigredinis coloris criſtallini cum lumīe penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipſius criſtalli præminentium ſecūdum acumē ſuorum angulorum, qui per 11. ſecundi huius, proijciuntur ad patrem oppoſitā incidentiæ radiorū in partem aduerſam corpori luminoſo, quarum umbrarum numerus facit diuerſitatem colorum, quando lumini permiſcentur, qm̄ ubi radio luminis perpendiculari magis q̄ ad ſuperficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorum radiorum fit aggregatio, color criſtalli & umbræ commixtus reflectitur, qa ille radius magis eſt luminoſus, tūc fit color rubeus. In alijs uero radijs ſecūdum ſui debilitatem coloris corporis luminoſi & umbrarum plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiūt aūt tres colores, qm̄ ex tribus ſuperficiebus ſuperioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorum ſuperficierum, & color rubeus ſemper ab illa parte uidebitur, ubi radius ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem criſtalli in contrario ſitu generatæ iridis oppoſitam ſoli aggregatis oībus radijs ſuæ ſuperficiei incidit poſt refractionem factam ex aeris intrapoſiti diafonitate, & tūc qm̄ tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis ī medio 2. diafoni rariori, ut præmiſſum eſt, & qa ter tria faciūt quadratū, qui eſt 9. erūt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium ſuperficierum ſuperiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt ſpecificæ differentiæ colorum, & fit iſtarum colorum per angulos corporis ſenſibilis diſtinctio, qm̄ & à linea angulorum quæ actu eſt indiuiſibilis, reflexi uel refracti radij indiuiſibiles nihil ſenſibile producunt. Non autem fiunt iſti colores iridis per criſtallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum diſtinctio formaliter eſt tantum in uiſu, ſed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis,

unde etiã causa ipsorũ nõ est ad uisum facta reflexio, nõ eñ uidenẽ per modũ reflexiõis sed p modũ simplicis uisionis ut alia uisibilia quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodẽ loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis, qm̃ à qualibet alia cristallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent, q secundum sitũ colorũ iridis non sunt distincti, & istius signum est quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea uel alia tegantur, sic q inter illas 2. tertia superficies maneat nõ opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit aliàs ualde lumiosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxĩa & pulcherrima & coloris clarissimi, quod fit ,pp ter aggregationem totius luminis ab oĩbus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ ad locum uicinum unicũ aggregantur. Si uero illæ superficies 3, quæ nũc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, & econuerso aliæ 3. superiores, tunc iris quandoq; una & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum iocosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura quàm per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille similia p reuolutionẽ cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallũ oculo opposuerit, sic ut 3. non opacatæ superficies ad oculũ uertantur, & oĩes 3. oculo oppositos illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare qs poterit, semper considerans umbrarũ immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim deferẽ color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alia corpore colores similes iridis coloribus quorum generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores colores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In

In ſpeculo enim reſpectum lumen radiorum ſuper ſuperficiem aquæ perpendicula-
rium, ſuperficici uero ſpeculi oblique incidentium, reflectitur à ſuperficie ſpeculi ad ui-
ſum in loco reflexionis exiſtente, & ſic offert uiſui figuram ſolis, lumen uero radiorum
oblique ſuperficiei aquæ incidentium refrangitur in ſuperficie aquæ ad perpendicula-
rem ductam à puncto incidentiæ ad ſuperficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma
refracta peruenit ad ſpeculi ſuperficiem, tunc ab illa ſuperficie cui oblique incidit, refle
ctitur iterum ad uiſum, apparentq; duæ figuræ ſolis, una maior propter ſimplicem re-
flexionem, alia quoq; minor propter refractionem quæ in medio denſiori minuit figu
ram poſtmodum reflexam, uideturq; illa ſecunda figura ſolis quaſi ſit corpus ſtellæ ſe-
quentis corpus ſolis. Eſt autem & ipſa forma ſolis quod patet, quoniam & extra radiũ
ſolis cum figura ſolis à ſuperficie ſpeculi per ſe non reflectitur, & hanc refractam for-
mam accidit uideri, & ſi plane ſpeculum ſuper aquam deducatur in ſolis radium, tunc
eadem numero forma quæ prius ſub minori lumine fuit uiſa, uidebitur amplius quàm
prius luminoſa, & ſecundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figurã ſo-
lis, patet ergo propoſitum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ ſuffragante præſidio tres
propoſitos uidendi modos ſecundum omnem ipſorum quatenus potuimus diuerſita-
tem tranſcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati redde
re poſſibile nobis eſt, ad illas tamẽ quas poſſumus gratiarum actiones conſurgimus ei,
qui uere trinus & unus eſt, ſoli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil
æquebonum æſtimantes, cui ſit honor & gloria per infinita ſæcula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctiſſimi περὶ ὀπτικῆς ſeu Perſpe-
ctiuæ libri decimi, & ſic totius operis continentis
propoſitiones 805. finis.

